Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Salomon, Joseph, 1793-1856

Sammlung von Formeln, Aufgaben und Beispielen aus der Arithmetik u. Algebra

Wien 1848

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.77
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739816-4

~~J. XI. 134/a.~~
77

Arith. u. Algebra

Ma. o 77.

in albis 1 fl.
Einband 18 kr.
Summa 1 fl. 18 kr.

Held jr.

Abg. am 8. Jun. 1876.

Sammlung

von

Formeln, Aufgaben

und

Beiſpielen

aus der

Arithmetik und Algebra,

nebſt

vier Tafeln über die Vergleichung der vorzüglichſten Maße, Gewichte und Münzen mit den öſterreichiſchen und franzöſiſchen.

BIBLIOTHECA CIVITATIS BABENBERGENSIS.

Herausgegeben

von

Joſeph Salomon,

Profeſſor der Elementar- und höheren Mathematik am k. k. polytechniſchen Inſtitute in Wien.

Dritte verbeſſerte Auflage.

Wien.

Carl Gerold.

1848.

Sammlung

von

Formeln, Aufgaben

und

Beiſpielen

aus der

Arithmetik und Algebra,

nebſt

vier Tafeln über die Vergleichung der verſchiedenen Maße, Gewichte und Münzen mit den öſterreichiſchen und [illegible].

Herausgegeben

von

Joſeph Salomon,

Profeſſor der Elementar- und [illegible] Mathematik am k. k. polytechniſchen Inſtitute in Wien.

Fünfte verbeſſerte Auflage.

Wien.

Carl Gerold.

1848.

Vorwort.

Beiſpiele und Anwendungen ſind in allen Wiſſenſchaften von großem Nutzen, in der Mathematik aber von der höchſten Wichtigkeit, ja abſolut nothwendig, beſonders für den Anfänger, der gewöhnlich ohne erhebliche Vorbildung ſich dem Studium dieſer ernſten Wiſſenſchaft widmet; dieß gilt vorzüglich für den angehenden Techniker, welcher die Mathematik nicht bloß als ein formales Bildungsmittel betrachten, ſondern die allgemeinen theoretiſchen Sätze derſelben auch mit Fertigkeit und Sicherheit auf praktiſche Fälle anwenden lernen ſoll.

Da die Mathematik den Techniker durch ſein ganzes Leben als ſeine treueſte und häufig als einzige Rathgeberin begleitet, ſo muß der ſtudierende Jüngling ſchon bei dem Antritte ſeiner Laufbahn ſich an eine beſtändige, eifrige und angeſtrengte Selbſtthätigkeit gewöhnen, und ſich mit jener ernſten Wiſſenſchaft auf das Innigſte vertraut machen, um einſt ihre Winke und Andeutungen richtig zu verſtehen und zu benützen. Von der Wahrheit des Geſagten feſt überzeugt, habe ich bereits vor mehr als zwanzig Jahren dieſe Sammlung von Formeln, Aufgaben und Beiſpielen aus der Arithmetik und Algebra herausgegeben und bei den ſpäteren Auflagen nur jene Änderungen vorgenommen, welche durch

die neuen Ausgaben meines Lehrbuches nöthig wurden, endlich die Sammlung ſelbſt mit neuen Beiſpielen und Aufgaben vermehrt.

Trägt dieſe Sammlung auch nur einiger Maßen dazu bei, den Eifer und die Liebe für das mathematiſche Studium zu erhöhen, ſo iſt mein Zweck erreicht und meine Mühe reichlich belohnt.

Wien, am 25. Mai 1848.

Der Verfaſſer.

Inhalts-Verzeichniß.

Erſter Abſchnitt.

I. Rechnungsvortheile.

Seite

1. Multiplikation ganzer Zahlen 1
2. Diviſion ganzer Zahlen 5

II. Die vier Rechnungsarten mit allgemeinen Größen 8

1. Addition . . . . —
2. Subtraktion 9
3. Multiplikation 10
4. Diviſion 13

III. Zerlegung in Faktoren 18

IV. Beſtimmung der einfachen und zuſammengeſetzten Diviſoreen einer gegebenen Größe 20

V. Beſtimmung des größten gemeinſchaftlichen Maßes zweier oder mehrerer Größen 23

VI. Beſtimmung des kleinſten gemeinſchaftlichen Dividends für zwei oder mehrere gegebene Größen . . 27

Zweiter Abſchnitt.

Über die Lehre von den Brüchen.

1. Über die gemeinen Brüche.

α) Auflöſung unächter Brüche in gemiſchte Zahlen und das umgekehrte Verfahren 29

β) Reduktion der Brüche zur kleinſten Benennung 30

γ) Addition und Subtraktion der Brüche 32

δ) Multiplikation der Brüche 36

ε) Diviſion der Brüche 37

2. Über die Decimalbrüche.

Seite
α) Verwandlung gemeiner Brüche in zehntheilige und umgekehrt . . 39
β) Addition 40
γ) Subtraktion 41
δ) Multiplikation 42
ε) Abgekürzte Multiplikation 43
ζ) Diviſion 44
η) Abgekürzte Diviſion 45

3. Über die Kettenbrüche.

α) Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in Kettenbrüche 47
β) Verwandlung gegebener Kettenbrüche in gemeine mit Angabe aller Näherungswerthe, worunter auch die eingeſchalteten Brüche mitbegriffen ſind 49

Dritter Abſchnitt.

Die Kombinationslehre.

a) Über Permutationen 53
b) Über Kombinationen 54
Einige Bemerkungen über die Wahrſcheinlichkeitsrechnung . . . . . —

Vierter Abſchnitt.

Erſtes Kapitel.

A. Über die Potenzen der Monome 61
B. Von den eingliedrigen Wurzelgrößen.
a) Wenn die Exponenten nur ganze Zahlen ſind 62
b) Für jeden ganzen oder gebrochenen Exponenten 63
C. Mehrgliedrige Wurzelgrößen.
1) Addition und Subtraktion 68
2) Multiplikation 69
3) Diviſion 72
D. Rechnung mit imaginären Größen.
1) Addition und Subtraktion 76
2) Multiplikation . . . . —
3) Diviſion 79

Zweites Kapitel.

Das Binom 80
Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln aus beſtimmten Zahlen und mehrgliedrigen algebraiſchen Ausdrücken.

Seite
a) Ausziehung der Quadratwurzeln 85
b) Ausziehung der Kubikwurzeln 89

Fünfter Abſchnitt.

A. Reſolution und Reduktion benannter Zahlen 94
B. Addition benannter Zahlen 95
C. Subtraktion benannter Zahlen 96
D. Multiplikation benannter Zahlen 97
E. Diviſion benannter Zahlen 98

Sechster Abſchnitt.

Anwendung der Proportionen auf die Auflöſung verſchiedener Aufgaben.

I. Aufgaben über die einfache Regel-Detri 100
II. Aufgaben über die zuſammengeſetzte Regel-Detri, wozu auch die Kettenregel gehört 107
III. Aufgaben über die Theilregel 115

Siebenter Abſchnitt.

I. Aufgaben über die beſtimmten Gleichungen.

A. Einfache Gleichungen.
a) Mit einer unbekannten Größe 120
b) Mit mehreren unbekannten Größen 138
B. Gleichungen vom zweiten Grade.
α) Mit einer unbekannten Größe 158
Ausziehung der Quadratwurzel aus einem Binom von der Form $A \pm \sqrt{B}$ 162
β) Mit mehreren unbekannten Größen 164
II. Unbeſtimmte Aufgaben 173
Aufgaben für die Anwendung der Progreſſionen 181
Logarithmen 185
Vermiſchte Fragen 196

Anhang,

enthaltend vier Tabellen über die Vergleichung der vorzüglichſten Maße, Gewichte und Münzen mit den öſterreichiſchen und franzöſiſchen.

		Seite
I.	Tabelle der Längenmaße	203
II.	Tabelle der Körpermaße	208
III.	Tabellr der Gewichte	214
	Bemerkungen, die Münzen betreſſend	220
IV.	Tabelle der Münzen	224

Erſter Abſchnitt.

I. Rechnungsvortheile.

1. Multiplikation ganzer Zahlen.

(§. 40 und 41 der Alg.)

abc
1) 632748 × 157 *)
3163740
99341436

bac
2) 71329 × 415
285316
29601535

dcba
3) 465372 × 6431
1396116
1861488
2992807332

bca
4) 803749 × 481 = 386603269

ba
5) 532467 × 251
13311675
133649217

ab
6) 328457 × 253
8211425
83099621

a b
7) 295483 × 1125
36935375
332418375

b ac
8) 735982 × 12514
91997750
9210078748

a b c
9) 7365478 × 3117
22096434
81020258
22958194926

ca b d
10) 643728 × 311256
80466000
1931184
200364202368

*) Die Ordnung, in welcher wir multipliciren, werden wir immer durch die über die Ziffern des Multiplikators geſetzten Buchſtaben andeuten.

```
                      a bc d
11)  9347529   ×  1254118
     1168441125
        37390116
         102822819
     11722904374422

                        c  b a
12)   4376587    ×  125251
   109414675
  548171898337

13)  4756894    ×  996
     4737866424     1000—4

14)  37428936         ×  999700
     37417707319200      (10000—3) 100

15)  418719      ×  9975
     —10467975       10000—25
     4176722025

16)     4983716    ×  399
    1993486400         400—1
    1988502684

17)      83736407    ×  5990
    50241844200           (600—1).10
    501581077930

                      a b c
18)  52748364     ×  82496
     421986912
      1265960736
     4351529036544

                      a b  c
19)    6813907    ×  71128
     47697349
        74952977
     484659577096

                      a   b
20)   857036       ×  971067
      83132492
      832239377412

                      a  b c
21)   708924       ×  13912
      9216012
        64512084
      9862550688
```

22) 719854 × 834719 das Produkt ſoll von Millionen aufwärts beſtimmt werden.

917438
575883
21596
2879
503
7
6
600874 Mill.

23) 8316762 × 467092 das Produkt ſoll bei hundert Millionen abbrechen.

90764
33267
4990
582
7
38846 Hund. Mill.

24) 27854 × 80796 Man verlangt bloß die Ziffer der Hunderttauſende. Man ſuche alſo der Sicherheit wegen auch die Ziffer der Zehntauſende.

69708
32
50
50
16
48

48 Zehntauſende, alſo iſt 4 die Ziffer der Hunderttauſende, wegen 8 aber iſt der Fehler geringer, wenn man 5 h. t. ſetzt. Auf gewöhnliche Art multiplizirt erhält man aber wirklich vier Hunderttauſende.

25) 74894 × 18563 die Ziffer der Millionen wird verlangt. Dieſe iſt 0.

26) 793418 × 18765 Man verlangt die drei höchſten Ziffern des Produktes, und ſuche daher die vier höchſten Ziffern.

6781
794
635
55
4
1488

1488 Welchen Lokalwerth hat die 8 hier?

27) 89764 × 91807 Man verlangt die vier höchſten Zifferſtellen.

819
8079
90
71
8240

28) Wie heißt die Ziffer der Millionen im Produkte aus den Zahlen 4876 × 9348 × 7654?

29) Wie heißen die drei höchſten Zifferſtellen des Produktes aus den Zahlen 73819 × 5863 × 18309 × 789?

Welchen Lokalwerth hat die höchſte Ziffer des Produktes?

30) Man beſtimme das Produkt aus den Zahlen 87456 × 190713 × 917 × 89 von tauſend Millionen aufwärts.

31) 7609452 × 123369. Zur Beſtimmung des Produktes dürfen nur zwei Portialprodukte angeſchrieben werden.

32) 5730849 × 43086. Auch hier ſollen nur zwei Partialprodukte angeſetzt werden.

33) 3097465 × 428107. Hier wird es genügen, nur ein Partialprodukt anzuſchreiben, um das Hauptprodukt zu finden.

34) 427086743 × 4990297. Hier ſollen nur zwei Partialprodukte und dann ſogleich das Hauptprodukt angeſetzt werden.

35) 13587 × 5893. Wie heißen die vier höchſten Stellen des Produktes, und welchen Lokalwerth hat die Ziffer 6 im Produkte?

36) 837609 × 4728 × 5381. Wie heißt die Ziffer der hundert Millionen?

37) 837509 × 471856 × 7093. Dieſes Produkt ſoll von den Millionen aufwärts beſtimmt werden.

38) 476093458 × 25999225. Nur drei Zifferreihen ſind erforderlich.

39) 64790825 × 998919978. Nur zwei Zifferreihen ſind zur Beſtimmung des Hauptproduktes nöthig.

40) 73485 × 260943 × 27085. Wie heißt die Ziffer der Millionen?

41) 6437201354723 × 9997249925. Man ſoll höchſtens zwei Theilprodukte anſetzen.

42) 830729413 × 499554945. Die dritte Reihe Ziffern, welche angeſchrieben wird, ſoll das Hauptprodukt bezeichnen.

43) 62193048723 × 2517575525. Zur Beſtimmung des Hauptproduktes ſind nur drei Reihen Ziffern erforderlich, von welchen alſo die letzte Reihe das geſuchte Produkt ſelbſt ſeyn ſoll.

44) 473029138 × 79921999. Die zweite Reihe von Ziffern, welche angeſetzt wird, ſoll das geſuchte Produkt ſeyn.

45) Vom Produkte 8190937264 × 708934672 die Ziffer der Billionen zu beſtimmen.

2. Diviſion ganzer Zahlen.

(§. 42 und 43 der Alg.)

1) 736584 : 25
——— $\times 4$
$29463\frac{36}{100} = \frac{9}{25}$.

2) 357689 : 125
——— $\times 8$
$2861\frac{512}{1000} = \frac{64}{125}$.

3) 8569745 : 9 . 8
:9 ——— (8
952193
:8 ——— (1
119024 Quotus, der Reſt = 1 . 9 + 8 = 17.

4) 17594863 : 7 . 11 . 4
:7 ——— (6
2513551
:11 ——— (7
228504
:4 ——— (0
57126 Q., Reſt = (0 . 11 + 7) . 7 + 6 = 55.

5) 95476843 : 9 . 12 . 16
:9 ——— (1
10608538
:12 ——— (10
884044 R = (12 . 12 + 10) . 9 + 1 = 154 . 9 + 1 = 1387
:16 ——— (12
55252.

6) 89476357 : 11 . 25 . 70
:11 ——— (3
8134214
:25 ——— (14
325368 R = (8 . 25 + 14) . 11 + 3 = 214 . 11 + 3 = 2357
:70 ——— (8
$4648\frac{2357}{11 . 25 . 70}$.

7) 693754607 : 125 . 12 . 90
:125 ——— (107
5550036^{856}
:12 ——— (0
462503 R = (83 . 12 + 0) . 125 + 107 = 996 . 125 + 107
:90 ——— (83 = 124607
$5138\frac{124607}{125 . 12 . 90}$.

8) 4736818735 : 11 . 12 . 16 . 25 = ?

9) 512763908 : 30 . 47 . 61 = ?

```
                6
10)    813749|356 : 994
         4882|494
           29|292
             |174
            1|316
             |  6
       818661|322
             |994

                 7
11)         527|6304 : 9993
               |3689
            527|9993
            528|   0

              11
12)        4781|9765 : 9989
              5|2591
               |  55
              1|2411
               |  11
           4787|2422
               |9989

              25
13)       81372|9456 : 9975
            203|4300
               |5075
              1|8831
               |  25
          81576|8856
               |9975

                 4
14)      91748936|723 : 996.7
           366995|744
             1467|980
                5|868
                 | 20
                3|335
                 | 12
         92117406|347
    : 7            (3
         13159629 3335      R = 3.996 + 347 = 3335
                  996.7
```

```
            9
15)  2499|748984 : 999100
        2|2491
         |  18
     2501|9998
     2502|  784
         |9991.100

            2
16)  37654|832 : 998 × 991
        75|308
          |150
         1|290
          |  2

            9
        37|730 292/998
          |333
         1|063
          |  9      R = 998.72 + 292 = 72148
            72
        38 ---
           991
```

17) 874596352 : 91063   Man verlangt dieſen Quotienten als ganze Zahl. Dieſer hat vier Ziffern.

18) Im Quot. 9120754813 : 8324567   verlangt man die Stellen

795   = 1095   der Ganzen.

46

4

19) Im Quot. 74813719 : 89967   verlangt man die zwei höchſten

29   Stellen.

2   = 830, denn 8 hat hier den Lokalwerth 100.

20) Man ſuche die fünf höchſten Zifferſtellen im Quotienten

87349675483 : 9167 = 9528700.

48466

2631

798

65

1

21) Man ſuche die zwei höchſten Zifferſtellen im Quotienten

294,5837 : 9,0,83 = 320

22

4

22) Im Quotienten

473082796 : 8109 = 58340 ſuche man die Stellen der Ganzen.
67632
2760
327
3

23) Im Quotus

937094562 : (1976 × 508) ſollen die Ganzen beſtimmt werden.

24) Man beſtimme folgenden Quotienten als ganze Zahl:

730852496 : (997 × 125 × 37).

25) 37520489627 : 94508. Man ſuche die fünf höchſten Stellen des Quotienten.

26) 7346594867 : 9995 = ?

27) 438761731656 : 9998900 = ?

28) 6708109753200634 : 99975000 = ?

29) 853076928459 : 125 . 25 . 31 = ?

30) 942875603927 : 8 . 9970 . 11 . 25 . 93 = ?

31) 3780543429 4206862 : 473029138. Der Quntient ſoll beſtimmt werden, ohne Rückſicht auf den etwaigen Reſt.

32) Den Quotienten 769320845932745 : 99989 × 999975 und den etwaigen Reſt nach verſchiedenen Methoden zu beſtimmen.

33) Den Quotienten 357222674890610 : 537 × 735 × 89999 zu beſtimmen, und zwar nach zwei verſchiedenen Methoden.

34) Vom Quotienten 9765327809 : 109080705 ſollen die höchſten fünf Ziffern beſtimmt und der Lokalwerth der niedrigſten Stelle angegeben werden.

II. Die vier Rechnungsarten mit allgemeinen Größen.

1. Addition.

(§. 47 der Alg.)

1) $(A + B) + (C - D) = A + B + C - D.$

2) $(+ A) + (+ B) = A + B.$

3) $(+ A) + (- B) = A - B.$

4) $(- A) + (- B) = - A - B = - (A + B).$

5)
$$\left.\begin{array}{r} 12a - 3b + 5ab - 6x \\ 7a - 2b - 3ab + 4x \end{array}\right\} \text{Summanden.}$$
$$\overline{19a - 5b + 2ab - 2x}, \text{ Summe.}$$

$$\begin{array}{l} 6)\ 8ax + 3bx - 12abx - 20xy + 18ay - 3z \\ 5ax - 4bx - 6abx + 12xy + 10ay - 40 \\ 3ax + 6bx + 9abx + 8xy - 8ay + 5z \\ \hline 16ax + 5.bx - 9abx + 20ay + 2z - 40 \end{array} \left.\right\} \text{Summanden.}$$

die Summe.

$$\begin{array}{l} 7)\ 40a^2 - 80ab + 40b^2 - 12.a^2b^2 + mx - 15 \\ 12a^2 + 50ab - 20.b^2 - 8a^2b^2 - nx + 24 \\ -25a^2 + 25ab - 12b^2 + 16a^2b^2 - 2mx - 8 \\ -18a^2 - 5ab + 6b^2 + 6a^2b^2 + 3nx - 1 \\ \hline 9a^2 - 10ab + 14.b^2 + 2a^2b^2 + (m - n - 2m + 3n)x = \\ = 9a^2 - 10ab + 14.b^2 + 2a^2b^2 + (2n - m)x. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8)\ max^2 - na^p + 8a^2x^2 - 12ax^m - 40x^n y^m \\ -nax^2 + ma^p - 6a^2x^2 + 8ax^m + 24x^n y^m \\ \hline (m-n)ax^2 + (m-n)a^p + 2a^2x^2 - 4ax^m - 16x^n y^m. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9)\ a^m - b^n + p.a^m b^n + mx^3y + nx^2y^2 - 12xy^2z^2 \\ na^m + 2b^n - q.a^m b^n + 2mx^3y - mx^2y^2 + 18xy^2 \\ \hline (n+1)a^m + b^n + (p-q)a^m b^n + 3mx^3y + (n-m)x^2y^2 \\ \qquad + (18 - 12z^2)xy^2 = \\ = (n+1)a^m + b^n - (q-p)a^m b^n + 3mx^3y - (m-n)x^2y^2 \\ \qquad + (18 - 12z^2)xy^2. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10)\ (m+n)a^n - ma^{n-1}x + na^{n-2}x^2 - (m-n)ax^n + mx^m \\ (3m-n)a^n + ma^{n-1}x - 2ma^{n-2}x^2 - (2n-3m)ax^n - mx^n \\ \hline 4m.a^n + (n-2m)a^{n-2}x^2 - (n-2m)ax^n + m(x^m - x^n) = \\ = 4m.a^n - (2m-n)a^{n-2}x^2 + (2m-n)ax^n + m(x^m - x^n). \end{array}$$

2. Subtraktion.

(§. 48 der Alg.)

1) $a - (+b) = a - b.$

2) $a - (-b) = a + b.$

3) $M - (a - b) = M - a + b.$

4) $M - (a + b - c - d + e) = M - a - b + c + d - e.$

5) $M - (\pm S) = M \mp S.$

$$\begin{array}{lcccccccl} 6)\ 5a & -4b & +12ab & -14a^2 & -6ax^2 & +9by & +18 & & \text{Min.} \\ -(3a & +6b & +6ab & -9a^2 & +4ax^2 & +4by & +14) & & \text{Subt.} \\ \ - & - & - & + & - & - & - & & \\ \hline 2a & -10.b & +6ab & -5a^2 & -10.ax^2 & +5by & +4 & & \text{Rest.} \end{array}$$

7) $24.a + 12ab - 15.bx - 24.abx + 8mx^2 - 8y$ Min.
$-(20.a - 8ab + 9bx - 27.abx + 5mx^2 - 8y)$ Subt.
$- \quad + \quad - \quad + \quad - \quad +$
$4.a + 20ab - 24bx + 3abx + 3mx^2$ Reſt.

8) $8.mn^2 - 7m^2n + 3mn - 24my + 18.y^2 - 13z - 7$ Min.
$3mn^2 + 5m^2n + 4mn + 6my + 17y^2 + 4z^2 - 7$ Subt.
$5mn^2 - 12m^2n - mn - 30my + y^2 - 13z - 4z^2$ Reſt.

9) $mx^3 - nx^2y + pxy^2 - qx^2y^2 + 14y^3$ Min.
$nx^3 + 2nx^2y - qxy^2 - qx^2y^2 - 6y^3 + 4vz - z^2$ Subt.
$(m-n)x^3 - 3nx^2y + (p+q)xy^2 + 20y^3 - 4yz + z^2$ Reſt.

10) $7.a + 3b - 5c - 6d + 9.bc + 12cd - 24$ Min.
$7.a + 2b - 5c - 5d - 3.bc + 12cd - 15 + z - 3z^2$ Subt.
$b - d + 12.bc - 9 - z + 3z^2 =$ Reſt.

11) $a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = 4ab.$

12) $2a - 3ab + 5b - (a - 3b) - (2b - 3a + 2ab)$
$= 4a - 5ab + 6b.$

13) $-7a + 3b - 4c - (a - b) - (-12a + 3b - 4c) = 4a + b.$

14) $20 - 3x + 4x^2 - 5x^3 - (1 - 2x + x^2) - (3 - 2x - 4x^3)$
$= 16 + x + 3x^2 - x^3.$

15) $\alpha x^n - \beta x^{n-r} y^p + \gamma x^{n-2r} y^{p+q}$
$- [\beta x^n - \alpha x^{n-r} y^p + \gamma x^{n-2r} y^{p+q}] = ?$

16) $4x - 3y - (6a - 8y) = ?$

17) $a - 2b - (3a - 5b) - (-2a + 7b - c) = ?$

18) $3a - 4b + 2c - (a - 3b + 2c) - (-a + 2b - 5c) = ?$

19) $3 - 5x + 7x^2 - 9x^3 - (1 + 2x + x^2) - (2 - 7x + 10x^2 - 8x^3) = ?$

20) $x^5 - 3x^4 - 7x^3 + 5x^2 + 3x - 8$
$- [8x^4] - 3x^2 - 13 - (x^5 - 3x^3 + 7x - 8)] = ?$

3. Multiplikation.

(§§. 50—54 der Alg.)

1) $A \times B \times C \times D = ABCD.$

2) $A.B = AB = BA.$

3) $A.B.C = AB.C = AC.B = BA.C = BC.A = CA.B$
$= CB.A$

4) $(\pm A) \times (+B) = \pm AB.$

5) $(\pm A) \times (-B) = \mp AB.$

6) $A^m . A^n = A^{m+n}.$

7) $A^m . A^n . A^p . A^q \ldots = A^{m+n+p+q+\ldots}$

8) $8a \times 5b = 40ab.$

9) $347a \times 25x = 8675ax.$

10) $-a \times -b \times -c = ab \times -c = -abc.$

11) $-a \times -b \times -c \times -d = +ab \times cd = abcd.$

12) $-a \times -b \times -c \times -d \times -e = abcd \times -e = -abcde.$

13) $9ab \times -6mx = -54abmx.$

14) $7a \times -6b \times 4c = -42ab \cdot 4c = -168abc.$

15) $9a \times -7b \times 11c \times -25d = -63ab \times -275cd$
$= 17325abcd.$

16) $a \times a = a^2 = a^{1+1}.$

17) $a \times a \times a = a^3 = a^{1+1+1}.$

18) $a^2 \cdot a^2 = a^4 = a^{2+2}.$

19) $a^2 \cdot a^3 \cdot a^5 = a^{2+3+5} = a^{10}.$

20) $a^4 \times -a^3 \times a^5 = -a^{12}.$

21) $a^3 b^2 \cdot a^5 b^7 = a^8 b^9.$

22) $a^4 b^3 \cdot a^2 b^2 c^3 = a^6 b^5 c^3.$

23) $a^5 b^3 c^2 \cdot b^2 c^3 \cdot a c^4 = a^6 b^5 c^9.$

24) $4a^m b^n \cdot 5a^{2m} b^m = 20a^{3m} b^{n+m}.$

25) $12a^n b^{m-n} \cdot 8a^2 b^{3n-m} = 96a^{n+2} b^{2n}.$

26) $14a^n b^m \times -7a^{3n} b^{m-n} \times 328a^{m-2n} b^{n-m} = -32144a^{m+2n} b^m.$

27) $-5a^3 b^n \times 6a^n c^3 \times -8ab^2 c^3 \times 7b^{2n-1} cy$
$= 1680a^{n+4} b^{3n+1} c^7 y.$

28) $(a+b+c) \cdot d = ad + bd + cd.$

29) $(3a-2b+5c) \cdot 4a = 12a^2 - 8ab + 20ac.$

30) $(4a+3b-7c) \times -5m = -20am - 15bm + 35cm.$

31) $(a^2 - 2ab + b^2) \times 2ab = 2a^3 b - 4a^2 b^2 + 2ab^3.$

32) $(1 + 2x - x^2 + 3x^3) \times -4x = -4x - 8x^2 + 4x^3 - 12x^4.$

33) $(a+b-c)(m-n) = am + bm - cm - an - bn + cn.$

34) $(3a - 2b + 5c)(2a - 3b - 2c) = 6a^2 - 13ab + 4ac$
$+ 6b^2 - 11 \cdot bc - 10c^2.$

35) $(a+b)(a+b) = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$

36) $(a-b)(a-b) = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$

37) $(a^2 + 2ab + b^2)(a^2 - 2ab + b^2) = (a+b)^2 (a-b)^2 =$
$= [(a+b)(a-b)]^2 = (a^2 - b^2)^2 = a^4 - 2a^2 b^2 + b^4.$

38) $(3a - 5b + 7c)(2a + 3b - 2d) = 6a^2 - ab - 15b^2$
$+ 14ac - 6ad + 21bc + 10bd - 14cd.$

39) $(3 - 2x + x^2)(1 + x - 2x^2) = 3 + x - 7x^2 + 5x^3 - 2x^4.$

40) $(4 + 3x - 2x^2 + x^3 - 5x^4)(2 - x - 3x^2) = 8 + 2x$
$- 19x^2 - 5x^3 - 5x^4 + 2x^5 + 15x^6.$

41) $(1 + x - x^5 - x^6)(1 - x + x^2 - x^3 + x^4) = 1 - x^{10}.$

42) $(4 - 4x + x^2)(8 - 12x + 6x^2 - x^3) = 32 - 80x$
$+ 80x^2 - 40x^3 + 10x^4 - x^5.$

43) $(x^2 + 2x - 1)(2x^2 - 3x + 1)(x - 3) = ?$

44) $(2x^3 - 3x^2y - xy^2 + 4y^3)(x^2 - 4xy + 3y^2) = ?$

45) $(a + b + c)(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a)$
$= 2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4.$

46) $(3a - 4m + 3n - 2x)(2a - 3n + x)(2m - n - x)$
$\times (a + n + x) = ?$

47) $(x-1)(x-2)(x-4)(x+1)(x+2)(x+3)(2x-1) =$
$= 2x^7 - 3x^6 - 33x^5 + 27x^4 + 123x^3 - 72x^2$
$- 92x + 48.$

48) $(x^n - 3x^{n-1}y^r + 5x^{n-2}y^{2r} - 7x^{n-3}y^{3r} + 9x^{n-4}y^{4r})$
$(x^{n+3} - 2x^{n+2}y^{n-r} + 4x^{n+1}y^{n-2r} - 6x^n y^{n-3r}) = ?$

49) $(a^5v^4 + 3a^2v^{10} + a^7 - 7a^4v^6 - 5v^{14} - 5a^3v^8 - 2a^6v^2 - 7av^{12})$
$(a^3 - 2v^6 + 5a^1v^4 - 3a^2v^2) = ?$

50) $(2 - 3x - 4x^2 + 2x^3)^2 . (1 + x - 3x^2 - 4x^3) = ?$

51) Man beſtimme das zehnte und vierzehnte Glied im Produkte
$(x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5)(x^9 - 9x^8y + 36x^7y^2 -$
$- 84x^6y^3 + 126x^5y^4 - 126x^4y^5 + 84x^3y^6 - 36x^2y^7 + 9xy^8 - y^9).$

52) Man verlangt bloß das vierte, ſechste und achte Glied des Produktes
$(1 - 3u^2 + 5u^4 - 7u^6 + 9u^8 - 11u^{10} + 13u^{12})$
$(2 + 4u^2 - 6u^4 - 8u^6 + 10u^8).$

53) Wie heißt das ſiebente Glied im Produkte
$(m^9 - m^8n + m^7n^2 - m^6n^3 + m^5n^4 - m^4n^5 + m^3n^6 - m^2n^7$
$+ mn^8 - n^9)(m + n)?$

54) Man verlangt bloß das neunte und zwölfte Glied im Produkte
$(3 - 2x + 5x^2 - 2x^3 - x^4 + 3x^5 - 2x^6 + 5x^7)^2?$

55) Wie heißt das fünfte, ſiebente und neunte Glied im Produkte
$(a^n - 3a^{n-2}b + 2a^{n-4}b^2 + 5a^{n-6}b^3 - 4a^{n-8}b^4 - 2a^{n-10}b^5) \times$
$(a^{12-n} - 5a^{10-n}b^{n-4} - 3a^{8-n}b^{n-3} + 4a^{6-n}b^{n-2} + 3a^{4-n}b^{n-1})?$

56) Man beſtimme die vier letzten (höchſten) Glieder im Produkte
$(7 + 3x - 4x^2 - 5x^3 + 3x^4 - 2x^5)(3 - 2x - 4x^2 - 5x^3 - 6x^4)$
$(1 + 3x)$.

57) Man ſuche die fünf höchſten Glieder des Produktes
$(1 - x^2 - x^4 - x^6 - x^8)^2 (1 + x + 2x^3 + 4x^5 + x^7)$.

58) Man ſuche das vierte, ſiebente und neunte Glied des Produktes
$(u^7 + u^6 + u^5 + u^4 + u^3 + u^2 + u + 1)(u^7 - u^6 + u^5 - u^4 + u^3 - u^2)$.

59) Man ſuche die vier letzten Glieder des Produktes
$(a^4 - 2a^3x^2 - 5a^2x^4 + 3ax^6 - 2x^8)^2 (a^3 - 3a^2x^2 + 3ax^4 - x^6)^2$.

60) Man ſuche das achte, neunte und zehnte Glied des Produktes
$(3 - 2x - 5x^2 + 7x^3 - 3x^4 + 4x^5)^3$.

4. Diviſion.

(§. 55 bis 58 der Alg.)

1) $a : a = 1$. 2) $a : 1 = a$.

3) $a : b = \frac{a}{b}$. 4) $-a : b = -\frac{a}{b}$.

5) $a : -b = -\frac{a}{b}$. 6) $-a : -b = \frac{a}{b}$.

7) $\pm a : b = \pm \frac{a}{b}$. 8) $\pm a : -b = \mp \frac{a}{b}$.

9) $\pm a : \pm b = \frac{a}{b}$. 10) $\pm a : \mp b = -\frac{a}{b}$.

11) $am : m = \frac{am}{m} = a$. 12) $abcm : amn = \frac{abcm}{amn} = \frac{bc}{n}$.

13) $24ab : 8a = 3b$. 14) $36amx : 15an = \frac{12mx}{5n}$.

15) $= -48abcde : 8befg = -\frac{6acd}{fg}$.

16) $126aabbbcd : -6abbde = -\frac{21abc}{e}$.

17) $-144aabcccxy : -60abbccxx = \frac{12acy}{5bx}$.

18) $a^m : a^n = a^{m-n}$.

19) $a^7 : a^4 = a^{7-4} = a^3$.

20) $a^6b^5c^3 : a^4b^4c = a^{6-4}b^{5-4}c^{3-1} = a^2bc^2$.

21) $48a^5c^8x^4y^3 : 6a^3c^6y^2 = 8a^{5-3}c^{8-6}x^4y^{3-2} = 8a^2c^2x^4y$.

22) $a^n : a^n = a^{n-n} = a^n = 1$.

23) $a^4 : a^4 = 1 = a^{4-4} = a^0$.

24) $a^n : a^{2n} = a^{n-2n} = a^{-n}$ oder $\frac{a^n}{a^{2n}} = \frac{1 \,.\, a^n}{a^n \,.\, a^n} = \frac{1}{a^n}$, nämlich $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, folglich auch $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.

25) $a^{-n}\, b^m = \frac{b^m}{a^n}$.

26) $a^m b^n c^p : a^n b^n c^q = a^{m-n} b^{n-n} c^{p-q} = a^{m-n} b^0 c^{p-q} = a^{m-n} c^{p-q}$.

27) $135\, a^{2m} b^4 x^n : 45\, a^m b^6 x^2 = 3\, a^{2m-m} b^{4-6} x^{n-2} = \frac{3\, a^m x^{n-2}}{b^2}$.

28) $96\, a^{m+2} b^{3n} c^{10} : -\, 12\, a^m b^{2n+1} c^8 = -\, 8\, a^2 b^{n-1} c^2$.

29) $-\, 726\, a^{m-n} b^{n-2} c^{m+n} : 6\, a^{m-3r}\, b^{n-3} c^{m+n+3} = -\, \frac{121\, a^{2n} b}{c^3}$.

30) $8^3\, a^{p+2} b^{n-2} x^r : 8^4\, a^{p+1} b^{n-3} x^{3r} = \frac{a\,b}{8\, x^{2r}}$.

31) $a^m : a^{-n} = a^{m-(-n)} = a^{m+n}$, denn $a^{m+n} a^{-n} = a^m$. Alſo iſt $\frac{a^m}{a^{-n}} = a^m \,.\, a^n$, eben ſo $\frac{a^m}{x^{-n}} = a^m \,.\, x^n$, und umgekehrt $a^m x^n = \frac{a^m}{x^{-n}}$; folglich allgemein $\frac{a^m}{x^{\pm n}} = a^m \,.\, x^{\mp n}$, oder $a^m \,.\, x^{\mp n} = \frac{a^m}{x^{\pm n}}$.

32) $12 : 3^{-2} = 12 \,.\, 3^{+2} = 12 \,.\, 9 = 108$.

33) $24^{-2} : 12^{-2} = 24^{-2} \,.\, 12^{+2} = \frac{12^2}{24^2} = \frac{12 \,.\, 12}{24 \,.\, 24} = \frac{1}{4}$.

34) $x^{-n} : a^{-m} = \frac{x^{-n}}{a^{-m}} = x^{-n} a^m = \frac{a^m}{x^n}$.

35) $6^{-2} : 2^{-3} = \frac{6^{-2}}{2^{-3}} = \frac{2^3}{6^2} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

36) $(a + b - c) : m = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} - \frac{c}{m}$.

37) $(24\, a\, b - 18\, b\, c + 30\, a\, c) : 6\, a = 4\, b - \frac{3\, b\, c}{a} + 5\, c$.

38) $(40\, a^4 + 32\, a^3 x - 48\, a^2 x^2 - 16\, a\, x^3) : 8\, a\, x$
$= \frac{5\, a^3}{x} + 4\, a^2 - 6\, a\, x - 2\, x^2$.

39) $[50\, a^m - 45\, a^n x^p - 30\, a^4 x^m] : 10\, a^m x^p = \frac{5}{x^p} - \frac{9}{2}\, a^{n-m}$
$-\, 3\, a^{4-m} x^{m-p}$.

40) $[72\, a^3 b^2 - 60\, a^4 c^5 + 48\, a\, b^2 c^3 - 84\, b^6 c^4 - 96\, a^3 b^4 c^2 + 36\, c^6]$
$: -\, 12\, a^2 b^3 c$.
$\frac{-\, 6\, a}{b\, c} + \frac{5\, a^2 c^4}{b^3} - \frac{4 \,.\, c^2}{a\, b} + \frac{7\, b^3 c^3}{a^2} + 8\, a\, b\, c - \frac{3 \,.\, c^5}{a^2\, b^3}$
$= -\, 6\, a\, b^{-1} c^{-1} + 5\, a^2 b^{-3} c^4 - 4\, a^{-1} b^{-1} c^2 + 7\, a^{-2} b^3 c^3$
$+\, 8\, a\, b\, c - 3\, a^{-2} b^{-3} c^5$.

41) $(am - an) : (m - n) = a.$

42) $[mx - nx - my + ny] : (m - n) = x - y.$

43) $[ad + bd - cd - ae - be + ce] : (d - e) = a + b - c.$

44) $[6a^2 - 9ab + 8ax + 6bx - 8x^2] : [2a - 3b + 4x] = 3a - 2x.$

45) $[2a^2 - an + 3ax - 3n^2 - 2nx + x^2] : [2a - 3n + x]$
$= a + n + x.$

46) $[6a^2 - 8am - 3an - ax + 12mn - 9n^2 + 9nx - 4mx - 2x^2]$
$: [3a - 4m + 3n - 2x] = 2a - 3n + x.$

47) $[a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5] : [a^2 - 2ab + b^2]$
$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$

48) $[64x^6 - 192x^5y + 240x^4y^2 - 160x^3y^3 + 60x^2y^4 - 12xy^5 + y^6]$
$: [16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4] = 4x^2 - 4xy + y^2.$

49) $[16x^6 + 7x^4 - 2x^2 - 1] : [4x^3 + 3x^2 + 2x + 1] =$
$= 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1.$

50) $[1 - 3x + 3x^2 - x^3 + 4x^4 - 12x^5 + 4x^6 - 4x^7 + 34x^8$
$- 46x^9 - 12x^{10} + 20x^{11} + 11x^{12} - 9x^{13} - 45x^{14} + 55x^{15}]$
$: [1 - 3x + 5x^2 - 7x^3 + 9x^4 - 11x^5] =$
$= 1 - 2x^2 + 5x^4 - 3x^6 + 4x^8 - 5x^{10}].$

51) $[64x^{12} - 576x^{10}y + 2160x^8y^2 - 4320x^6y^3 + 4860x^4y^4$
$- 2916x^2y^5 + 729y^6] : [16x^8 - 96x^6y + 216x^4y^2$
$- 216x^2y^3 + 81y^4] = 4x^4 - 12x^2y + 9y^2.$

52) $(x^7 - y^7) : (x - y) = x^6 + x^5y + x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 + xy^5 + y^6.$

53) $(x^7 + y^7) : (x + y) = x^6 - x^5y + x^4y^2 - x^3y^3 + x^2y^4 - xy^5 + y^6.$

54) $(64x^6 - 1) : (32x^5 - 16x^4 + 8x^3 - 4x^2 + 2x - 1) = 2x + 1.$

55) $[a^{m+4}x^{m-2} + a^{m+2}x^m - a^m x^{m+2} - a^{m-2}x^{m+4}] : [a^m x - a^{m-1}x^2$
$+ a^{m-2}x^3 - a^{m-3}x^4] = a^4x^{m-3} + a^3x^{m-2} + a^2x^{m-1} + ax^m.$

56) $[1728a^{m-5}b^{2n+3}c^{2p+3} - 1152a^{m-3}b^{2n+2}c^{2p+2}$
$+ 624a^{m-1}b^{2n+1}c^{2p+1} - 320a^{m+1}b^{2n}c^{2p} + 52a^{m+3}b^{2n-1}c^{2p-1}$
$- 8a^{m+5}b^{2n-2}c^{2p-2} + a^{m+7}b^{2n-3}c^{2p-3}] : [216a^{m-6}b^{n+3}c^{p+3}$
$- 36a^{m-4}b^{n+2}c^{p+2} + 6a^{m-2}b^{n+1}c^{p+1} - a^m b^n c^p]$
$= 8ab^nc^p - 4a^3b^{n-1}c^{p-1} + 2a^5b^{n-2}c^{p-2} - a^7b^{n-3}c^{p-3}.$

57) $[3a^{m+3}b^{n-1}c^{2p+4}d^{2q-4} - a^{m+2}b^n c^{2p+2}d^{2q-2} + 2a^{m+1}b^{n+1}c^{2p}d^{2q}$
$- 2a^m b^{n+2}c^{2p-2}d^{2q+2} - a^{m-1}b^{n+3}c^{2p-4}d^{2q+4}$
$- a^{m-2}b^{n+4}c^{2p-6}d^{2q+6}] : [3a^3b^{-1}c^{p+4}d^{q-4} + 2a^2c^{p+2}d^{q-2}$
$+ abc^pd^q] = a^m b^n c^p d^q - a^{m-1}b^{n+1}c^{p-2}d^{q+2}$
$+ a^{m-2}b^{n+2}c^{p-4}d^{q+4} - a^{m-3}b^{n+3}e^{p-6}d^{q+6}.$

58) $\frac{1}{1-x} = 1 : (1 - x) = 1 + \frac{x}{1-x},$

oder durch fortgeſetzte Diviſion:

$$= 1 + x + \frac{x^2}{1 - x},$$

$$= 1 + x + x^2 + \frac{x^3}{1 - x},$$

$$= 1 + x + x^2 + x^3 + \frac{x^4}{1 - x},$$

$$= 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \ldots + x^{n-2} + x^{n-1} + \frac{x^n}{1 - x}.$$

$$59)\quad \frac{1}{1 + x} = 1 : (1 + x) = 1 - \frac{x}{1 + x},$$

oder durch fortgeſetzte Diviſion:

$$= 1 - x + \frac{x^2}{1 + x},$$

$$= 1 - x + x^2 - \frac{x^3}{1 + x},$$

$$= 1 - x + x^2 - x^3 + \frac{x^4}{x + x},$$

$$= 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \ldots \pm x^{n-2} \mp x^{n-1} \pm \frac{x^n}{1 + x},$$

wo x^n poſitiv oder negativ iſt, je nachdem n gerade oder ungerade iſt.

$$60)\quad \frac{1 - x}{1 + x} = 1 + \frac{2x}{1 - x},$$

oder durch fortgeſetzte Diviſion:

$$= 1 + 2x + \frac{2x^2}{1 - x},$$

$$= 1 + 2x + 2x^2 + \frac{2x^3}{1 - x},$$

$$= 1 + 2x + 2x^2 + 2x^3 + \frac{2x^4}{1 - x},$$

$$= 1 + 2x + 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 + 2x^5 + \ldots$$

$$\ldots + 2x^{n-1} + \frac{2x^n}{1 - x}.$$

$$61)\quad \frac{1 - x}{1 + x} = 1 - \frac{2x}{1 + x},$$

und durch fortgeſetzte Diviſion:

$$= 1 - 2x + \frac{2x^2}{1 + x},$$

$$= 1 - 2x + 2x^2 - \frac{2x^3}{1 + x},$$

$$= 1 - 2x + 2x^2 - 2x^3 + \frac{2x^4}{1 + x},$$

$$= 1 - 2x + 2x^2 - 2x^3 + \ldots$$

$$\ldots \pm 2x^{n-2} \mp 2x^{n-1} \pm \frac{2x^n}{1 + x},$$

wo der Reſt poſitiv oder negativ iſt, je nachdem n gerade oder ungerade iſt.

$$62)\ 1 : (1 - 2x + x^2) = \frac{1}{(1-x)^2} = (1-x)^{-2}$$
$$= 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + \ldots + (n-2)x^{n-3}$$
$$+ (n-1)x^{n-2} + nx^{n-1} + \frac{(n+1)x^n - nx^{n+1}}{1 - 2x + x^2}.$$

$$63)\ 1 : (1 + 2x + x^2) = \frac{1}{(1+x)^2} = (1+x)^{-2} = 1 - \frac{2x + x^2}{1 + 2x + x^2}$$
$$= 1 - 2x + \frac{3x^2 + 2x^2}{1 + 2x + x^2}$$
$$= 1 - 2x + 3x^2 - \frac{4x^3 + 3x^4}{1 + 2x + x^2}$$
$$= 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \frac{5x^4 + 4x^5}{1 + 2x + x^2}$$
$$= 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - \frac{6x^5 + 5x^6}{1 + 2x + x^2}$$
$$= 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - 6x^5 + \ldots$$
$$\pm (n-2)x^{n-3} \mp (n-1)x^{n-2} \pm nx^{n-1} \mp \frac{(n+1)x^n + nx^{n+1}}{1 + 2x + x^2}$$

$$64)\ 1 : (1 - 3x + 3x^2 - x^3) = \frac{1}{(1-x)^3} = (1-x)^{-3}$$
$$= 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + 15x^4 + 21x^5 + 28x^6 + 36x^7 + \ldots$$
$$+ \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}x^{n-3} + \frac{n(n-1)}{1.2}x^{n-2} + \frac{(n+1)n}{1.2}x^{n-1}$$
$$+ \frac{\frac{(n+1)(n+2)}{1.2}x^n - n(n+2)x^{n+1} + \frac{n(n+1)}{1.2}x^{n+2}}{1 - 3x + 3x^2 - x^3}.$$

$$65)\ 1 : (1 + 3x + 3x^2 + x^3) = \frac{1}{(1+x)^3} = (1+x)^{-3} = 1 - 3x$$
$$+ 6x^2 - 10x^3 + 15x^4 - 21x^5 + 28x^6 - 36x^7 + \ldots$$
$$\pm \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}x^{n-3} \mp \frac{n(n-1)}{1.2}x^{n-2} \pm \frac{(n+1)n}{1.2}x^{n-1}$$
$$\mp \frac{\frac{(n+1)(n+2)}{1.2}x^n + n(n+2)x^{n+1} + \frac{n(n+1)}{1.2}x^{n+2}}{1 + 3x + 3x^2 + 3x^3},$$

wo der Reſt negativ oder poſitiv iſt, je nachdem n ungerade oder gerade iſt.

$$66)\ \frac{a^{10} - x^{10}}{a - x} = ? \quad \frac{a^{10} - x^{10}}{a + x} = ? \quad \frac{a^{10} - x^{10}}{a^2 - x^2} = ?$$

67) $\frac{v^7 + 1}{v + 1} = ?$; $\frac{v^7 + 1}{v - 1} = ?$; $\frac{v^8 + 1}{v + 1} = ?$

68) $(x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 2x - 21) : (x - 3) = ?$

69) $(x^5 - 16x^3 - 84x^2 + 173x + 110) : (x - 5) = ?$

70) $(x^4 - 3x^3 - 28x^2 + 5x + 20) : (x + 4) = ?$

71) $(x^7 - 6x^5 + 1520x^3 + 50x^2 + 7x - 8) : (x + 6) = ?$

72) $(w^6 - 8w^4 + 5w^3 - 7w - 13) : (w - 2) = ?$

73) $(u^6 - 12u^5 + 60u^4 - 160u^3 + 240u^2 - 53u + 48) : (u - 1) = ?$

74) $(w^{14} - v^{14}) : (w^7 - 2w^6 + 2w^5 - 2w^4 + 2w^3 - 2w^2 + 2w - 1) = ?$

75) $(x^{8n} - y^{8n}) : (x^{5n} - x^{4n} y^r + x^n y^{4r} - y^{5r}) = ?$

76) $\frac{a}{1 + 2a} = ?$; $\frac{a}{1 - 2a} = ?$

77) $(24ab^2 - 14a^2 b - 7b^3 + 15a^3) : (3a - b) = ?$

78) $(a^{2n} + 2a^n b^{2r} + b^{4r} - c^{2p}) : (a^n + b^{2r} + c^p) = ?$

79) $\frac{(6ax - 9bx + 3c^2 x + 14a^2 - 21ab + 5ac^2 + 3bc^2 - c^4)}{-3x - 7a + c^2} = ?$

80) $\frac{(688a^3 b^2 + 741b^5 + 183a^4 b + 631ab^4 + 9a^5 - 2476a^2 b^3}{(26ab - 57b^2 + 3a^2)} = ?$

III. Zerlegung in Faktoren.

(§. 71 bis 74 der Alg.)

1) $ab - ac + ad = a(b - c + d)$.

2) $6ab + 15ac - 12ad - 9ae = 3a(2b + 5c - 4d - 3e)$.

3) $12a^2 x^3 - 30a^3 x^2 + 18ax^4 - 42a^4 x$
$= 6ax(2ax^2 - 5a^2 x + 3x^3 - 7a^3)$.

4) $15a^2 x^2 - 30a^2 x^3 + 105a^2 x^4 - 75a^2 x^5$
$= 15a^2 x^2 (1 - 2x + 7x^2 - 5x^3)$.

5) $-42a^3 x^2 z - 14a^2 x^3 z^2 + 28a^4 x^3 z$
$= -14a^2 x^2 z(3a + xz - 2a^2 x)$.

6) $-44ax^n + 286a^2 x^{n+1} - 66a^3 x^{n+2}$
$= -22ax^n (2 - 13ax + 3a^2 x^2)$.

7) $x^{m+n} y^m - x^{2n} y^{m+n} - x^n y^{2m} = x^n y^m (x^m - x^n y^n - y^m)$.

8) $x^m y^n + x^{m-2} y^{n+2} + x^{m-4} y^{n+4} = x^m y^n (1 + x^{-2} y^2 + x^{-4} y^4)$
$= x^m y^n \left(1 + \frac{y^2}{x^2} + \frac{y^4}{x^4}\right)$.

9) $a^2 - ax + x^2 = a^2 (1 - a^{-1} x + a^{-2} x^2) = a^2 \left(1 - \frac{x}{a} + \frac{x^2}{a^2}\right)$.

10) $4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)(2x - 3y) = (2x - 3y)^2$.

11) $x^4 y^2 - x^2 y^4 = x^2 y^2 (x^2 - y^2) = x^2 y^2 (x + y)(x - y)$.
12) $x^2 + 11 xy + 28 y^2 = (x + 7y)(x + 4y)$.
13) $4x^2 - 2xy - 12y^2 = 2(2x + 3y)(x - 2y)$.
14) $6a^2 - 11an + 3n^2 = (3a - n)(2a - 3n)$.
15) $a^2 - 6an - 72n^2 = (a - 12n)(a + 6n)$.
16) $84 m^3 n^2 - 175 m^2 n^3 + 84 m n^4 = 7 m n^2 (4m - 3n)(3m - 4n)$.
17) $12an^4x^5 + 24a^2n^3x^4 - 36a^3n^2x^3 = 3 . 4 . an^2x^3 (nx + 3a)(nx - a)$.
18) $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$.
19) $x^2 - 10x + 24 = (x - 4)(x - 6)$.
20) $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$.
21) $3x^2 + 7x - 6 = (3x - 2)(x + 3)$.
22) $6 - 5x - x^2 = (1 - x)(6 + x)$.
23) $12 - 4x - 3x^2 + x^3 = (2 + x)(2 - x)(3 - x)$.
24) $x^3 - 13x^2 + 54x - 72 = (x - 3)(x - 4)(x - 6)$.
25) $x^4 - 151 x^2 + 102 x + 4752 = (x + 6)(x - 8)(x - 9)(x + 11)$.
26) $2x^4 - 33x^3 + 775x - 1500 = (2x - 5)(x + 5)(x - 4)(x - 15)$.
27) $x^5 - 25x^4 + 54x^3 + 1940x^2 - 5000x - 48000$
$= (x - 10)(x + 5)(x - 16)(x + 6)(x - 10)$.
28) $x^6 - 1 = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$
$= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)$.
29) $x^{10} - 1 = (x^5 + 1)(x^5 - 1)$
$= (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)(x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$.
30) $x^{12} - 2^{12} = (x^6 + 2^6)(x^6 - 2^6) = (x^6 + 2^6)(x^3 + 2^3)(x^3 - 2^3)$
$= (x^6 + 2^6)(x + 2)(x^2 - 2x + 2^2)(x - 2)(x^2 + 2x + 2^2)$.
31) $36a^3b + 18a^2b^2 - 108ab^3 = ?$
32) $18ax^4 + 12a^2x^3 - 54a^3x^2 - 36a^4x = ?$
33) $286a^2x^{n+1} - 220ax^n - 66a^3x^{n+2} = ?$
34) $a^{2m+n}b^m - 2a^{m+n}b^{2m} + a^nb^{3m} = ?$
35) $a^2 + 11ax^n + 28x^{2n} = ?$
36) $12ab^4c^5 + 24a^2b^3c^4 - 36a^3b^2c^3 = ?$
37) $x^{2n+6} - 16x^{2n+3} + 64x^{2n} - 6x^{n+6} + 96x^{n+3} - 384x^n$
$+ 9x^6 - 144x^3 + 576 = ?$
38) $a^{6n+2} - a^{6n}x^2 - 2a^{5n+2}x^n + 2a^{5n}x^{n+2} + a^{4n+2}x^{2n} - a^{4n}x^{2n+2}$
$- a^{2n+2}x^{4n} + a^{2n}x^{4n+2} + 2a^{n+2}x^{5n} - 2a^nx^{5n+2} - a^2x^{6n} + x^{6n+2} = ?$
39) $3a^{n+1} - 6a^{n+2r+1} + 3a^{n+4r+1} = ?$
40) $2u^{12} - 26u^{10} + 78u^8 - 46u^6 - 80u^4 + 72u^2 = ?$
41) $x^2 + 2ax + a^2 - b^2 = ?$
42) $a^3 - 8x^3 = ?$

43) $1 - 27x^3 = ?$
44) $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab = ?$
45) $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab = ?$
46) $c^2 - a^2 - b^2 - 2ab = ?$
47) $c^2 - a^2 - b^2 + 2ab = ?$
48) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - ac^2 - bc^2 = ?$
49) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - ac^2 + bc^2 = ?$
50) $a^2 - 3ab + ac + 2b^2 - 2bc = ?$

IV. Beſtimmung der einfachen und zuſammengeſetzten Diviſoren einer gegebenen Größe.

(§. 75 der Alg.)

1) Von der Zahl 60060 ſind die

einfachen	zuſammengeſetzten Faktoren:
13	
11	143.
7	91, 77, 1001.
5	65, 55, 715, 35, 455, 385, 5005.
3	39, 33, 429, 21, 273, 231, 3003, 15, 195, 165, 2145, 105, 1365, 1155, 15015.
2	26, 22, 286, 14, 182, 154, 2002, 10, 130, 110, 1430, 70, 910, 770, 10010, 6, 78, 66, 858, 42, 546, 462, 6006, 30, 390, 330, 4290, 210, 2730, 2310, 30030.
2	4, 52, 44, 572, 28, 364, 308, 4004, 20, 260, 220, 2860, 140, 1820, 1540, 20020, 12, 156, 132, 1716, 84, 1092, 924, 12012, 60, 780, 660, 8580, 420, 5460, 4620, 60060.

2) Die Größe $455a^2bx^3$ hat folgende

einfache	zuſammengeſetzte Diviſoren:
13	
7	91.
5	65, 35, 455.
a	13a, 7a, 91a, 5a, 65a, 35a, 455a.
a	a^2, $13a^2$, $7a^2$, $91a^2$, $5a^2$, $65a^2$, $35a^2$, $455a^2$.

einfache	zuſammengeſetzte Diviſoren:
b	$13b, 7b, 91b, 5b, 65b, 35b, 455b.$
	$ab, 13ab, 7ab, 91ab, 5ab, 65ab, 35ab, 455ab,$
	$a^2b, 13a^2b, 7a^2b, 91a^2b, 5a^2b, 65a^2b, 35a^2b, 455a^2b.$
x	$13x, 7x, 91x, 5x, 65x, 35x, 455x, ax, 13ax, 7ax,$
	$91ax, 5ax, 65ax, 35ax, 455ax, a^2x, 13a^2x, 7a^2x,$
	$91a^2x, 5a^2x, 65a^2x, 35a^2x, 455a^2x, bx, 13bx, 7bx,$
	$91bx, 5bx, 65bx, 35bx, 455bx, abx, 13abx, 7abx,$
	$91abx, 5abx, 65abx, 35abx, 455abx, a^2bx, 13a^2bx,$
	$7a^2bx, 91a^2bx, 5a^2bx, 65a^2bx, 35a^2bx, 455a^2bx.$
x	$x^2, 13x^2, 7x^2, 91x^2, 5x^2, 65x^2, 35x^2, 455x^2, ax^2,$
	$13ax^2, 7ax^2, 91ax^2, 5ax^2, 65ax^2, 35ax^2, 455ax^2,$
	$a^2x^2, 13a^2x^2, 7a^2x^2, 91a^2x^2, 5a^2x^2, 65a^2x^2, 35a^2x^2,$
	$455a^2x^2, bx^2, 13bx^2, 7bx^2, 91bx^2, 5bx^2, 65bx^2,$
	$35bx^2, 455bx^2, abx^2, 13abx^2, 7abx^2, 91abx^2\ 5abx^2,$
	$65abx^2, 35abx^2, 455abx^2, a^2bx^2, 13a^2bx^2, 7a^2bx^2,$
	$91a^2bx^2, 5a^2bx^2, 65a^2bx^2, 35a^2bx^2, 455a^2bx^2.$
x	$x^3, 13x^3, 7x^3, 91x^3, 5x^3, 65x^3, 35x^3, 455x^3, ax^3,$
	$13ax^3, 7ax^3, 91ax^3, 5ax^3, 65ax^3, 35ax^3, 455ax^3,$
	$a^2x^3, 13a^2x^3, 7a^2x^3, 91a^2x^3, 5a^2x^3, 65a^2x^3, 35a^2x^3,$
	$455a^2x^3, bx^3, 13bx^3, 7bx^3, 91bx^3, 5bx^3, 65bx^3,$
	$35bx^3, 455bx^3, abx^3, 13abx^3, 7abx^3, 91abx^3, 5abx^3,$
	$65abx^3, 35abx^3, 455abx^3, a^2bx^3, 13a^2bx^3, 7a^2bx^3,$
	$91e^2bx^3, 5a^2bx^3, 65a^2bx^3, 35a^2bx^3, 455a^2bx^3.$

3) Die Größe $54x - 60x^3 + 6x^5$ hat folgende

einfache	zuſammengeſetzte Faktoren:
3	
2	6
x	$3x, 2x, 6x.$
$(1+x)$	$3(1+x), 2(1+x), 6(1+x), x(1+x), 3x(1+x),$
	$2x(1+x), 6x(1+x).$
$(1-x)$	$3(1-x), 2(1-x), 6(1-x), x(1-x), 3x(1-x),$
	$2x(1-x), 6x(1-x), (1-x^2), 3(1-x^2), 2(1-x^2),$
	$6(1-x^2), x(1-x^2), 3x(1-x^2), 2x(1-x^2), 6x(1-x^2).$

einfache	zuſammengeſetzte Faktoren:
$(3+x)$	$3(3+x)$, $2(3+x)$, $6(3+x)$, $x(3+x)$, $3x(3+x)$, $2x(3+x)$, $6x(3+x)$, $(3+4x+x^2)$, $3(3+4x+x^2)$, $2(3+4x+x^2)$, $6(3+4x+x^2)$, $x(3+4x+x^2)$, $3x(3+4x+x^2)$, $2x(3+4x+x^2)$, $6x(3+4x+x^2)$, $(3-2x-x^2)$, $3(3-2x-x^2)$, $2(3-2x-x^2)$, $6(3-2x-x^2)$, $x(3-2x-x^2)$, $3x(3-2x-x^2)$, $2x(3-2x-x^2)$, $6x(3-2x-x^2)$, $(3+x-3x^2-x^3)$, $3(3+x-3x^2-x^3)$, $2(3+x-3x^2-x^3)$, $6(3+x-3x^2-x^3)$, $x(3+x-3x^2-x^3)$, $3x(3+x-3x^2-x^3)$, $2x(3+x-3x^2-x^3)$, $6x(3+x-3x^2-x^3)$.
$(3-x)$	$3(3-x)$, $2(3-x)$, $6(3-x)$, $x(3-x)$, $3x(3-x)$, $2x(3-x)$, $6x(3-x)$, $(3+2x-x^2)$, $3(3+2x-x^2)$, $2(3+2x-x^2)$, $6(3+2x-x^2)$, $x(3+2x-x^2)$, $3x(3+2x-x^2)$, $2x(3+2x-x^2)$, $6x(3+2x-x^2)$, $(3-4x+x^2)$, $3(3-4x+x^2)$, $2(3-4x+x^2)$, $6(3-4x+x^2)$, $x(3-4x+x^2)$, $3x(3-4x+x^2)$, $2x(3-4x+x^2)$, $6x(3-4x+x^2)$, $(3-x-3x^2+x^3)$, $3(3-x-3x^2+x^3)$, $2(3-x-3x^2+x^3)$, $6(3-x-3x^2+x^3)$, $x(3-x-3x^2+x^3)$, $3x(3-x-3x^2+x^3)$, $2x(3-x-3x^2+x^3)$, $6x(3-x-3x^2+x^3)$, $(9-x^2)$, $3(9-x^2)$, $2(9-x^2)$, $6(9-x^2)$, $x(9-x^2)$, $3x(9-x^2)$, $2x(9-x^2)$, $6x(9-x^2)$, $(9+9x-x^2-x^3)$, $3(9+9x-x^2-x^3)$, $2(9+9x-x^2-x^3)$, $6(9+9x-x^2-x^3)$, $x(9+9x-x^2-x^3)$, $3x(9+9x-x^2-x^3)$, $2x(9+9x-x^2-x^3)$, $6x(9+9x-x^2-x^3)$, $(9-9x-x^2+x^3)$, $3(9-9x-x^2+x^3)$, $2(9-9x-x^2+x^3)$, $6(9-9x-x^2+x^3)$, $x(9-9x-x^2+x^3)$, $3x(9-9x-x^2+x^3)$, $2x(9-9x-x^2+x^3)$, $6x(9-9x-x^2-x^3)$, $(9-10x^2+x^4)$, $3(9-10x^2+x^4)$, $2(9-10x^2+x^4)$, $6(9-10x^2+x^4)$, $x(9-10x^2+x^4)$, $3x(9-10x^2+x^4)$, $2x(9-10x^2+x^4)$, $6x(9-10x^2+x^4)$.

Man ſuche noch die einfachen und zuſammengeſetzten Diviſoren von folgenden Größen:

4) $24x^5 + 24x^4 - 1224x^3 - 2040x^2 + 8400x$.

5) $a^3 - (a-1)a^2x - (a+1)ax^2 + (a-1)x^3 + x^4$.

6) $25x^4 - 75x^3 - 1500x^2 + 5600x$.

7) $90x^2 - 30xy - 18x + 6y$.

8) $90av + 30av^2 - 90av^3 - 30av^4$.

9) $60a^2 - 30ab - 90b^2$.

10) $2a^n x^{r-2} + a^{n-1} x^{r-1} - 6a^{n-2} x^r$.

11) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$.

12) $6x^{n+1}y^2 - 6x^n y^2 - 96x^{n-1}y^2 + 24x^{n-2}y^2 + 288x^{n-3}y^2$.

V. Beſtimmung des größten gemeinſchaftlichen Maßes zweier oder mehrerer Größen.

(§. 76 bis 79 der Alg.)

1) Das gr. gem. Maß von 40157 und 188429 iſt 3089.

2) » » » » » 34727 und 35629 iſt 451.

3) » » » » » 74003 und 177263 iſt 1721.

4) » » » » » 3031720 und 7503507 iſt 75793.

5) » » » » » 114157 und 367457 iſt 1.

6) » » » » » 400031 und 259183 iſt 1.

7) » » » » » 5007132655 und 41363 iſt 2177.

8) » » » » » 30889158711 und 17617 iſt 79.

9) » » » » » 16854184213545 und 40129 iſt 40129.

10) » » » » » 3959332623 und 62609 iſt 1.

11) » » » » » $185a^3b^2c$ und $407a^5b^2c^3$ iſt $37a^3b^2c$.

12) » » » » » $221a^7b^4x^3y^2$, $2041a^4b^6x^2z$ und $65a^6b^3x^3$ iſt $13a^4b^3x^2$.

13) Man ſuche das größte gemeinſchaftliche Maß zu den Größen

$A = 36a^6b^2 - 18a^5b^2 - 27a^4b^2 + 9a^3b^2$ und

$B = 27a^5b^2 - 18a^4b^2 - 9a^3b^2$.

Auf den erſten Blick bemerkt man ſchon, daß beide Polynome A und B den Faktor $9a^3b^2$ gemeinſchaftlich haben, welchen man ſich

unterdeſſen notirt. Die beiden Größen A und B kürze man durch jenen gemeinſchaftlichen Faktor ab, ſo ſteht dann die Rechnung alſo:

		$4a + 2 = Q'$
$A^1 = 4a^3 - 2a^2 - 3a + 1$	$B^1 = 3a^2 - 2a - 1$	
$\times 3$	$3a^2 - 3a$	$3a + 1 = Q''$
$3A^1 = 12a^3 - 6a^2 - 9a + 3$	$- \quad +$	
$12a^3 - 8a^2 - 4a$		
$- \quad + \quad +$	$= \quad a - 1$	
	$a - 1$	
$= \quad 2a^2 - 5a + 3$	$- \quad +$	
$\times 3$		
$6a^2 - 15a + 9$	$= \quad =$	
$6a^2 - 4a - 2$		
$- \quad + \quad +$		
$= -11a + 11$		
$: -11$		
$a - 1 = R^1$		

folglich iſt $9a^3b^2(a-1)$ das gr. gem. Maß von A und B.

14) Man ſuche das größte gemeinſchaftliche Maß der Größen

$A = 3a^5x + 8a^4x^2 + 8a^3x^3 + 4a^2x^4 + ax^5$ und

$B = a^6x + a^5x^2 - a^2x^5 - ax^6$.

Die Größen A und B haben den Faktor ax gemeinſchaftlich, alſo muß dieſer auch ein Faktor des größten gemeinſchaftlichen Maßes ſeyn. Dividirt man beide Größen durch dieſen Faktor, ſo erhält man:

$$A' = 3a^4 + 8a^3x + 8a^2x^2 + 4ax^3 + x^4$$
$$\times 4$$
$$12a^4 + 32a^3x + 32a^2x^2 + 16ax^3 + 4x^4$$
$$12a^4 + 21a^3x + 6a^2x^2 - 3ax^3$$
$$- \quad - \quad - \quad +$$
$$= \quad 11a^3x + 26a^2x^2 + 19ax^3 + 4x^4$$
$$: x$$
$$11a^3 + 26a^2x + 19ax^2 + 4x^3$$
$$\times 4$$
$$44a^3 + 104a^2x + 76ax^2 + 16x^3$$
$$44a^3 + 77a^2x + 22ax^2 - 11x^3$$
$$- \quad - \quad - \quad +$$
$$= \quad 27a^2x + 54ax^2 + 27x^3$$
$$: 27x$$
$$R'' = a^2 + 2ax + x^2$$

und

$$B' = a^5 + a^4x - ax^4 - x^5$$
$$\times 3$$
$$3a^5 + 3a^4x - 3ax^4 - 3x^5$$
$$3a^5 + 8a^4x + 8a^3x^2 + 4a^2x^3 + ax^4$$
$$- \quad - \quad - \quad - \quad -$$
$$-5a^4x - 8a^3x^2 - 4a^2x^3 - 4ax^4 - 3x^5$$
$$\times 3$$
$$-15a^4x - 24a^3x^2 - 12a^2x^3 - 12ax^4 - 9x^5$$
$$-15a^4x - 40a^3x^2 - 40a^2x^3 - 20ax^4 - 5x^5$$
$$+ \quad + \quad + \quad + \quad +$$
$$= \quad 16a^3x^2 + 28a^2x^3 + 8ax^4 - 4x^5$$
$$: 4x^2$$
$$R' = 4a^3 + 7a^2x + 2ax^2 - x^3$$
$$4a^3 + 8a^2x + 4ax^2$$
$$- \quad - \quad -$$
$$= \quad -a^2x - 2ax^2 - x^3$$
$$: -x$$
$$a^2 + 2ax + x^2$$
$$a^2 + 2ax + x^2$$
$$- \quad - \quad -$$
$$R'' = 0 \quad = \quad =$$

$$a - 5x = Q'$$
$$3a + 11 = Q''$$
$$4a + 1 = Q'''$$

Folglich iſt $ax(a^2 + 2ax + x^2)$ das größte gemeinſchaftliche Maß der gegebenen Größen A und B.

15) Zu den Größen $(a^{11}b^2c^2 + 2a^9b^3c^3 + 2a^7b^4c^4 + 2a^5b^5c^5 + a^3b^6c^6)$ und $(a^7b^2c^2 + 2a^5b^3c^3 + a^3b^4c^4)$ iſt $a^3b^2c^2(a^4 + 2a^2bc + b^2c^2)$ das größte gemeinſchaftliche Maß.

16) Zu $(4x^9y^{-1} + 7x^8 + 9x^7y + 9x^6y^2 + 9x^5y^3 + 9x^4y^4 + 9x^3y^5 + 5x^2y^6 + 2xy^7)$ und $(4x^6y^{-2} - x^5y^{-1} + 3x^4 - 3x^3y + 3x^2y^2 + xy^3 + 2y^4)$ iſt das größte gem. Maß $= 4x^2y^{-3} + 3xy^{-1} + 2$.

17) Zu $(a^4 + 2a^3b + 2a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 + a^3c + a^2bc + ab^2c + b^3c)$ und $(a^5 + b^5 + a^4c - a^3bc + a^2b^2c - ab^3c + b^4c)$ iſt $(a + b + c)$ das größte gem. Maß.

18) Zu $[4(c + d)x^4 + (4a + 4b + 3c + 3d)x^3 + (3a + 3b + 2c + 2d)x^2 + (2a + 2b + c + d)x + (a + b)]$ und $[4(c + d)x^4 + (4a + 4b - 3c - 3d)x^3 - (3a + 3b + 2c + 2d)x^2 - (2a + 2b + c + d)x - (a + b)]$ iſt $[(c + d)x + (a + b)]$ das größte gem. Maß.

19) Die Größen $(x^6 + 2x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3)$ und $(x^6 - 8x^4 - 8x^2 - 9)$ haben $(x^5 - 3x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 3)$ zum größten gem. Maße.

20) Zu den Größen $[3x^{2n} - 2x^{2n-2}y^{m-1}(5y - 3) + x^{2n-4}y^{m-2}(7y^3 - 5y^{m+1} - 3) - x^{2n-6}y^{m-3}(9y^5 - 7y^{m+3} - 5y^{m+1} + 3) - x^{2n-8}y^{2m-3}(9y^4 + 7y^2 - 5) + x^{2n-10}y^{2m-2}(9y^2 - 7) + 9x^{2n-12}y^{2m-1}]$ und $[3x^{n+1} - x^{n-1}y(5y^{m-1} - 3) + 2x^{n-3}y^2(y^{m-1} - 3) + 8x^{n-5}y^{m+2} - 23x^{n-7}y^{m+3} + 18x^{n-9}y^{m+4}]$ iſt $[3x^n - 5x^{n-2}y^m + 7x^{n-4}y^{m+1} - 9x^{n-6}y^{m+2}]$ das größte gem. Maß.

21) Zu den Zahlen 170842 und 12186 das größte gemeinſchaftliche Maß zu ſuchen.

22) Zu 4494945 und 8347755 das größte gem. Maß zu ſuchen.

23) Zu 7398, 5976 und 8334 das größte gem. Maß zu ſuchen.

24) Zu $132a^4b^3c^2$ und $165a^3c^4d^2$ das größte gem. Maß aufzufinden.

25) Zu $52a^{3n}b^{r+2}x^5$, $286a^{2n}b^rx^4y^3$ und $390a^nb^{r+1}x^2z$ das größte gem. Maß zu beſtimmen.

26) Zu den Größen $(x^6 - 1)$ und $(x^5 + x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 2)$ das größte gem. Maß zu ſuchen.

27) Man ſuche das größte gemeinſchaftliche Maß zu den Größen $ax^4 - (2a - b)x^3 + (3a - 2b - 2)x^2 + (3b + 4)x - 6$ und $a^2x^4 - b^2x^2 + 4bx - 4$.

28) Zu $3a^3 - 3a^2(b - 3) - 2ab^3(a - b + 3)x - (4ab^6 + 12b^6 - 4b^7)x^2$ und $(2ab + 6b - 2b^2)x^2 - (a^2 - b^2 + 3a + 3b)x + a^2 + 3a - ab$ das größte gemeinſchaftliche Maß zu ſuchen.

29) Zu $12 - 18x - 26x^2 + 4x^3 - 2x^4 + 30x^5$ und $30x - 15x^2 + 5x^3 - 10x^4 - 10x^5 + 25x^6$ das größte gem. Maß zu ſuchen.

30) Zu $a^7 + a^5x^2 + a^4x^3 + a^3x^4 + a^2x^5 + x^7$ und $a^7 + a^6x - ax^6 - x^7$ das größte gem. Maß zu ſuchen.

VI. Beſtimmung des kleinſten gemeinſchaftlichen Dividends für zwei oder mehrere gegebene Größen.

(§. 80 der Alg.)

1) Zu den Zahlen 12, 15, 18, 20, 24, 33, 54, 66, 72, 90, 198 und 792 iſt 11880 der kleinſte gemeinſchaftliche Dividend.

2) Zu den Zahlen 39, 48, 65, 84, 91, 105, 192, 169, 1001, 420, 60, 52, 78 und 143 iſt 12492480 das kleinſte gemeinſchaftliche Vielfache.

3) Zu den Zahlen 275, 85, 51, 25, 561, 102, 935, 1530, 75, 100 und 748 iſt 168300 das kleinſte gemeinſchaftliche Vielfache.

4) Zu den Größen $209a^3b^2x^4$, $95a^5b^4x^7$, $55a^4x^8$, $57b^3x^4$, $165ab^2y^3$, $399a^2y^4$, $627x^6y^6$ und $9a^2b^3x^7y^3$ iſt $65835a^5b^4x^8y^6$ der kleinſte gemeinſchaftliche Dividend.

5) Zu den Größen $24a^mb^nx^4$, $60a^{2m}x^3$, $45b^{n-2}x^5$, $36x^2y^4$, $30a^{m-3}b^{n+2}x^3$ und $72a^{2m-4}xy^3z^2$ iſt $360a^{3m}b^{n+2}x^5y^4z^2$ das kleinſte gemeinſchaftliche Vielfache.

6) Zu den Größen $87a^{m+n}b^{n-p}$, $75a^mx^rz^3$, $319b^{2n}x^{r-3}$, $275x^{2r}y^4$, $725a^{m-n}b^{2n+p-1}z^4$ und $145a^{n-2}b^px^{r+2}y^5z^8$ iſt $23925a^{m+n}b^{2n+p-1}x^{2r}y^5z^8$ das kleinſte gemeinſchaftliche Vielfache, wenn $r > 2$ iſt.

7) Zu den Größen $(x^2 - 2x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 2x + 1)$ und $(x^2 + 2x - 3)$ iſt $(x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + x + 3) = (x^2 - 1)^2(x + 3)$ das kleinſte gemeinſchaftliche Vielfache.

8) Zu den Größen $(x^2 + 2x - 15)$, $(x^2 - 5x + 6)$, $(x^2 + 3x - 10)$ und $(x^3 - 3x^2 - 4x + 12)$ iſt $(x^4 + 2x^3 - 19x^2 - 8x + 60) = (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 5)$ der kleinſte gemeinſchaftliche Dividend.

9) Zu den Größen $(3x^3 - 30x^2 + 72x)$, $(12x^6 - 30x^5 - 102x^4 + 84x^3 + 144x^2)$, $(2x^2 - 15x + 18)$ und $(2x^3 - 10x^2 - 12x)$ iſt das kleinſte gemeinſchaftliche Vielfache $= 12x^7 - 102x^6 + 78x^5$

$+ 696x^4 - 360x^3 - 864x^2$
$= 6x^2(x+1)(x+2)(x-4)(x-6)(2x-3)$.

10) Das Polynom $36x^8 - 481x^6 + 1466x^4 - 481x^2 + 36$ iſt der kleinſte gemeinſchaftliche Dividend für die Größen $(4x^2 - 1)$, $(2x^2 - 5x + 2)$, $(3x^2 + 7x + 2)$, $(x^2 + x - 6)$, $(3x^2 - 10x + 3)$, $(x^3 + 2x^2 - 9x - 18)$, $(x^2 - 4)$ und $(x^2 + 5x + 6)$.

11) Das Binom $(x^{10} - 1)$ iſt das kleinſte gemeinſchaftliche Vielfache der Größen $(x^2 - 1)$, $(x^5 - 1)$, $(x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 1)$, $(x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1)$, $(x^5 + 1)$, $(x - 1)$ und $(x^6 + x^5 - x - 1)$.

12) Ferner iſt $(x^{4n} - 2x^{2n} + 1)$ der kleinſte gemeinſchaftliche Dividend zu den Größen $(x^n - 1)$, $(x^{3n} + x^{2n} - x^n - 1)$, $(x^n + 1)$, $(x^{3n} - x^{2n} - x^n + 1)$, $(x^{2n} - 1)$ und $(x^{2n} + 2x^n + 1)$.

13) Endlich iſt $(x^6 - 64)$ der kleinſte gemeinſchaftliche Dividend für die Größen $(x^4 + 4x^2 + 16)$, $(x^2 - 2x + 4)$, $(x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 16x - 32)$, $(x^3 + 8)$, $(x^4 - 2x^3 + 8x - 16)$, $(x^4 + 2x^3 - 8x - 16)$, $(x - 2)$, $(x^2 - 4)$, $(x^5 + 2x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 16x + 32)$ und $(x + 2)$.

14) Man ſuche das kleinſte gemeinſchaftliche Vielfache für die Größen $(2x^4 + 3x^3 - 12x^2 + 36x - 35)$ und $(6x^3 - 5x^2 + 15x + 14)$.

Zweiter Abschnitt.

Über die Lehre von den Brüchen.

---

1. Über die gemeinen Brüche.

α) Auflösung unechter Brüche in gemiſchte Zahlen, und das umgekehrte Verfahren.

(§. 86 der Alg.)

1) $\frac{17}{7} = 2\frac{3}{7}$.

2) $\frac{135}{19} = 7\frac{2}{19}$.

3) $\frac{314}{37} = 8\frac{18}{37}$.

4) $\frac{2913}{187} = 15\frac{108}{187}$.

5) $\frac{3729}{902} = 4\frac{121}{902}$.

6) $\frac{73419}{125} = 587\frac{44}{125}$.

7) $\frac{815764}{997} = 818\frac{218}{997}$.

8) $\frac{5764378}{10945} = 526\frac{7308}{10945}$.

9) $\frac{a^2 n + m^2}{a n} = a + \frac{m^2}{a n}$.

10) $\frac{m^4 - 2 m^2 n + 3 a^2}{m^2} = m^2 - 2 n + \frac{3 a^2}{m^2}$.

11) $\frac{x^2 - 2 x + 5}{x - 1} = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$.

12) $\frac{x^2 + 2 x - 7}{x + 3} = x - 1 - \frac{4}{x + 3}$.

13) $\frac{a^3 - 3 a^2 x + 4 a x^2 - 3 x^3}{a^2 - 2 a x + x^2} = a - x + \frac{a x^2 - 2 x^3}{a^2 - 2 a x + x^2}$.

14) $\frac{a^6 - 1}{a^4 - 1} = a^2 + \frac{a^2 - 1}{a^6 - 1}$.

15) $\frac{6x^5 - 11x^4 - 9x^3 + 22x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 2x - 1} = 2x^3 - 5x^2 + x + 5$
$+ \frac{-6x + 3}{3x^2 + 2x - 1} = 2x^3 - 5x^2 + x + 5 - \frac{6x - 3}{3x^2 + 2x - 1}$.

16) $13\frac{5}{7} = \frac{96}{7}$.

17) $247\frac{3}{8} = \frac{1979}{8}$.

18) $4367\frac{19}{25} = \frac{109194}{25}$.

19) $8364\frac{73}{998} = \frac{8347345}{998}$.

20) $673418\frac{10}{11} = \frac{7407608}{11}$.

21) $a - x + \frac{x^2}{a + x} = \frac{a^2}{a + x}$.

22) $1 - 2x + x^2 + \frac{1 - x^4}{1 + 2x + x^2} = \frac{2 - 2x^2}{1 + 2x + x^2}$.

23) $am(a + m) - \frac{a^4 m + a m^4}{a^2 + 2am + m^2} = \frac{3a^2 m^2 (a + m)}{(a + m)(a + m)} = \frac{3a^2 m^2}{a + m}$.

24) $a - m + n + \frac{am^2 + a^2 m - an^2 - a^2 n + mn^2 + m^2 n}{a^2 - m^2 + n^2} =$
$= \frac{a^3 + m^3 + n^3}{a^2 - m^2 + n^2}$.

β) Reduktion der Brüche zur kleinſten Benennung.

(§. 87, 4., der Alg.)

1) $\frac{91}{143} = \frac{7}{11}$.

2) $\frac{15543}{16171} = \frac{99}{103}$.

3) $\frac{761127}{382395} = \frac{6857}{3445}$.

4) $\frac{210375}{235125} = \frac{17}{19}$.

5) $\frac{44023}{99484} = \frac{331}{748}$.

6) $\frac{53077}{212308} = \frac{1}{4}$.

7) $\frac{57 \cdot a^4 x^7 z^2}{209\, a^5 x^4 z^2} = \frac{3x^3}{11a}$.

8) $\dfrac{493\, a^{m-2}\, b^{3n}\, c^{p+4}}{2291\, a^{m-3}\, b^{3n+2}\, c^4} = \dfrac{17\, a\, c^p}{79\, b^2}$.

9) $\dfrac{10387\, a^{2m+n}\, b^{p-3}\, c^{2q}\, x^{4n}}{10829\, a^{m+n}\, b^p\, c^{q-2}\, y^3} = \dfrac{47\, a^m\, c^{q+2}\, x^{4n}}{49\, b^3\, y^3}$.

10) $\dfrac{a\, x^3 - a^4}{2\, a\, m + 3\, a\, n} = \dfrac{x^3 - a^3}{2\, m + 3\, n}$.

11) $\dfrac{42\, a^3 - 30\, a^2\, m}{35\, a\, m^2 - 25\, m^3} = \dfrac{6\, a^2}{5\, m^2}$.

12) $\dfrac{156\, a^3\, b^2 - 104\, a^2\, b^3}{351\, a^2\, b\, x - 234\, a\, b^2\, x} = \dfrac{4\, a\, b}{9\, x}$.

13) $\dfrac{7\, a^3\, x + 7\, a\, x^3}{a^4 - x^4} = \dfrac{7\, a\, x}{a^2 - x^2}$.

14) $\dfrac{64\, m^2 - 64\, n^2}{8\, m^2\, n - 8\, m\, n^2} = \dfrac{8\,(m + n)}{m\, n}$.

15) $\dfrac{a^2 - 2\, a + 1}{a^2 - 1} = \dfrac{a - 1}{a + 1}$.

16) $\dfrac{a^4 - x^4}{(a + x)^2} = \dfrac{a^3 - a^2\, x + a\, x^2 - x^3}{a + x}$.

17) $\dfrac{3\, a^2 - 4\, a\, y + y^2}{3\, a^2 + 5\, a\, y - 2\, y^2} = \dfrac{a - y}{a + 2\, y}$.

18) $\dfrac{2\, n^2 + 5\, n - 3}{n^3 + 2\, n^2 - 4\, n - 3} = \dfrac{2\, n - 1}{n^2 - n - 1}$.

19) $\dfrac{817\, a^4\, x^3\,(a^2 - x^2)\,(1 + x)}{2033\, a^7\, x^2\,(a - x)\,(1 - x^2)} = \dfrac{43\, x\,(a + x)}{107\, a^3\,(1 - x)}$.

20) $\dfrac{x^4 + 4\, x^3 - 23\, x^2 - 54\, x + 72}{3\, x^5 + 6\, x^4 - 57\, x^3 - 96\, x^2 + 144\, x} = \dfrac{x + 6}{3\, x\,(x + 4)}$.

21) $\dfrac{a^n\, b^5\, x^m\,(1 - x^6)\,(1 + x)^4\,(x - 2)}{a^{n-4}\, b^3\, x^{2m+3}\,(1 + x^3)\,(1 + x)^6\,(x^2 - 4)} = \dfrac{a^4\, b^2\,(1 - x^3)}{x^{m+3}\,(1 + x)^2\,(x + 2)}$.

22) $\dfrac{(x^{2n} - 2x^n + 1)(m^{10} - n^{10})}{(x^{2n} - 1)(m^5 + n^5)\,(m - n)} = \dfrac{(x^n - 1)(m^4 + m^3 n + m^2 n^2 + m n^3 + n^4)}{(x^n + 1)}$.

23) $\dfrac{a^m\, x^n + a^m\, x^{n+m}\, y^2 + a^m\, x^{n+2m}\, y^4}{a^2\, x^{n-2}\, y^m + a^2\, x^{m+n-2}\, y^{m+2} + a^2\, x^{2m+n-2}\, y^{m+4}} = \dfrac{a^{m-2}\, x^2}{y^m}$.

24) $\dfrac{a^4\, m^8\, n - a^3\, m^6\, n^4 + a^2\, m^4\, n^6}{a^3\, m^6\, n^3 - a^2\, m^4\, n^6 + a\, m^2\, n^8} = \dfrac{a\, m^2}{n^2}$.

25) $\dfrac{(a^2 + ax + a + ay + xy + y)\,(a^{10} + a^8 y^2 + a^6 y^4 + a^4 y^6 + a^2 y^8 + y^{10})}{(a^{12} - y^{12})\,(a^2 + 2\, a\, x + x^2 - 1)}$

$$= \frac{1}{(a - y)\,(a + x - 1)}.$$

26) $\frac{2x^3 - x^2 - 2ax + a}{x^4 - a^2} = ?$

27) $\frac{2x^3 - 3x^2 + 2x - 3}{x^4 - 1} = ?$

28) $\frac{x^3 - ax^2}{x^2 - 5ax + 4a^2} = ?$

29) $\frac{2x^3 + 5x^2 - 12x}{7x^3 + 25x^2 - 12x} = ?$

30) $\frac{ax^m - bx^{m+1}}{a^2x - b^2x^3} = ?$

31) $\frac{ac + bd - ad - bc}{3ac - 3bc - 4ad + 4bd} = ?$

32) $\frac{a^3 - 3a^2x + 3ax^2 - x^3 - ay^2 + xy^2}{2a^2x^2 + 2a^2y^2 + 2x^2y^2 - a^4 - x^4 - y^4} = ?$

γ) Addition und Subtraktion der Brüche.

(§. 89 und 90 der Alg.)

1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$.

2) $\frac{10}{83} + \frac{15}{83} + \frac{28}{83} + \frac{43}{83} = \frac{96}{83} = 1\frac{13}{83}$.

3) $\frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{49}{30} = 1\frac{19}{30}$.

4) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$.

5) $\frac{7}{9} + \frac{1}{6} + \frac{5}{8} + \frac{11}{15} + \frac{17}{20} = \frac{227}{72} = 3\frac{11}{72}$.

6) $4\frac{3}{7} + 6\frac{9}{10} + 8\frac{9}{14} + \frac{13}{21} + 10\frac{29}{35} + \frac{37}{42} = 32\frac{3}{10}$.

7) $\frac{5}{9} - \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$.

8) $7\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = 7\frac{1}{4}$.

9) $4\frac{5}{6} - \frac{7}{8} = 3\frac{23}{24}$.

10) $13\frac{6}{7} - 8 = 5\frac{6}{7}$.

11) $8\frac{4}{5} - 3\frac{3}{5} = 5\frac{1}{5}$.

12) $7\frac{5}{8} - 4\frac{7}{9} = 2\frac{61}{72}$.

13) $(45\frac{3}{8} + 13\frac{5}{6} + 10\frac{2}{3} + 20\frac{7}{12}) - (30\frac{4}{9} + 15\frac{7}{8} + 24\frac{1}{6}) = 19\frac{35}{36}$.

14) $\frac{m}{a} + \frac{n}{a} = \frac{m+n}{a}$.

15) $\frac{a}{a+x} + \frac{b}{a+x} + \frac{2a}{a+x} + \frac{3b-a}{a+x} = \frac{2a+4b}{a+x}$.

16) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$.

17) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{adf + bcf + bde}{bdf}$.

18) $\frac{a}{m} + \frac{2b}{n} + \frac{a+bn}{mn} + \frac{3a+b}{2m} = \frac{5an+2a+4bm+3bn}{2mn}$.

19) $\frac{a}{m} - \frac{b}{n} + \frac{c}{d} = \frac{adn - bdm + cmn}{mnd}$.

20) $\frac{a}{m} - \frac{b}{n} + \frac{c}{p} - \frac{d}{q} = \frac{anpq - bmpq + cmnq - dmnp}{mnpq}$.

21) $\frac{1}{a-1} - \frac{3}{a-2} = \frac{1-2a}{(a-1)(a-2)}$.

22) $\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} = \frac{2(1+x^2)}{1-x^2}$.

23) $\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} = \frac{4x}{1-x^2}$.

24) $\frac{3n}{4m} - \frac{5m}{6n} + \frac{7a}{15mn} = \frac{45n^2 - 50m^2 + 28a}{60mn}$.

25) $\frac{a}{mn^2} + \frac{a-b}{m^2n} - \frac{a}{m^2} + \frac{b}{n^2} - \frac{ab}{mn} =$
$= \frac{am + an - bn - an^2 + bm^2 - abmn}{m^2n^2}$.

26) $a + \frac{b}{x^2y^3} - \frac{cd}{y^2z^4} - \frac{ab}{z^3} - \frac{ac}{xz^2} + \frac{bdy}{x^2z^4} - bc =$
$= \frac{ax^2y^3z^4 + bz^4 - cdx^2y - abx^2y^3z - acxy^3z^2 + bdy^4 - bcx^2y^3z^4}{x^2y^3z^4}$.

27) $\frac{5ab^2}{12m^2n} + \frac{13a^2b}{15n^2p} - \frac{25ac}{28mnp^3} - \frac{17b^2c}{35m^2p^4} - ap + \frac{1}{m^2n^2q} =$
$= \frac{(175ab^2np^4q + 364a^2bm^2p^3q - 375acmnpq - 204b^2cn^2q - 420am^2n^2p^5q + 420p^4)}{420m^2n^2p^4q}$

28) $\frac{a}{x^n} + \frac{b}{x^{n-1}} + \frac{c}{x^{n-2}} + \frac{d}{x^{n-3}} + \frac{e}{x^{n-4}} + \frac{f}{x^{n-5}} + \frac{g}{x^{n-6}} + \frac{h}{x^{n-7}} =$
$= \frac{a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6 + hx^7}{x^n}$.

29) $\frac{a}{x^n} + \frac{b}{x^{n-m}} + \frac{c}{x^{n-2m}} + \frac{d}{x^{n-3m}} + \ldots + \frac{w}{x} + A =$
$= \frac{a + bx^m + cx^{2m} + dx^{3m} + \ldots + wx^{n-1} + Ax^n}{x^n}$.

30) Man ſuche die algebraiſche Summe folgender Bruch-Ausdrücke:

$$\frac{x-1}{x^2+x-6} + \frac{2x+3}{x^2+7x+12} + \frac{5x-3}{x^2-8x+12} + \frac{2x-7}{x^2-2x-24} + \frac{x^2-2x+3}{x^3-5x^2-12x+36} = S.$$

Das kleinſte Vielfache aller Nenner iſt

$$(x+3)(x-2)(x+4)(x-6) = x^4 - x^3 - 32x^2 - 12x + 144.$$

Die Rechnung ſteht demnach alſo:

	$(x+3)(x-2)(x+4)(x-6)$	
$\frac{x-1}{x^2+x-6}$	$(x+4)(x-6)$	$x^3 - 3x^2 - 22x + 24$
$\frac{2x+3}{x^2+7x+12}$	$(x-2)(x-6)$	$2x^3 - 13x^2 + 36$
$\frac{5x-3}{x^2-8x+12}$	$(x+3)(x+4)$	$5x^3 + 32x^2 + 39x - 36$
$\frac{2x-7}{x^2-2x-24}$	$(x+3)(x-2)$	$2x^3 - 5x^2 - 19x + 42$
$\frac{x^2-2x+3}{x^3-5x^2-12x+36}$	$(x+4)$	$x^3 + 2x^2 - 5x + 12$

folglich iſt $S = \frac{11x^3 + 13x^2 - 7x + 78}{x^4 - x^3 - 32x^2 - 12x + 144}.$

31) $$\frac{7x}{x^2-7x+12}+\frac{2x-1}{x^3-5x^2-2x+24}+\frac{3x}{x-4}$$
$$+\frac{x+1}{x-1}+\frac{4x^2-x+2}{x^3-6x^2+11x-6}+\frac{5-3x}{x^2+x-2}$$
$$+\frac{1}{x^2-x-6}-\frac{3}{x^2-4x+3}+\frac{2x-5}{x^2-2x-8}$$
$$-\frac{2x+1}{x^2-3x+2}-\frac{8x}{x^2-5x+4}=$$
$$=\frac{4x^5-18x^4+39x^3-4x^2+2x-236}{x^5-8x^4+15x^3+20x^2-76x+48}$$
$$=4+\frac{14x^4-30x^3-84x^2+306x-428}{x^5-8x^4+15x^3+20x^2-76x+48}.$$

32) $$\frac{\alpha+\beta x}{a^n+x^n}+\frac{x}{a-x}+\frac{1}{a^{2n}-x^{2n}}-\frac{\alpha+\beta x}{a^n-x^n},+\frac{x}{a+x}$$
$$-\frac{2ax}{a^2+x^2}$$
$$=\frac{(1-2\alpha x^n-2\beta x^{n+1})+4(a^{2n-3}x^3+a^{2n-7}x^7+a^{2n-11}x^{11}+\ldots+a^5x^{2n-5}+ax^{2n-1})}{a^{2n}-x^{2n}}$$
$$=\frac{1-2x^n(\alpha+\beta x)+4ax^3(a^{2n-4}+a^{2n-8}x^4+a^{2n-12}x^8+\ldots+a^4x^{2n-8}+x^{2n-4})}{a^{2n}-x^{2n}}$$

33) $$\frac{1-2x}{(1+x)^n}+\frac{3(6x^3+2x-1)}{(1+x)^{n-1}}-\frac{5x}{(1+x)^{n-2}}$$
$$+\frac{2+3x}{(1+x)^{n-3}}+\frac{3(1-2x)}{(1+x)^{n-4}}=\frac{3+13x+5x^2-6x^5}{(1+x)^n}.$$

34) $$\frac{3a}{4b}+\frac{5a}{8c}-\frac{1}{b}-\frac{d}{4bc}=?$$

35) $$\frac{3a}{4bcd}-\frac{1}{2c}-\frac{5a}{6d}+\frac{3f}{8cd}-\frac{1}{b}=?$$

36) $$\frac{a^2d}{3b^7c^3}-\frac{3ad}{4b^4c^2}-\frac{b^2}{cd}=?$$

37) $$\frac{a}{b^n}-\frac{2c}{b^{n-1}}+\frac{ac}{b^{n-2}}=?$$

38) $$\frac{a}{a+x}+\frac{a}{a-x}-\frac{2a^2}{a^2+x^2}=?$$

39) $$\frac{2a-b}{a+x}-\frac{3a-b}{a-x}+\frac{ax}{a^2-x^2}-\frac{bx}{a^2-x^2}-\frac{4a}{x}=?$$

40) $$\frac{1+2x}{3+2x-x^2}+\frac{7}{2-5x-3x^2}+\frac{x}{2+3x+x^2}=?$$

δ) Multiplikation der Brüche.

(§. 92 der Alg.)

1) $\frac{a}{b} \cdot m = \frac{am}{b} = \frac{a}{b:m}$.

2) $\frac{4}{5} \cdot 3 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$.

3) $\frac{7}{8} \cdot 4 = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

4) $\left(a + \frac{b}{c}\right) \cdot m = \frac{ac + b}{c} \cdot m = \frac{(ac + b)m}{c}$.

5) $(3\frac{4}{5}) \cdot 6 = \frac{19}{5} \cdot 6 = \frac{114}{5} = 22\frac{4}{5}$.

6) $(7\frac{5}{12}) \times 4 = \frac{89}{12} \cdot 4 = \frac{89}{3} = 29\frac{2}{3}$ oder
$= 7 \cdot 4 + \frac{5}{12} \cdot 4 = 28 + \frac{5}{3} = 29\frac{2}{3}$.

7) $(24\frac{13}{18}) \cdot 30 = 741\frac{2}{3}$.

8) $(312\frac{29}{42}) \cdot 12 = 3752\frac{2}{7}$.

9) $\left(1 + x + \frac{3 + x^2}{1 - x}\right)(1 - x^2) = 4(1 + x)$.

10) $\left(a - \frac{a x^2}{a^2 - x^2}\right) \cdot (a - x) = \frac{a(a^2 - 2x^2)}{a + x}$.

11) $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \cdot ad = \frac{a(ad + bc)}{b}$.

12) $\left(\frac{a}{m^2 n} - \frac{b}{m n^2} + \frac{c}{mnp}\right) \cdot mnq = \frac{q(anp - bmp + cmn)}{mnp}$.

13) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

14) $\frac{a^m}{b^n} \cdot \frac{b^2}{c} = \frac{a^m}{b^{n-2} c}$.

15) $\frac{a^m}{b^n} \cdot \frac{b^n}{a^m} = 1$.

16) $\left(a + \frac{b}{c}\right) \cdot \frac{c}{m} = \frac{ac + b}{m}$.

17) $\left(a + \frac{b}{c}\right)\left(d + \frac{m}{p}\right) = \frac{(ac + b)(dp + m)}{cp}$.

18) $\left(a + \frac{m}{x}\right)\left(a - \frac{m}{x}\right) = \frac{a^2 x^2 - m^2}{x^2} = a^2 - \frac{m^2}{x^2}$.

19) $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right)\left(m - \frac{n}{p}\right) = \frac{(ad + bc)(mp - n)}{bdp}$.

20) $\left(\frac{a}{m^2} - \frac{a}{n^2}\right)\frac{mn}{a}\left(\frac{b}{m - n} + \frac{c}{m + n}\right) =$
$= -\frac{b(m + n) + c(m - n)}{mn}$.

21) $\left(\frac{a^2 b}{c m^2} - \frac{b^2 c}{a n^2} + \frac{mn}{bc}\right) \cdot \frac{a b n^2}{c m} = \frac{b^3 b^2 n^2}{c^2 m^3} - \frac{b^3}{m} + \frac{a n^3}{c^2}$.

22) $$\left(\frac{a}{c} + \frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b}\right)\left(\frac{b^3}{a\,c\,d} - \frac{b}{d} - \frac{b^2}{a\,d}\right) = \frac{b^4 - c^2\,(a + b)^2}{b\,c^2\,d}.$$

23) $$\left(\frac{1 + x}{1 - x} - \frac{1 - x}{1 + x}\right)\left(\frac{3}{4\,x} + \frac{x}{4} - 1\right) = \frac{3 - x}{1 + x}.$$

24) $$\left[\frac{1 + x}{(1 - x)^2} - \frac{1 - x}{(1 + x)^2} - 6\,x\right] \times \left[1 + \frac{4}{x} + \frac{7}{1 + 2\,x} + \frac{2}{x^3} - \frac{4}{x^2} - \frac{16}{1 + 2\,x}\right] = \frac{4\,(7 - 3\,x^2)}{1 + 2\,x} = 3 - 6\,x + \frac{25}{1 + 2\,x}.$$

25) $$\left(x^2 - \frac{3\,x}{5} + 2\right)\left(\frac{x^3}{2} - \frac{2\,x^2}{3} + \frac{3\,x}{4}\right) = ?$$

26) $$\frac{7\frac{1}{2} - x}{\frac{5}{6} + x} \cdot \frac{4}{2\,x - 3} \cdot \frac{8\frac{3}{4} - 3\,x}{1 - \frac{4}{5}\,x} = ?$$

27) $$\left[\frac{2\,x^4 + 13\,a^2\,x^2 - 2\,a^3\,x - a^4}{(a^2 - x^2)^2} + \frac{a^2 + 5\,a\,x}{(a + x)^2}\right] \cdot \frac{a - x}{a + 2\,x} = ?$$

28) $$\left[\frac{1}{1 + x} + \frac{2\,x}{1 - x^2}\right] \cdot \left(\frac{1}{x} - 1\right) = ?$$

29) $$\left[\frac{a^3 - a\,b^2 + b^3}{(a - b)^3} - \frac{b}{a - b}\right] \cdot \left[\frac{a^2 - 2\,a\,b + 2\,b^2}{a^2 - a\,b + b^2} - \frac{b}{a}\right] = ?$$

30) $$\left[1 + \frac{a - b}{z} - \frac{(a - b)\,b}{z^2} + \frac{(a - b)\,b^2}{z^3} - \frac{(a - b)\,b^3}{(b + z)\,z^3}\right] \times \left[\frac{a}{b} + \frac{(a - b)\,z^2}{b^2\,(b - z)}\right] = ?$$

ε) Diviſion der Brüche.

(§. 93 der Alg.)

1) $$\frac{a}{b} : m = \frac{a : m}{b} = \frac{a}{b\,m}.$$

2) $$\frac{12}{17} : 4 = \frac{3}{17}.$$

3) $$\frac{25}{32} : 8 = \frac{25}{256}.$$

4) $$\left(a + \frac{b}{c}\right) : m = \frac{a\,c + b}{c\,m}.$$

5) $17\frac{3}{4} : 2 = \frac{71}{4} : 2 = \frac{71}{8} = 8\frac{7}{8}$, oder kürzer

$$17\frac{3}{4} : 2 = \frac{17}{2} + \frac{3}{4} : 2 = 8 + (1 + \tfrac{3}{4}) : 2 = 8\frac{7}{4 \cdot 2} = 8\frac{7}{8}.$$

6) $$319\frac{5}{6} : 12 = 26\frac{47}{72}.$$

7) $$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) : m = \frac{a}{b\,m} + \frac{c}{d\,m}.$$

8) $$\left(a + \frac{b}{c} + \frac{d}{e} - \frac{f}{g}\right) : n = \frac{a}{n} + \frac{b}{c\,n} + \frac{d}{e\,n} - \frac{f}{g\,n}.$$

9) $$a : \frac{m}{n} = \frac{a\,n}{m}.$$

10) $\frac{a}{b} : \frac{m}{n} = \frac{a\,n}{b\,m}.$

11) $\left(a + \frac{b}{c}\right) : \frac{m}{n} = \frac{(a\,c + b)\,n}{c\,m}.$

12) $\frac{a}{b} : \left(c + \frac{m}{n}\right) = \frac{a\,n}{b\,(c\,n + m)}.$

13) $\left(a + \frac{b}{c}\right) : \left(m + \frac{n}{p}\right) = \frac{(a\,c + b)\,p}{c\,(m\,p + n)}.$

14) $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) : \left(\frac{e}{f} - \frac{g}{h}\right) = \frac{(a\,d + b\,c)\,f\,h}{b\,d\,(e\,h - f\,g)}.$

15) $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) : \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) = \frac{a\,d - b\,c}{a\,d + b\,c}.$

16) $\left[\frac{a\,b^2\,q}{m\,n\,p} - \frac{b^3}{n^3} + \frac{a^2\,b}{n\,p^2} - \frac{a^2}{m} + \frac{a\,b\,p}{n^2\,q} - \frac{a^3}{b\,p\,q}\right] :$

$: \left[\frac{b\,q}{a\,n} - \frac{p}{b}\right] = \frac{a^2\,b}{m\,p} - \frac{a\,b^2}{n^2\,q} + \frac{a^3}{p^2\,q}.$

17) $\left[\frac{a^{m+n}}{b^{m-n}} - \frac{2\,a^{m+n-1}}{b^{m-n-1}} + \frac{a^{m+n-2}}{b^{m-n-2}} - \frac{a^{m+n-3}}{b^{m-n-3}} + \frac{a^{m+n-5}}{b^{m-n-5}}\right] :$

$: \left[\frac{a^n}{b^m} - \frac{a^{n-1}}{b^{m-1}} + \frac{a^{n-2}}{b^{m-2}} - \frac{a^{n-3}}{b^{m-3}}\right] =$

$= a^m\,b^n - a^{m-1}\,b^{n+1} - a^{m-2}\,b^{n+2}.$

18) $\left[\frac{8\,b^6}{a^3\,m^3} - \frac{6\,b^4}{m^2\,n^2} + \frac{3\,a^3\,b^2}{2\,m\,n^4} - \frac{a^6}{8\,n^6}\right] :$

$: \left[\frac{4\,b^4}{a^2\,m^2} - \frac{2\,a\,b^2}{m\,n^2} + \frac{a^4}{4\,n^4}\right] = \frac{2\,b^2}{a\,m} - \frac{a^2}{2\,n^2}.$

19) $\left[m^9 - \frac{9\,m^8}{x^2} + \frac{28\,m^7}{x^4} - \frac{33\,m^6}{x^6} + \frac{28\,m^5}{3\,x^8} - \frac{m^4}{x^{10}} + \frac{m^3}{27\,x^{12}}\right] :$

$: \left[m^3 - \frac{3\,m^2}{x^2} + \frac{m}{3\,x^4}\right] = m^6 - \frac{6\,m^5}{x^2} + \frac{29\,m^4}{3\,x^4} - \frac{2\,m^3}{x^6} + \frac{m^2}{9x^8}.$

20) $\left[\frac{a^6}{m^6} - \frac{b^6}{n^6}\right] : \left[\frac{a^2}{m^2} - \frac{a\,b}{m\,n} + \frac{b^2}{n^2}\right] =$

$= \frac{a^4}{m^4} + \frac{a^3\,b}{m^3\,n} - \frac{a\,b^3}{m\,n^3} - \frac{b^4}{n^4}.$

21) $\left\{\frac{a + \frac{b}{g} + \frac{d}{b}}{\frac{f}{g} + \frac{g}{b} - a}\right\} : \left\{\frac{\frac{a^2}{b^2} - 1}{a - b + \frac{2\,a\,b}{a - b}}\right\} =$

$= \frac{(a\,b\,g + b^2 + d\,g)\,.\,b^2\,(a^2 + b^2)}{(b\,f + g^2 - a\,b\,g)\,(a + b)\,(a - b)^2}.$

22) $\left[1 - \frac{4}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{6}{z^3}\right] : \left[\frac{1}{z} - \frac{2}{z^2} - \frac{3}{z^3}\right] = ?$

23) $$\frac{1 - \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{4}x^3}{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}x - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{12}x^3 + x^4} : \left\{9 - \frac{21 - 35x - 7\frac{1}{2}x^2 + 18x^3}{\frac{4}{3x} + \frac{5}{3} - 3x - \frac{5x^2}{6} + 2x^3}\right\} = ?$$

24) $$\frac{\frac{1}{6}x^n - \frac{5}{6}x^{n-1} + x^{n-2}}{\frac{1}{6}x^{r+1} - x^r + \frac{1}{2}x^{r-1} - 3x^{r-2}} : \left\{\frac{\frac{1}{2}x^r - 2x^{r-1}}{\frac{x}{2} - 3 + \frac{3}{2x} - \frac{9}{x^2}} - \frac{x^r}{x^2 + 3}\right\} = ?$$

25) Die algebraiſche Summe

$$\frac{2x + 3}{x^2 - 16} + \frac{3x - 5}{x^2 - x - 12} + \frac{x + 2}{x^2 + x - 12} - \frac{2}{x^2 - 9}$$

auf die einfachſte Form zurückzuführen und dann den Werth des Reſultates für $x = 5$ zu beſtimmen.

26) Man ſoll den zuſammengeſetzten Bruch

$$\frac{\frac{3x + 2}{4x^2 - 9} + \frac{3x - 2}{2x + 3} - \frac{2}{2x - 3}}{\frac{2x + 3}{9x^2 - 4} - \frac{2x - 3}{3x + 2} + \frac{2x + 3}{3x - 2}}$$

auf die einfachſte Geſtalt bringen.

27) Den Quotienten

$$\frac{\frac{2x - 3}{3x^2 - 11x + 10} + \frac{3x + 4}{9x^2 - 25} + \frac{2x + 7}{3x^2 - x - 10}}{\frac{3x + 5}{9x^2 - 30x + 25} + \frac{x - 2}{3x + 5}}$$

auf die einfachſte Form zurückzuführen.

2. Über die Decimalbrüche.

(§. 94 u. f. der Alg.)

a) Verwandlung gemeiner Brüche in zehntheilige und umgekehrt.

1) $\frac{29}{32} = 0{\cdot}90625.$

2) $\frac{53}{400} = 0{\cdot}1325.$

3) $\frac{7345}{16384} = 0{\cdot}44830322265625.$

4) $\frac{13}{1024} = 0{\cdot}0126953125.$

5) $48\frac{23}{24} = 48{\cdot}958\dot{3}.$

6) $\frac{37}{54} = 0{\cdot}6\dot{8}5\dot{1}$.

7) $\frac{13}{14} = 0{\cdot}9\dot{2}8571\dot{4}$.

8) $\frac{13}{19} = 0{\cdot}\dot{6}8421052631578947\dot{3}$.

9) $\frac{18}{23} = 0{\cdot}\dot{7}82608695652173913043\dot{4}$.

10) $\frac{9}{13} = 0{\cdot}\dot{6}9230\dot{7}$.

11) $\frac{8}{17} = 0{\cdot}\dot{4}70588235294117\dot{6}$.

12) $\frac{41}{93} = 0{\cdot}\dot{4}4086021505376\dot{3}$.

13) $0{\cdot}8125 = \frac{13}{16}$.

14) $0{\cdot}675 = \frac{27}{40}$.

15) $0{\cdot}3888 = \frac{243}{625}$.

16) $2{\cdot}\dot{4} = 2\frac{4}{9}$.

17) $0{\cdot}58\dot{3} = \frac{7}{12}$.

18) $0{\cdot}76041\dot{6} = \frac{73}{96}$.

19) $0{\cdot}\dot{6}\dot{3} = \frac{7}{11}$.

20) $0{\cdot}6\dot{8}5714\dot{2} = \frac{24}{38}$.

21) $0.{\cdot}\dot{8}780\dot{4} = \frac{38}{41}$.

22) $0{\cdot}\dot{7}1794\dot{8} = \frac{28}{39}$.

23) $0{\cdot}5\dot{8}3\dot{7} = \frac{108}{185}$.

24) $0{\cdot}\dot{9}5348837209302325581\dot{3} = \frac{41}{43}$.

25) $0{\cdot}4\dot{3}1034482758620689655172413 7\dot{9} = \frac{25}{58}$.

26) $0{\cdot}83\dot{4}57\dot{6} = ?$

27) $2{\cdot}68\dot{6}49\dot{3} = ?$

28) $\frac{1327}{2590} = ?$

29) $\frac{743}{1212} = ?$

30) $\frac{1328}{1897} = ?$

β) Addition.

(§. 99 der Alg.)

1)

0·845732
0·278643
1·124375

2)

0·45798
0·8756
1·33358

3)
```
 0·4563
 0·13568
 -------
 0·59198
```

4)
```
  0·37854
  3·24596746
  7·908
 -----------
 11·53250746
```

5)
```
  83·7482
  19·35
  58·695208
   0·087
 ----------
 161·880408
```

6)
```
  43·9087
 578·43
   0·65948
  27·458
 ---------
 650·45618
```

7)
```
 3728·43
    0·97652
  182·5
   67·34
    0·00698
 ----------
 3979·2535
```

8)
```
  7436
    28·45
     0·679
 85649·2
     4·98765
     0·02835
 -----------
 93119·345
```

9)
```
  48·563
   0·2584
   4·7
  29·
   5·831
 846·5
   0·24
 --------
 935·0924
```

10)
```
 413780·45
    243·9408
      0·7
      0·497
   7482·635
     57·5772
 -----------
 421565·8
```

γ) Subtraktion.

1)
```
  0·958
 —0·645
 ------
  0·313
```

2)
```
  49·43768
  —2·58496
 ---------
  46·85272
```

3)
```
 729·8456
  —4·967
 --------
 724·8786
```

4)
```
  825·378
  —17·65947
 ----------
  807·71853
```

5)
```
  1·27
 —0·8497564
 ----------
  0·4202436
```

6)
```
  8·
 —0·75645
 --------
  7·24355
```

7)
```
  420·73
  —48·9648
 ---------
  371·7652
```

8)
```
  0·8
 —0·510987
 ---------
  0·289013
```

9)
```
  10·
  —4·7936
 --------
  5·2064
```

10) 85·837
— {1·4965, 0·74821, 12·52, 3·8, 0·035, 24·007648}
= 43·229642

11) 457·32
— {19·847, 0·4, 36·28, 120·5, 4·}
= 276·293

δ) Multiplikation.

(§. 100 und 101 der Alg.)

1) 4·7 × 5 = 23·5.
2) 83·4 × 12 = 1000·8.
3) 145·28 × 10 = 1452·8.
4) 0·56 × 100 = 56.
5) 2·79 × 10000 = 27900.
6) 0·25 × 800 = 200.
7) 0·00745 × 324 = 2·4138.
8) 516 × 2·54 = 1310·64.
9) 87 × 0·39 = 33·93.
10) 4·253 × 1·2 = 5·1036.
11) 23·6 × 4·8 = 113·28.
12) 0·82 × 0·4 = 0·328.
13) 0·0236 × 0·045 = 0·001062.
14) 0·001082 × 0·000321 = 0·000000347322.
15) 643·8 × 0·25 = 160·95.
16) 4·08 × 3·5 × 0·4 = 5·712.
17) 8·4093 × 7 = ?
18) 0·0758632 × 25 = ?
19) 0·104763 × 4998 = ?
20) 3·275 × 1·409 = ?
21) 18·4507 × 0·308 = ?
22) 0·3546 × 0·00184 = ?
23) 0·00735 × 0·000873 = ?
24) 6243·5763 × 12·5375 = ?

ε) Abgekürzte Multiplikation.

Man entwickle das Produkt.

1) 423·729408 × 52·8037 bis zur vierten Decimale.

```
  423·729408
       7 30825
  ----------
  2118 64704
    84 74588
    33 89835
       12712
        2966
  ----------
  22374·4805
```

2) 729·456327 × 0·47083 bis auf die fünfte Decimale.

```
  729·456327
     3 8074
  ----------
  2917 8253
   510 6194
     5 8356
       2188
  ----------
  343·44991
```

3) 824·5764 × 21·0943 bis zur vierten Decimalſtelle.

```
  824·5764
     3 49012
  ----------
  1649 15280
    82 45764
     7 42118
       32983
        2474
  ----------
  17393·8619
```

4) 53·4708105 × 0·0793648 bis zur dritten Decimalſtelle.

```
  53·4708105
  639 7
  ----------
  374 3
   48 1
    1 6
      3
  ----------
  4·243
```

5) 0·0078094 × 0·0009567 bis zur achten Decimale.

```
  0·0078094
        659
  ----------
        702
         39
          4
  ----------
  0·00000745
```

6) 3728·508 × 0·4769502 bis zur fünften Decimale.

```
      205 9674
  ------------
  14914 0320
   2609 9556
    223 7105
     33 5565
      1 8643
          74
  ------------
  1778·31263
```

7) 0·000438 × 0·00001876 bis auf 6 Decimalſtellen.

Hier iſt das Produkt = 0.

8) 0·007456 × 0·000835 bis zur ſechsten Decimale.

```
         8
  ----------
  0·000006
```

9) 813·27456 × 2·0825 = 1693·64427 näherungsweiſe.

10) 4728·34508 × 0·0030415 = 14·38126 . . .

11) 5·732489 × 0·0004308 = 0·02469 . . .

12) 28070·4 × 1·25485 = 35224·142 . . .

13) 76·8309 × 4·07583 mit vier Decimalſtellen.

14) 58347·520387 × 231·409306 mit drei Decimalſtellen.

15) 613890·724563 × 0·0007834 mit fünf Decimalſtellen.

16) 0·78345 × 0·000076435 mit ſechs Decimalſtellen.

17) 48·207356 × 0·43575757 mit ſechs Decimalſtellen.

18) 0·00049378 × 0·000010839 mit ſieben Decimalſtellen.

19) 3·1415926 × 2·71828535 × 0·73459 mit fünf Decimalſtellen.

20) 847935·2 × 0·0846092 × 0·00075862 mit ſieben Decimalſtellen.

2) Diviſion.

(§. 102 und 103 der Alg.)

1) 2·4 : 3 = 0·8.

2) 0·36 : 12 = 0·03.

3) 0·048 : 6 = 0·008.

4) 729·25 : 40 = 18·23125.

5) 34664·793 : 83129 = 0·417.

6) 36·864 : 576 = 0·064.

7) 84 : 1·2 = 70.

8) 512 : 0·32 = 1600.
9) 7413 : 1·024 = 7239·2578125.
10) 17·28 : 4·8 = 3·6.
11) 2·028 : 0·65 = 3·12.
12) 357·497 : 20·48 = 17·455908203125.
13) 476·398 : 3906·25 = 0·121957888.
14) 329·724 : 4·6875 = 70·34112.
15) 637·84 : 0·00512 = 124578·125.
16) 3063·75 : 0·7125 = 4300.
17) 9048 : 3·12 = 2900.
18) 75 : 81·92 = 0·91552734375.
19) 5981·976 : 328·68 = 18·2.
20) 62·745 : 120 = 0·522875.
21) 897·34561 : 12 = ?
22) 387·285 : 1·083 = ?
23) 6034·7582 : 32·54 = ?
24) 79763·24 : 0·9997 = ?
25) 7·20893 : 603·415 = ?
26) 0·83976 : 0·0094 = ?
27) 0·000325 : 0·008052 = ?
28) 0·074958 : 907·804 = ?
29) 3·1415926 : 819·7 = ?
30) 1 : 3·1415926 = ?

η) Abgekürzte Diviſion.

1) Man beſtimme den Quotienten 73875·9376 : 756·08492 mit vier Decimalſtellen.

37875·9376 : 756·08492 = 50·0948
71 68
3 64
62

2) Man beſtimme den Quotienten 857·32694 : 8904·5376 mit fünf Decimalſtellen.

857·32694 : 8904·5376 = 0·09628
55 91
2 49
71

3) Man beſtimme den Quotienten 43968·7245 : 2·35468 mit drei Decimalſtellen.

43968·7245 : 2·35468 = 18672·909
20421 92
1584 484
171 676
6 848
2 139
20

4) Man beſtimme den Quotienten 748·50623 : 0·9807345 mit zwei Decimalen.

748·50623 : 0·9807345 = 763·21
61 992
3 148
206
10

5) Man ſuche den Quotienten 0·83745 : 0·0034506 mit drei Decimalen.

0·83745 : 0·0034506 = 242·697
147330
9306
2405
335
24

6) Man ſuche den Quotienten 0·0073845 : 91·2345 mit acht Decimalen.

0·0073845 : 91·2345 = 0·00008094
858
37
1

7) 43 : 991·7 = 0·04335988.
8) 819·465 : 7025 = 0·11664982.
9) 0·000473652 : 0·08347 = 0·005674518.
10) 3·4796 : 0·0008532 = 4078·2934.
11) 0·000348257 : 908·736 = 0·000000383.
12) 712·653 : 0·091208 = 7813·492237.
13) 743·5269 : 8·0934 mit drei Decimalſtellen.
14) 8719456 : 93·70853 mit vier Decimalſtellen.
15) 4375·8329 : 6907·4367 mit fünf Decimalſtellen.
16) 72·456932 : 0·8094382 mit vier Decimalſtellen.
17) 0·0374956 : 7·32564 mit acht Decimalſtellen.

18) 0·0183745 : 0·009356 mit fünf Decimalſtellen.
19) 0·00438579 : 0·1087493 mit ſieben Decimalſtellen.
20) 0·00075938 : 813·4096 mit ſechs Decimalſtellen.
21) 32 : 925·736408 mit ſieben Decimalſtellen.
22) 7 : 0·00347562 mit drei Decimalſtellen.
23) $8{\cdot}3 : 0{\cdot}9\dot{4}\dot{3}$ mit fünf Decimalſtellen.
24) $13\frac{5}{6} : 72{\cdot}45\dot{8}$ mit ſieben Decimalſtellen.
25) 1 : 3·1415926535 mit ſieben Decimalſtellen anzugeben.

26) Den zuſammengeſetzten Ausdruck

$$\left\{\frac{\frac{3}{4}+\frac{7}{12}+\frac{5}{24}}{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}+\frac{7}{18}} : \frac{\frac{14}{15}+\frac{9}{10}-\frac{4}{5}+2\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}-\frac{5}{6}+3{\cdot}5+\frac{11}{15}}\right\} : \frac{8106{\cdot}3\dot{4}\dot{7}}{31}$$

auf die einfachſte Form zu bringen und dann das Reſultat in einen Decimalbruch von gleichem Werthe zu verwandeln.

27) Den Ausdruck

$$\frac{\frac{119}{128}+\frac{507}{512}+\frac{59}{64}+\frac{233}{256}+\frac{29}{32}}{0{\cdot}0009765625} : 479$$

auf die einfachſte Geſtalt zurück zu führen und das Reſultat in einen Decimalbruch zu verwandeln.

4. Über die Kettenbrüche.

(§. 106 bis 110 der Alg.)

α) Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in Kettenbrüche. (§. 107.)

1) $$\frac{157}{225}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}}}.$$

2) $$\frac{8}{13}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}.$$

3) $$\frac{2065}{4626}=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{10}}}}}.$$

4) $\frac{1051}{1380} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9}.$

5) $\frac{29}{70} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}.$

6) $\frac{189}{433} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}.$

7) $\frac{1015}{1462} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}.$

8) $0{\cdot}845 = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}.$

9) $0{\cdot}438 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4}.$

10) $\frac{941648}{2069437} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} + \frac{1}{99} + \frac{1}{2} + \frac{1}{13} + \frac{1}{4}.$

11) $\frac{20090359}{4687536} = 4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{103} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{214} + \frac{1}{10}.$

12) $\frac{46776}{22283} = \frac{1}{0} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14}.$

Man verwandle noch folgende Brüche in gleichgeltende Kettenbrüche:

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{5}{17}$, $3\frac{7}{19}$, $\frac{37}{13}$, $\frac{124}{213}$, $\frac{83}{192}$, $\frac{728}{307}$,
$0{\cdot}956$, $0{\cdot}1375$, $2{\cdot}35825$, $0{\cdot}28\dot{3}$, $0{\cdot}054\dot{3}5\dot{9}$, $2{\cdot}7\dot{5}30\dot{2}$, $3{\cdot}1415926$.

13) Iſt es nöthig, einen gemeinen Bruch noch vor der Verwandlung in einen gleichgeltenden Kettenbruch abzukürzen oder auf die einfachſte Form zurück zu führen?

14) Unzählige gemeine Brüche führen dem Werthe nach auf einen und denſelben Kettenbruch: Wie läßt ſich dieſe Behauptung rechtfertigen?

β) Verwandlung gegebener Kettenbrüche in gemeine mit Angabe aller Näherungswerthe, worunter auch die eingeſchalteten Brüche mitbegriffen ſind, welche letztern immer eingeklammert erſcheinen. (§. 108)

1) $$\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{8}}}}} = \frac{79}{272}.$$

Hiervon ſind $\frac{1}{3}$, $\left(\frac{3}{10}, \frac{5}{17}\right)$, $\frac{7}{24}$, $\left(\frac{16}{55}, \frac{25}{86}, \frac{43}{148}, \frac{52}{179}, \frac{61}{210}, \frac{70}{241}\right)$ und $\frac{79}{272}$ die abnehmenden, und $\frac{2}{7}$ und $\frac{9}{31}$ die zunehmenden Näherungsbrüche.

2) $$\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{4}}}}}} = \frac{238}{1023}.$$

Hier ſind $\frac{1}{4}$, $\left(\frac{4}{17}\right)$, $\frac{7}{30}$, $\left(\frac{17}{73}, \frac{27}{116}, \frac{37}{159}, \frac{47}{202}\right)$, $\frac{57}{245}$ die abnehmenden, und $\frac{3}{13}$, $\frac{10}{43}$, $\left(\frac{67}{288}, \frac{124}{533}, \frac{181}{778}\right)$ und $\frac{238}{1023}$ die zunehmenden Näherungsbrüche.

3) $$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{30+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3}}}}}} = \frac{3431}{3545}.$$

Die Näherungswerthe durch Abnahme ſind:

$\frac{1}{1}$, $\left(\frac{31}{32}, \frac{61}{63}, \frac{91}{94}, \frac{121}{125}, \frac{151}{156}, \frac{181}{187}, \frac{211}{218}, \frac{241}{249}, \frac{271}{280}\right)$, $\frac{301}{311}$ und $\frac{933}{964}$.

Die Näherungswerthe durch Zunahme ſind:

$\frac{30}{31}$, $\left(\frac{331}{342}\right)$, $\frac{632}{536}$, $\left(\frac{1565}{1617}, \frac{2498}{2581}\right)$ und $\frac{3431}{3545}$.

4) $\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{7}}}}}}} = \frac{1401}{4534}.$

Hier ſind die abnehmenden Näherungsbrüche:

$$\frac{1}{3},\ \left(\frac{5}{16},\ \frac{9}{29},\ \frac{13}{42}\right),\ \frac{17}{55},\ \left(\frac{72}{233}\right),\ \frac{127}{411},$$

$$\left(\frac{309}{1000},\ \frac{491}{1589},\ \frac{673}{2178},\ \frac{855}{2767},\ \frac{1037}{3356},\ \frac{1219}{3945}\right),\ \frac{1401}{4534}.$$

Die zunehmenden Näherungswerthe aber ſind:

$$\frac{4}{13}\left(\frac{21}{68},\ \frac{38}{123}\right),\ \frac{55}{178} \text{ und } \frac{182}{589}.$$

5) $\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{2}}}}}}} = \frac{1404}{2249}.$

Abnehmende Näherungsbrüche:

$$\frac{1}{5},\ \frac{2}{11},\ \left(\frac{9}{50},\ \frac{16}{89},\ \frac{23}{128}\right),\ \frac{30}{167},\ \left(\frac{217}{1208}\right),\ \frac{404}{2249}.$$

Wachſende Näherungsbrüche:

$$\frac{1}{6},\ \left(\frac{3}{17},\ \frac{5}{28}\right),\ \frac{7}{39},\ \left(\frac{37}{206},\ \frac{67}{373},\ \frac{97}{540},\ \frac{127}{707},\ \frac{157}{874}\right) \text{ und } \frac{187}{1041}.$$

6) $\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{2}}}}}}}} = \frac{813}{1186}.$

Abnehmende Näherungsbrüche:

$$\frac{1}{1}\left(\frac{3}{4},\ \frac{5}{7},\ \frac{7}{10},\ \frac{9}{13}\right),\ \frac{11}{16},\ \frac{24}{35},\ \left(\frac{109}{159},\ \frac{194}{283},\ \frac{279}{407}\right) \text{ und } \frac{364}{531}.$$

Wachſende Näherungsbrüche:

$$\frac{2}{3},\ \frac{13}{19},\ \left(\frac{37}{54},\ \frac{61}{89}\right),\ \frac{85}{124},\ \left(\frac{449}{655}\right),\ \frac{813}{1186}.$$

Man verwandle noch folgende Kettenbrüche in gemeine Brüche mit Angabe aller reducirten Werthe und aller eingeſchalteten Brüche.

1) $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{5}}}}}}.$

2) $3 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{1} + \frac{1}{10}$.

3) $\frac{1}{0} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$.

4) $\frac{1}{0} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}$.

5) $40 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \ldots$

6) $1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$.

7) $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \ldots$

8) $\frac{1}{0} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \ldots$

9) Dieſe Kettenbrüche ſollen ſämmtlich durch Reihen ausgedrückt werden (§. 109. X. der Alg.).

10) Den Kettenbruch $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ mit lauter poſitiven Gliedern darzuſtellen.

11) Den Kettenbruch $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{0} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{0} + \frac{1}{4}$ ſo zu transformiren, daß kein Glied mehr Null zum Nenner erhält.

12) Den Kettenbruch $4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{0 - \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 - \cfrac{1}{3}}}}}}$ auf die gewöhnliche Form zurückzuführen.

13) Den Kettenbruch $3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{x - \cfrac{1}{4 - \cfrac{1}{x + \cfrac{1}{8}}}}}$ auf einen gemeinen zurückzuführen.

14) Aus der Gleichung $\cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{x + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{10}}}}}}} = 0{\cdot}73984375$ den Werth von x zu finden.

15) Den periodiſchen Decimalbruch $0{\cdot}6\dot{2}68\dot{7}$ durch eine endliche Reihe von gemeinen Brüchen auszudrücken, deren Zähler ſämmtlich $= 1$ und bei welchen die Nenner je zweier auf einander folgenden Glieder einen Faktor > 1 gemeinſchaftlich haben.

16) Den Bruch $\frac{42x^2 + 12x + 1}{48x^2 + 48x + 8}$ in einen Kettenbruch von gleichem Werthe zu verwandeln, dann $x = 1$ zu ſetzen und ſämmtliche Näherungswerthe zu beſtimmen

17) Den Quotienten

$$\cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4 - \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{6}}}}} : \left(2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{0 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3}}}}}\right)$$

in der Form eines Kettenbruches darzuſtellen und die Näherungswerthe deſſelben anzugeben.

18) Aus der Gleichung

$$\frac{545}{236} = 2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{x + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}}}$$

den Werth von x zu ſuchen und dann auch alle Näherungswerthe von x mit ſechs Decimalen genau anzugeben.

Dritter Abſchnitt.

Die Kombinationslehre.

a) Über Permutationen.

(§. 112 der Alg.)

1) Von der Komplexion 12345 ſollen alle möglichen Verſetzungen angegeben werden.

2) Man ſoll von der Komplexion 5743 alle möglichen Permutationen bilden.

3) Von der Komplexion 111244 ſollen alle Permutationsformen angegeben werden.

4) Alle möglichen Verſetzungen von der Komplexion a a c b b d zu bilden.

5) Wie oft laſſen ſich die Faktoren des Produktes

$$a^3 b c^2 d e = a a a b c c d e$$

verſetzen?

6) Wie oft können acht Perſonen, die in einem Kreiſe ſitzen, ihre Plätze wechſeln?

7) Wie oft laſſen ſich zehn Kugeln in eine andere Ordnung bringen?

8) Wie viele Verbindungen ſind bei jenen zehn Kugeln möglich, wenn unter denſelben drei blau, vier grün, zwei roth und eine ſchwarz iſt?

9) Wie viele ganze zehnzifferige Zahlen gibt es, deren Ziffern ſämmtlich von einander verſchieden ſind?

10) Wie viele Verbindungen können aus der Komplexion $a^3 b^4 c^5 d$ gebildet werden?

11) Ein Student hat zwölf Bände, worunter das aus fünf Bänden beſtehende Lexikon von Heinſius ſich befindet; wie oft kann dieſer Student ſeine Bücher verſetzen, wenn Heinſius ſtets den erſten Platz einnehmen ſoll?

12) Wie oft kann eben dieſer Student ſeine zwölf Bücher verſetzen, wenn die fünf Bände des Heinſius immer in derſelben Ordnung neben einander ſtehen ſollen?

b) Über Kombinationen.

(§. 113 — 117 der Alg.)

Man entwickle folgende kombinatoriſche Zeiger:

1) $\mathfrak{C}^3_w\begin{pmatrix}a, & b, & c, & d, & e, & f\\ 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6\end{pmatrix}$,

2) $\mathfrak{C}^3\begin{pmatrix}a, & b, & c, & d, & e, & f\\ 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6\end{pmatrix}$,

3) $\mathfrak{C}^4_w\begin{pmatrix}a, & b, & c\\ 1, & 2, & 3\end{pmatrix}$,

4) $\mathfrak{C}^5\begin{pmatrix}a, & b, & c, & d, & e, & f, & g\\ 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7\end{pmatrix}$.

5) In einer Geſellſchaft befinden ſich ſechs Perſonen, welche Whiſt ſpielen wollen, und zwar ſo lange, bis jeder mit alleu übrigen eine Partie gemacht hat. Da nun immer vier Perſonen ſpielen, und die beiden übrigen zuſehen, ſo fragt ſich, wie viele Partien müſſen geſpielt werden?

6) In der gewöhnlichen ſogenannten deutſchen Karte befinden ſich 32 Blätter. Mit einer ſolchen Karte ſpielen vier Perſonen, und jede erhält acht Blätter; wie viele verſchiedene Spiele ſind möglich?

7) In einem Städtchen liegt eine Kompagnie, die 100 Mann ſtark iſt, und täglich 25 Mann auf die Wache geben muß. Die Kompagnie hat die Ordre, ſo lange die Garniſon jenes Städtchens zu bilden, bis jeder einzelne mit jedem andern zugleich die Wache bezogen hat. Wie lange muß dieſe Kompagnie in derſelben Garniſon bleiben?

8) Wie viele verſchiedene Würfe ſind mit drei Würfeln möglich?

Einige Bemerkungen, die zur Beantwortung der folgenden Fragen nothwendig ſind.

a) Wenn A eine Anzahl gleich möglicher Fälle bezeichnet, unter denen α Fälle dem Eintreffen irgend eines Ereigniſſes günſtig, alſo $\beta = A - \alpha$ Fälle dem Eintreffen deſſelben Ereigniſſes ungünſtig ſind; ſo iſt die abſolute Wahrſcheinlichkeit w, daß ein günſtiger Fall eintrete,

$$w = \frac{\alpha}{A},$$

und die abſolute Wahrſcheinlichkeit w', daß ein ungünſtiger eintrete,

$$w' = \frac{\beta}{A},$$

und die Summe beider Wahrſcheinlichkeiten

$$w + w' = \frac{\alpha + \beta}{A} = \frac{A}{A} = 1$$

iſt die Gewißheit für das Eintreten eines günſtigen oder ungünſtigen Falles. Die abſolute Wahrſcheinlichkeit w des Eintreffens irgend eines Ereigniſſes wird demnach gefunden, wenn man die Anzahl der günſtigen Fälle durch die Anzahl aller möglichen Fälle dividirt, alſo durch einen echten Bruch $\frac{\alpha}{A}$ dargeſtellt.

Je größer der Zähler α wird, deſto größer wird die Wahrſcheinlichkeit w, und dieſe wird zur Gewißheit geſteigert, wenn $\alpha = A$ wird; das Symbol der Gewißheit iſt demnach die Einheit.

b) Bezeichnen w und w' die abſoluten Wahrſcheinlichkeiten zweier Ereigniſſe, ſo nennt man die Wahrſcheinlichkeit, daß das erſte dieſer Ereigniſſe eintrete, die relative Wahrſcheinlichkeit, und dieſe wird gefunden, wenn man die abſolute Wahrſcheinlichkeit jenes Ereigniſſes durch die Summe beider abſoluten Wahrſcheinlichkeiten dividirt; es iſt nämlich die relative Wahrſcheinlichkeit, wenn wir dieſe mit w_r bezeichnen:

$$w_r = \frac{w}{w + w'}.$$

c) Wir haben bisher zwei einander ausſchließende Ereigniſſe E_1 und E_2 vorausgeſetzt, ſo daß nothwendig eines von beiden Statt finden muß. Sind aber mehr als zwei Ereigniſſe möglich, und es iſt die Anzahl der günſtigen Fälle für das Ereigniß

$$E_1 = a,$$
für $E_2 = b$,
» $E_3 = c$,
» $E_4 = d$,
. . . .

und man ſetzt die Anzahl aller gleich möglichen Fälle

$$a + b + c + d + \ldots = n;$$

ſo iſt offenbar die abſolute Wahrſcheinlichkeit

für $E_1 = \frac{a}{n}$,
» $E_2 = \frac{b}{n}$,
» $E_3 = \frac{c}{n}$,
. . . . .

Die Wahrſcheinlichkeit für E_1 und E_2 zuſammengenommen, die Wahrſcheinlichkeit nämlich, daß entweder E_1 oder E_2 eintrete, iſt

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n},$$

und eben ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß entweder E_1 oder E_2 oder E_3 eintreffe,

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} + \frac{c}{n} = \frac{a+b+c}{n}.$$

d) Die beiden erwähnten Wahrſcheinlichkeiten nennt man einfache Wahrſcheinlichkeiten, dagegen nennt man die Wahrſcheinlichkeit eines Ereigniſſes zuſammengeſetzt, wenn das wahrſcheinliche Eintreten deſſelben von einem andern, ſelbſt noch ungewiſſen Ereigniſſe abhängt.

Iſt für das Eintreffen des Ereigniſſes E_1 die einfache Wahrſcheinlichkeit $w = \frac{a}{a+b}$, für das Eintreffen des Ereigniſſes E_2 aber $w_1 = \frac{a_1}{a_1+b_1}$, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit für das gleichzeitige Eintreffen beider Ereigniſſe gleich

$$W = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{a_1}{a_1+b_1} = \frac{a\,a_1}{(a+b)(a_1+b_1)},$$

und daher die entgegengeſetzte Wahrſcheinlichkeit

$$W' = \frac{b\,b_1}{(a+b)(a_1+b_1)}.$$

Es iſt demnach hier $W + W' < 1$.

Eben ſo iſt, wenn für ein Ereigniß E_1 die Wahrſcheinlichkeit $= \frac{a}{a+b}$, für das Ereigniß E_2 aber $= \frac{a_1}{a_1+b_1}$, und für das Ereigniß E_3 endlich $= \frac{a_2}{a_2+b_2}$ iſt, für das Zuſammentreffen aller drei Ereigniſſe die Wahrſcheinlichkeit gleich

$$\frac{a}{a+b} \cdot \frac{a_1}{a_1+b_1} \cdot \frac{a_2}{a_2+b_2} = \frac{a \cdot a_1 \cdot a_2}{(a+b)(a_1+b_1)(a_2+b_2)}.$$

e) Die Wahrſcheinlichkeit, daß ein Ereigniß, deſſen abſolute Wahrſcheinlichkeit $w = \frac{\alpha}{A}$ iſt, mehrere Mal, z. B. n Mal nach einander eintreffe, iſt

$$w^n = \left(\frac{a}{A}\right)^n.$$

f) Bezeichnet w die abſolute Wahrſcheinlichkeit eines Ereigniſſes E_1, und w' die abſolute Wahrſcheinlichkeit für ein anderes Ereigniß E_2; ſo iſt $1 - w$ die Wahrſcheinlichkeit, daß E_1 nicht eintrete, und $w w'$ die Wahrſcheinlichkeit, daß E_1 und E_2 zugleich eintreffen. Ferner iſt $w(1 - w')$ die Wahrſcheinlichkeit, daß zu gleicher Zeit E_1, aber nicht E_2 eintreffe, $w'(1 - w)$ die Wahrſcheinlichkeit, daß gleichzeitig E_2 eintreffe, aber nicht E_1, und endlich iſt $(1 - w)(1 - w')$ die Wahrſcheinlichkeit, daß E_1 und E_2 zugleich nicht eintreffen.

Mithin iſt $1 - (1 - w)(1 - w_1) = w + w_1 - w w_1$ die Wahrſcheinlichkeit, daß von den beiden Ereigniſſen E_1 und E_2 wenigſtens eines eintreffe.

g) Eine Lotterie enthalte n Nummern, von welchen bei jeder Ziehung r Nummern gezogen werden. Wenn nun Jemand a Nummern ſetzt, und es iſt w die Wahrſcheinlichkeit, daß alle a Nummern herauskommen, ſo iſt

$$w = \frac{r(r-1)(r-2)\ldots(r-a+1)}{n(n-1)(n-2)\ldots(n-a+1)}.$$

Denn die Anzahl aller möglichen Fälle iſt $\binom{n}{a}$, und die Anzahl aller günſtigen Fälle iſt $\binom{r}{a}$; folglich die geſuchte Wahrſcheinlichkeit

$$w = \frac{\binom{r}{a}}{\binom{n}{a}} = \frac{\dfrac{r(r-1)(r-2)\ldots(r-a+1)}{1\cdot 2\cdot 3\ldots(a-1)\cdot a}}{\dfrac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-a+1)}{1\cdot 2\cdot 3\ldots(a-1)\cdot a}} = \frac{r(r-1)(r-2)\ldots(r-a+1)}{n(n-1)(n-2)\ldots(n-a+1)}.$$

h) Sollen a Nummern, welche ſich in einer Urne befinden, in einer beſtimmten Ordnung herauskommen; ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit dafür $= \frac{1}{1.2.3(a-1)a}$. Wenn daher bei der in g) angeführten Lotterie die a geſetzten Nummern ſämmtlich in einer beſtimmten Ordnung zum Vorſcheine kommen; ſo iſt nach d) und g) die Wahrſcheinlichkeit für das Eintreffen dieſes Ereigniſſes gleich

$$\frac{1}{1.2.3\ldots a}\cdot w = \frac{r(r-1)(r-2)\ldots\ldots\ldots\ldots(r-a+1)}{1.2.3\ldots a.n(n-1)(n-2)\ldots(n-a+1)}.$$

Nun wird man ohne Schwierigkeit die folgenden Fragen beantworten können.

9) Wie groß iſt die abſolute Wahrſcheinlichkeit, mit zwei gewöhnlichen Würfeln, deren Flächen der Ordnung nach mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 bezeichnet ſind, die Summe 7, oder die Summe 8

zu werfen? Wie groß iſt die relative Wahrſcheinlichkeit für dieſe zwei Summen?

10) Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß Jemand mit zwei Würfeln zwei gleiche Zahlen wirft?

11) Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß ein Spieler mit drei ſolchen Würfeln drei gleiche Zahlen werfen wird? — Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß unter den geworfenen Zahlen zwei gleiche ſich befinden, und welche Wahrſcheinlichkeit hat der Spieler, daß er drei verſchiedene Zahlen wirft? — Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß unter den drei geworfenen Zahlen wenigſtens zwei gleiche ſind?

12) Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, mit drei Würfeln die Summe 12 zu werfen? — Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, mit drei Würfeln wenigſtens die Summe 12 zu werfen?

13) Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, mit drei Würfeln drei auf einander folgende Zahlen zu werfen?

14) Wie groß iſt die relative Wahrſcheinlichkeit, daß man mit drei Würfeln eher drei auf einander folgende Zahlen wirft, als drei Zahlen, unter welchen zwei gleiche Zahlen ſich befinden, und die dritte von dieſen verſchieden iſt?

15) Vier Perſonen ſpielen mit drei Würfeln. Jede der drei erſten Perſonen hat die Summe 14 geworfen, und nun hat noch die vierte Perſon zu werfen. Welche Wahrſcheinlichkeit hat dieſe vierte Perſon, daß ſie das Spiel gewinnen wird?

16) In einer Urne befinden ſich fünf weiße und ſieben ſchwarze Kugeln, und es zieht Jemand zwei Kugeln; wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß derſelbe eine weiße und eine ſchwarze ziehen wird?

17) Eine Urne enthält fünf weiße und ſieben ſchwarze Kugeln, und es wird fünf Mal nach einander eine Kugel gezogen und jedes Mal wieder hinein geworfen; wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß zwei Mal eine weiße, und drei Mal eine ſchwarze Kugel wird gezogen werden?

18) Vier Perſonen ſpielen mit der gewöhnlichen Karte von 32 Blättern, ſo daß jede immer acht Blätter bekömmt. Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß unter vier Spielen der A wenigſtens ein Mal alle vier Könige erhält?

19) Zwei Perſonen ſpielen mit zwei Würfeln unter der Bedingung, daß der Erſte gewinnen ſoll, wenn er die Summe 7, und der Andere, wenn er die Summe 4 wirft. Welche relative Wahrſcheinlichkeit hat jeder der beiden Spieler, daß er gewinnen werde?

20) Welche Wahrſcheinlichkeit hat man, mit drei Würfeln drei Mal nach einander drei gleiche Zahlen zu werfen?

21) Welche Wahrſcheinlichkeit hat man, mit zwei Würfeln das erſte Mal die Summe 7, und dann die Summe 8 zu werfen?

22) Wenn ein Spiel von 32 Karten in vier Theile nach den vier Farben getheilt wird, ſo daß jeder alle Blätter derſelben Farbe enthält, welche Wahrſcheinlichkeit hat man, auf den erſten Zug eine Figur von gegebener Farbe zu ziehen?

23) Eine Urne enthält drei weiße und zwei ſchwarze Kugeln; eine andere Urne aber enthält fünf weiße und drei ſchwarze Kugeln. Wenn nun aus einer dieſer beiden Urnen eine Kugel gezogen werden ſoll, ſo fragt ſich, welches die Wahrſcheinlichkeit ſey, daß eine weiße Kugel gezogen werde?

24) Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, mit zwei Würfeln auf den erſten Wurf die Summe 8, und wenn dieß nicht geſchieht, wenigſtens auf den zweiten Wurf die Summe 7 zu werfen?

25) Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, in unſerer gewöhnlichen Lotterie mit einer geſetzten Nummer einen Auszug, mit zwei geſetzten Nummern eine Ambe, mit drei geſetzten Nummern eine Terne u. ſ. f. zu machen?

26) Es ſetzt Jemand vier Nummern beim Lotto, die in einer angegebenen Ordnung erſcheinen ſollen. Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, eine ſolche beſtimmte Quaterne bei unſerer gewöhnlichen Lotterie zu machen?

27) Wie viele verſchiedene Summen laſſen ſich mit fünf gewöhnlichen Würfeln werfen?

28) Von 100 Jünglingen ſollen 25 durch das Los zum Militärdienſte ausgehoben werden. Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß drei beſtimmte Jünglinge zugleich Soldaten werden müſſen?

29) Wie viel Sylben, die aus einem Selbſtlaute und zwei Mitlauten beſtehen, wie z. B. der, vor, arm ꝛc., ſind in der deutſchen Sprache möglich?

30) In einem Sacke befinden ſich mehrere gleich große Kugeln, z. B. 30, und es nimmt Jemand aus demſelben mehrere mit der Hand auf ein Mal heraus. Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß er eine gerade, und wie groß die Wahrſcheinlichkeit, daß er eine ungerade Anzahl Kugeln nimmt?

31) Wie viele einfache und zuſammengeſetzte Diviſoren entſprechen dem Produkte $P = 342 a^3 b^4 c^2 d$?

32) In einer Geſellſchaft befinden ſich ſechs Mädchen, deren jedes 18 Jahre alt iſt, vier Mädchen von 20 Jahren, und drei von 24 Jahren. Ferner acht Männer von 25 Jahren, fünf von 27 Jahren, und endlich vier von 30 Jahren. Nun kommt die Geſellſchaft überein, daß immer vier Paare tanzen ſollen, jedoch ſo, daß die Tanzenden zuſammen immer 200 Jahre zählen. Wie viele Tänze müſſen wohl gemacht werden?

33) Auf wie viele Arten laſſen ſich 40 verſchiedene Kugeln in zwei Haufen abtheilen, daß der eine 30 und der andere 10 Kugeln enthalte?

34) In einer Geſellſchaft befinden ſich 20 Perſonen, die an vier Tiſchen ſpielen wollen. Am erſten Tiſche ſollen zwei Perſonen Schach ſpielen, am zweiten Tiſche vier Perſonen Whiſt, am dritten Tiſche ſechs Perſonen den gelben Zwerg, und am vierten Tiſche acht Perſonen Hammer und Glocke. Auf wie viele Arten laſſen ſich dieſe 20 Perſonen in die genannten vier Partien abtheilen?

35) Die Piquetkarte beſteht aus 32 Blättern, jeder der beiden Spieler erhält 12 Karten, und die übrigen acht Blätter werden als Kaufkarten zurückgelegt; wie viele verſchiedene Spiele ſind demnach bei der Austheilung der Karten möglich?

36) Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß von zwanzig in der gewöhnlichen Zahlenlotterie beſetzten Nummern nur eine, oder gerade zwei, oder gerade drei, weder mehr noch weniger, herauskommen werden?

Vierter Abſchnitt.

Erſtes Kapitel.

A. Über die Potenzen der Monome.

(§. 118 — 122 der Alg.)

1) $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$.

2) $(a^{-m})^n = a^{-mn} = \frac{1}{a^{mn}}$.

3) $(a^m)^{-n} = a^{-mn} = \frac{1}{a^{mn}}$.

4) $(a^{-m})^{-n} = a^{mn}$.

5) $[(a^m)^n]^p = a^{mnp}$.

6) $[(a^{-m})^n]^{-p} = (a^{-m})^{-np} = a^{mnp}$.

7) $(a^{\pm m})^n = a^{\pm mn}$.

8) $(a^{\pm m})^{-n} = a^{\mp mn}$.

9) $(a^m b^n)^p = a^{mp} b^{np}$.

10) $(a^m b^n)^{-p} = \frac{1}{(a^m b^n)^p} = \frac{1}{a^{mp} b^{np}}$.

11) $(a^{-m} b^{-n})^p = a^{-mp} b^{-np} = \frac{1}{a^{mp} b^{np}}$.

12) $(a^{-m} b^n)^p = a^{-mp} b^{np} = \frac{b^{np}}{a^{mp}}$.

13) $(a^{-m} b^{-n})^{-p} = a^{mp} b^{np}$.

14) $(a^m b^{-n})^{-p} = a^{-mp} b^{np} = \frac{b^{np}}{a^{mp}}$.

15) $(a^m b^n c^p)^{\pm r} = a^{\pm mr} b^{\pm nr} c^{\pm pr}$.

16) $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^p = (a^m b^{-n})^p = a^{mp} b^{-np} = \frac{a^{mp}}{b^{np}} = \frac{(a^m)^p}{(b^n)^p}$.

17) $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^{-p} = (a^m b^{-n})^{-p} = a^{-mp} b^{np} = \frac{a^{-mp}}{b^{-np}} = \frac{(a^m)^{-p}}{(b^n)^{-p}}$,

oder $= (a^m b^{-n})^{-p} = a^{-mp} b^{np} = \frac{b^{np}}{a^{mp}} = \frac{(b^n)^p}{(a^m)^p} = \left(\frac{b^n}{a^m}\right)^p$.

18) $\left(\frac{a^{-m}}{b^n}\right)^{-p} = \left(\frac{b^n}{a^{-m}}\right)^p = \frac{b^{np}}{a^{-mp}} = a^{mp} b^{np}$.

19) $\left(\frac{a^{-m}}{b^{-n}}\right)^{-p} = \frac{a^{mp}}{b^{np}}$.

20) $\left(\frac{a^m b^n c^p}{\alpha^\mu \beta^\nu \gamma^\pi}\right)^{\pm r} = \frac{a^{\pm mr} b^{\pm nr} c^{\pm pr}}{\alpha^{\pm \mu r} \beta^{\pm \nu r} \gamma^{\pm \pi r}} = a^{\pm mr} b^{\pm nr} c^{\pm pr} \alpha^{\mp \mu r} \beta^{\mp \nu r} \gamma^{\mp \pi r}$

21) $(+ a^m)^{2n} = + a^{2mn}$.

22) $(+ a^m)^{2n+1} = + a^{m(2n+1)}$.

23) $(- a^m)^{2n} = [(- a^m)^2]^n = [- a^m \times - a^m]^n$
$= (+ a^{2m})^n = + a^{2mn}$.

24) $(- a^m)^{2n+1} = (- a^m)^{2n} (- a^m) = + a^{2mn} \times - a^m$
$= - a^{2mn+m} = - a^{m(2n+1)}$.

25) $(\pm a^m)^{2n} = + a^{2mn}$.

26) $(\pm a^m)^{2n+1} = \pm a^{m(2n+1)}$.

27) $(\pm a^m)^{-2n} = + a^{-2mn}$.

28) $(\pm a^m)^{-2n\pm 1} = \pm a^{m(-2n\pm 1)}$.

29) $\frac{[2(3a^2x)^3]^{-2}}{[4(3^{-1}a^3x^4)^{-2}]^2} = \frac{2^{-2}(3a^2x)^{-6}}{4^2(3^{-1}a^3x^4)^{-4}} = \frac{(3^{-1}a^3x^4)^4}{2^2 4^2 (3a^2x)^6}$
$= \frac{3^{-4}a^{12}x^{16}}{2^2 . 4^2 . 3^6 a^{12} x^6} = \frac{x^{10}}{2^2 (4)^2 . 3^6 . 3^4}$
$= \frac{x^{10}}{2^2 . (2^2)^2 . 3^{10}} = \frac{x^{10}}{2^6 3^{10}}$

30) $\left[\frac{3a^2(4^{-2}a^5x^{-3})^2}{2^{-3}(3a^3x^{-2})^{-1}} : \frac{12ax^{10}(2^3a^{-2}x^4)^{-3}}{(3^2a^3x^{-5})^{-2}}\right]^{-1} =$
$= \left(\frac{3^2a^{11}}{2^5x^8} : \frac{3^5a^{13}}{2^7x^{12}}\right)^{-1} = \left(\frac{2^2x^4}{3^3a^2}\right)^{-1} = \frac{3^3a^2}{2^2x^4} = \frac{27a^2}{4x^4}$.

31) $\left[\tfrac{2}{3}a^2\left(\frac{-a^2}{2x^3}\right)^{-2}(6a^2x^{-2})^2 : \frac{4}{9}\left(\frac{x^{-2}}{a^3}\right)^{-1} . \frac{42a^{-2}}{x^3}\right] . \frac{8a^2x^4}{27} =$
$= [2^6 3^2 a^4 : 2^4 3^{-1} a x^{-1}] . \frac{2^3a^2x^4}{3^3} = 2^2 3^3 a^3 x . \frac{2^3a^2x^4}{3^3}$
$= 2^5 a^5 x^5 = 32 a^5 x^5$.

32) $\left[12a^3x^{-2}\left(\frac{3a^2}{2x^3} : \frac{9a}{4x^5}\right)^{-2}\left(\frac{6x^3}{a^2}\right)^3 : 8a^2x^{-3} \times\right.$
$\left.\times (\tfrac{4}{3}a^2x^3 : \tfrac{3}{2}ax^4)^{-1}\right]^2 . \frac{a^{15}}{1944}$
$= 2^3 3^3 a^3 x^{18} = 8 . 27 . a^3 x^{18} = 216 a^3 x^{18}$.

B. Von den eingliedrigen Wurzelgrößen.

(§. 123 — 135 der Alg.)

a) Wenn die Exponenten nur ganze Zahlen ſind.

1) $a = (\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n}$.

2) Iſt $a \gtreqless b$; ſo iſt auch $\sqrt[n]{a} \gtreqless \sqrt[n]{b}$.

3) $\sqrt[n]{AB} = \sqrt[n]{A}.\sqrt[n]{B}$ und $\sqrt[n]{A}.\sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A.B}$.

4) $\sqrt[n]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[n]{A}}{\sqrt[n]{B}}$ und $\sqrt[n]{A} : \sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A:B}$.

5) $\sqrt[n]{ABCD} = \sqrt[n]{A}.\sqrt[n]{B}.\sqrt[n]{C}.\sqrt[n]{D}$

und $\sqrt[n]{A}.\sqrt[n]{B}.\sqrt[n]{C}.\sqrt[n]{D} = \sqrt[n]{ABCD}$.

6) $A\sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A^n . B}$.

7) $\frac{\sqrt[n]{B}}{A} = \sqrt[n]{\frac{B}{A^n}}$.

8) $\frac{B}{\sqrt[n]{A}} = \sqrt[n]{\frac{B^n}{A}}$.

9) $\sqrt[n]{A^{n\alpha+\beta}} = A^\alpha\sqrt[n]{A^\beta}$.

10) $\sqrt[n]{A^{-r}} = \frac{1}{\sqrt[n]{A^r}}$.

11) $(\sqrt[n]{A})^r = \sqrt[n]{A^r}$.

12) $(\sqrt[n]{A})^{-r} = \sqrt[n]{A^{-r}}$.

13) $\sqrt[-n]{A^r} = \frac{1}{\sqrt[n]{A^r}} = \sqrt[n]{A^{-r}}$.

14) $(\sqrt[\pm n]{A})^{\pm n} = A$.

15) $\sqrt[n]{A^p} = A^{\frac{p}{n}}$ und $A^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{A^p}$ (vergl. §. 128).

16) $\sqrt[n]{A^m} = \sqrt[n.p]{A^{m.p}} = \sqrt[n:q]{A^{m:q}}$.

17) $\sqrt[n]{(\sqrt[m]{A})} = \sqrt[nm]{A}$ und $\sqrt[mn]{A} = \sqrt[m]{(\sqrt[n]{A})} = \sqrt[n]{(\sqrt[m]{A})}$.

18) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{(\sqrt[p]{A})}} = \sqrt[mnp]{A}$ und $\sqrt[mnp]{A} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{(\sqrt[p]{A})}} = \sqrt[m]{\sqrt[p]{\sqrt[n]{A}}} = ..$

b) Für jeden ganzen oder gebrochenen Exponenten.

19) $A^{\frac{p}{n}} = A^{\frac{\alpha . p}{\alpha . n}} = A^{\frac{p:\beta}{n:\beta}}$.

20) $a^{\frac{r}{n}} . a^{\frac{v}{m}} = a^{\frac{r}{n}+\frac{v}{m}}$.

21) $a^{\frac{r}{n}} : a^{\frac{v}{m}} = a^{\frac{r}{n} - \frac{v}{m}}$.

22) $(AB)^{\frac{m}{n}} = A^{\frac{m}{n}} B^{\frac{m}{n}}$.

23) $\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{m}{n}} = \frac{A^{\frac{m}{n}}}{B^{\frac{m}{n}}}$.

24) $\left(A^{\frac{v}{n}}\right)^{\frac{r}{m}} = A^{\frac{vr}{mn}}$.

25) $\sqrt[m]{A} . \sqrt[n]{B} = \sqrt[mn]{A^n B^m}$.

26) $\sqrt[m]{A} : \sqrt[n]{B} = \sqrt[mn]{\frac{A^n}{B^m}}$.

27) $A\sqrt[m]{B} . C\sqrt[n]{D} = AC\sqrt[mn]{B^n D^m} = \sqrt[mn]{A^{mn} C^{mn} B^n D^m}$.

28) $\frac{A\sqrt[m]{B}}{C\sqrt[n]{D}} = \frac{A}{C} . \sqrt[mn]{\frac{B^n}{D^m}}$.

29) $\sqrt[3]{a^{12}} = a^4$.

30) $\sqrt[3]{(1+x)^6} = (1+x)^2$.

31) $\sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2^2 = 4$.

32) $\sqrt[12]{a^{30}} = \sqrt{a^5} = a^{\frac{5}{2}} = \sqrt{a^4 . a} = a^2\sqrt{a}$.

33) $\sqrt[-3]{a^2} = \sqrt[3]{a^{-2}} = a^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{a^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$.

34) $\sqrt[\frac{3}{2}]{a^6} = \sqrt[3]{a^{12}} = a^4$.

35) $\sqrt[-\frac{4}{5}]{a^{16}} = \sqrt[4]{a^{-80}} = a^{-20} = \frac{1}{a^{20}}$.

36) $(\sqrt{a})^3 = \sqrt{a^3} = a\sqrt{a}$.

37) $(\sqrt[6]{a})^2 = \sqrt[\frac{6}{2}]{a} = \sqrt[3]{a}$.

38) $(4\sqrt[3]{9})^2 = 16\sqrt[3]{81} = 16\sqrt[3]{3^4} = 48\sqrt[3]{3}$.

39) $\sqrt[3]{\frac{8}{27} a^{-3} b^6 c^{-12}} = \frac{2b^2}{3ac^4}$.

40) $[2\sqrt{3\sqrt[3]{2a}}]^6 = 3456\,a$.

41) $(\sqrt{a - m^2\sqrt{b}})^4 = (a - m^2\sqrt{b})^2 = a^2 - 2am^2\sqrt{b} + m^4 . b$.

42) $\sqrt[30]{a^2} = \sqrt[15]{a} = \sqrt[3]{\sqrt[5]{a}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{a}}$.

43) $\sqrt[12]{\sqrt[\frac{5}{3}]{a^2}} = \sqrt[20]{a^2} = \sqrt[10]{a}$.

44) $\sqrt[n^2]{a^m} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{a^m}}$.

45) $\sqrt[m+n]{\sqrt[m-n]{a^{m^2-2mn+n^2}}} = \sqrt[m^2-n^2]{a^{(m-n)^2}} = \sqrt[m+n]{a^{m-n}}$.

46) $\sqrt[-1]{\sqrt[2]{\sqrt[-\frac{3}{2}]{a^2}}} = \sqrt[-2]{\sqrt[-\frac{3}{2}]{a^2}} = \sqrt[3]{a^2}$.

47) $\sqrt{a^5}.\sqrt{a^3} = \sqrt{a^8} = a^4$.

48) $\sqrt[3]{a^4}.\sqrt[3]{a^5}.\sqrt[3]{a^7}.\sqrt[3]{a^{11}} = \sqrt[3]{a^{27}} = a^9$.

49) $\sqrt[3]{a^3}.\sqrt{\ddot{a}^2} = \sqrt[6]{a^{13}} = \sqrt[6]{a^{12}.a} = a^2\sqrt[6]{a}$.

50) $\sqrt[3]{a^5 b^2}.\sqrt[4]{a^3 b^2} = \sqrt[12]{a^{29} b^{14}} = a^2 b\sqrt[12]{a^5 b^2}$.

51) $\sqrt{a^5 b^3}.\sqrt[6]{a^3 b^2}.\sqrt[4]{a b}.\sqrt[8]{a^2 b^2 c} = a^3 b^2\sqrt[12]{a^{11} b^9 c^4}$.

52) $\sqrt{6 a^3\sqrt{3 a b^3}}.\sqrt{18 a^2\sqrt{2 a}} = 6 a^3\sqrt[4]{54 b^3}$.

53) $\sqrt{12 a^5 b^3\sqrt[4]{18 a^3 b^6}}.\sqrt[3]{3 a^2 b^{11}\sqrt{a^9 b}} = 6 a^5 b^6\sqrt[24]{72 a b^2}$.

54) $6\sqrt{\frac{5}{12}} = \sqrt{6^2.\frac{5}{12}} = \sqrt{15}$.

55) $\frac{6}{5}\sqrt[3]{\frac{625}{108}} = \sqrt[3]{\frac{6^3}{5^3}.\frac{625}{108}} = \sqrt[3]{10}$.

56) $\frac{3x-6x^2}{2+4x}\sqrt{\frac{8+16x}{3x(1-2x)^3}} = \sqrt{\frac{6x}{1-4x^2}}$.

57) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{3}a^3\sqrt[3]{\frac{81 a^2}{3^2}}} = a\sqrt[6]{\frac{a^5}{3}}$.

58) $ab.\sqrt[n]{a^m b^p\sqrt{\frac{a^{n-2m}}{b^{2p+n}}}} = ab\sqrt{ab}$.

59) $\sqrt{\frac{169}{625}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{625}} = \frac{13}{25}$.

60) $\sqrt{\frac{18 a^3 b^2}{2197 m^3}} = \frac{\sqrt{9 a^2 b^2.2a}}{\sqrt{13^2.m^2.13m}} = \frac{3ab\sqrt{2a}}{13m\sqrt{13m}}$

$= \frac{3ab}{13m}\sqrt{\frac{2a}{13m}} = \frac{3ab\sqrt{26am}}{13m\ 13m} = \frac{3ab}{169 m^2}\sqrt{26am}$.

61) $\sqrt[3]{\frac{343\,a^5\,m^7}{32\,n^2}} = \frac{7\,a\,m^2}{2}\sqrt[3]{\frac{a^2\,m}{4\,n^2}} = \frac{7\,a\,m^2}{4\,n}\sqrt[3]{2\,a^2\,m\,n}.$

62) $\sqrt{\frac{2\,a\sqrt{a\,n^3}}{\sqrt{2\,a}}} = \sqrt[4]{2\,a^2\,n^3}.$

63) $\sqrt[4]{\frac{a^3\,b^2\sqrt[3]{a^2\,b}}{\sqrt{a\,b^3}}} = \sqrt[24]{a^{29}\,b^5}.$

64) $24\sqrt{28} : 3\sqrt{32} = 2\sqrt{14}.$

65) $48 : \sqrt[3]{108} = 8\sqrt[3]{2}.$

66) $a : \sqrt{a} = \sqrt{a}.$

67) $6\,a^3\,b^2 : \sqrt[5]{72\,a^4\,b^3} = a^2\,b\sqrt[5]{108\,a\,b^2}.$

68) $\sqrt[3]{\frac{80\,a^5\,b^4}{63\,m^4\,n^2}} : \sqrt[3]{\frac{10\,a^2\,b^2}{189\,m^2\,n\,x}} = 2\,a\sqrt[3]{\frac{3\,b^2\,x}{m^2\,n}}$

$= \frac{2\,a}{m\,n}\sqrt[3]{3\,b^2\,m\,n^2\,x}.$

69) $\frac{12\,a^3}{5\,b^2}\sqrt[4]{\frac{a^7\,b}{32\,m}} : \frac{3\,a^2}{10\,b^3}\sqrt[4]{\frac{a^3\,b}{4\,m}} = 4\,a^2\,b\sqrt[4]{2}.$

70) $\sqrt{a^3} : \sqrt[4]{a} = a\sqrt[4]{a}.$

71) $\sqrt[5]{a^7\,b^2\,c^3} : \sqrt[4]{a^5\,b\,c^3} = \sqrt[20]{\frac{a^3\,b^3}{c^3}}.$

72) $\sqrt[6]{\frac{a}{m}} : \sqrt[3]{\frac{a}{m}} = \sqrt[6]{\frac{m}{a}}.$

73) $12\sqrt[3]{a^2} : 3\sqrt{a} = 4\sqrt[6]{a}.$

74) $28\sqrt[4]{192} : 7\sqrt[6]{12} = 8\sqrt[12]{12}.$

75) $\sqrt[n]{\frac{a^m\,b^2}{c^3\,x^2}} : \sqrt[2n]{\frac{a^3\,b^6}{c^8}} = \sqrt[n]{\frac{a^{m-\frac{3}{2}}c}{b\,x^2}}.$

76) $\sqrt[3]{\frac{3\,a^2\sqrt{a\,x}}{2\,x\sqrt[3]{a^2}}} : \sqrt{\frac{3\,x^2\sqrt[3]{a}}{2\,a\sqrt{x}}} = \frac{a}{x}\sqrt[36]{\frac{64\,x^3}{729\,a^2}}.$

77) $\sqrt{a^2 - x^2} : \sqrt[3]{a - x} = \sqrt[6]{(a + x)^3(a - x)}$

$= \sqrt{a + x}\sqrt[6]{a - x}.$

78) $(\sqrt{a+x})(\sqrt[4]{a-x}) : (\sqrt[3]{a^2-x^2})(\sqrt[12]{a+x}) = \sqrt[12]{\frac{a+x}{a-x}}$.

79) $\left[\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x}\right] : \left[\sqrt[-2]{(1-x^2)} + 1\right] = \sqrt{1-x}$.

80) $\sqrt[6]{(1-x)}\sqrt[7]{(1-x)^6} : \frac{(1-x)\sqrt[7]{(1-x)^4}}{\sqrt{1-x}\sqrt[3]{1-x}} = \sqrt[7]{(1-x)^2}$.

Man transformire zur Übung noch folgende Wurzelausdrücke.

1) $\sqrt[4]{a\sqrt[p]{b}}$. 2) $a\sqrt{\frac{b}{c}} \cdot d\sqrt{bc}$.

3) $\sqrt[10]{6} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[15]{\tfrac{2}{9}}$. 4) $2\sqrt[3]{\tfrac{3}{2}} \cdot \sqrt{\tfrac{2}{3}} \cdot \tfrac{1}{6}\sqrt[6]{\tfrac{3}{4}}$.

5) $\sqrt{\tfrac{3}{2}} \cdot \sqrt[4]{\tfrac{4}{3}} \cdot \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[8]{\tfrac{1}{2}}$. 6) $\sqrt{3}\sqrt[3]{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$.

7) $\left[2\sqrt{\frac{1-x}{x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9x^2}{4-8x+4x^2}}\right]^{-1} : \left(\frac{2x\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}}\right)^{-2}$.

8) $\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{2}} : \frac{64}{3x\sqrt{2}}$.

9) $\sqrt[3]{\frac{2x\sqrt{6x}}{\sqrt{1-x^2}} : \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}}$.

10) $\left[\sqrt[-\frac{2}{3}]{\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{a^3}}}{a\sqrt{2}}} + \sqrt[\frac{1}{2}]{\frac{a\sqrt[3]{2}}{2\sqrt{a}}}\right]^{\frac{3}{2}} : \left[\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{2}} : \frac{a\sqrt[3]{2}}{4\sqrt{a^2}}\right]^{-\frac{1}{3}}$.

11) $\left[\sqrt[4]{\frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{a}}} : \sqrt{\frac{2a}{\sqrt[4]{2a^4}}}\right] \cdot \left(\frac{3\sqrt[4]{a^{\frac{5}{2}}}(6a)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt[6]{27}}\right)^{-1}$.

12) $\sqrt[-2n]{\frac{a^3\sqrt{a^2-x^2}}{a-x}} \cdot \sqrt[n]{\frac{a^{-\frac{3}{2}}(a-x)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt{a^2x^{-2}-1}}}$.

C. Mehrgliedrige Wurzelgrößen.

1) Addition und Subtraktion.

(§. 130 der Alg.)

1) $a\sqrt[m]{A} + b\sqrt[m]{A} + c\sqrt[m]{A} + d\sqrt[m]{A} = (a+b+c+d)\sqrt[m]{A}$.

2) $3\sqrt[3]{4} + 7\sqrt[3]{4} - 9\sqrt[3]{4} + 17\sqrt[3]{4} = 18\sqrt[3]{4}$.

3) $8\sqrt[4]{\tfrac{3}{2}} - 7\sqrt[3]{5} - 5\sqrt[4]{\tfrac{3}{2}} + 6\sqrt[3]{5} = 3\sqrt[4]{\tfrac{3}{2}} - \sqrt[3]{5}$.

4) $12\sqrt[n]{3a} - 18\sqrt[m]{4x} + 2\sqrt[p]{ax} - 8\sqrt[n]{3a} - 10\sqrt[p]{ax} + 13\sqrt[m]{4x}$
$= 4\sqrt[n]{3a} - 5\sqrt[m]{4x} - 8\sqrt[p]{ax}$.

5) $6\sqrt[3]{12} - 3\sqrt[4]{15} + 2\sqrt[3]{6} - (4\sqrt[3]{12} - 3\sqrt[4]{15} + 6\sqrt{6})$
$= 2\sqrt[3]{12} - 4\sqrt{6}$.

6) $\sqrt{18} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$.

7) $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 7\sqrt{108} - 4\sqrt{27} = 19\sqrt{3}$.

8) $8\sqrt[3]{16} + 4\sqrt{45} - 6\sqrt{175} + 2\sqrt[3]{250} - 2\sqrt{125} + 7\sqrt{112}$
$= 26\sqrt[3]{2} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{7}$.

9) $\sqrt[4]{48} + \sqrt[4]{243} + \sqrt[4]{1875} - \sqrt[4]{\frac{7203}{256}} = \frac{33}{4}\sqrt[4]{3}$.

10) $3\sqrt[3]{44{\cdot}8} - 2\sqrt[3]{700} + 4\sqrt[3]{\frac{756}{5}} + 4\sqrt[3]{\frac{7}{10}} = 20\sqrt[3]{\frac{7}{10}} =$
$= 20\sqrt[3]{0{\cdot}7} = 2\sqrt[3]{700}$.

11) $12\sqrt{0{\cdot}2} + 2\sqrt{\frac{20}{9}} +$
$+ 5\sqrt{0{\cdot}\dot{1}65289256198347107438\dot{0}} = \frac{766}{165}\sqrt{5}$.

12) $\sqrt{147\,a^2 m} + \sqrt{192\,m^3} - \sqrt{75\,a^3 m} - 3m\sqrt{12\,m} =$
$= 2(a+m)\sqrt{3m}$.

13) $\sqrt{54\,a^5 b} - 2a\sqrt{24\,a b^3} - 4ab\sqrt{54\,a^3 b^5} + 3a\sqrt{24\,a^3 b} -$
$- 2\sqrt{96\,a^3 b^3} + 2a^2\sqrt{216\,a b^7} + \sqrt{96\,a b^5} =$
$= (3a - 2b)^2\sqrt{6ab}$.

14) $209\,m\sqrt{\frac{2}{15}a^3 m^3} - \frac{169}{5}m\sqrt{\frac{5}{6}a^3 m^3} - 3an^2\sqrt{\frac{19{\cdot}2\,a}{m}} +$

$$+\frac{13}{5}m^2\sqrt{\frac{490}{3}a^3m}-71am^2\sqrt{\frac{am}{30}}=$$

$$=12a\left(m^2-\frac{n^2}{5m}\right)\sqrt{30am}.$$

15) $15\sqrt{2ab}.\sqrt[3]{3ab}-\dfrac{8b\sqrt{3a}\sqrt[3]{\frac{1}{2}a}}{\sqrt[6]{6b}}+\dfrac{12a\sqrt{b}\sqrt[3]{96b}}{\sqrt[6]{2a}}=$

$$=35\sqrt[6]{72a^5b^5}.$$

16) $7\sqrt{6}-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}+2\sqrt{\frac{8}{3}}-\frac{1}{4}\sqrt{150}+\frac{1}{3}\sqrt{24}=?$

17) $\sqrt{63}-6\sqrt{24}+2\sqrt{75}+2\sqrt{98}-3\sqrt{108}+2\sqrt{54}-$
$-3\sqrt{28}+\sqrt{2}=?$

18) $3\sqrt[3]{54}+\frac{5}{4}\sqrt[3]{48}-7\sqrt[3]{864}+3\sqrt[3]{0{\cdot}75}+6\sqrt[3]{108}-\dfrac{2}{\sqrt[3]{4}}=?$

19) $5\sqrt{1{\cdot}5}-6\sqrt[4]{0{\cdot}\dot{0}7\dot{4}}+12\sqrt[3]{0{\cdot}02\dot{7}}+7\sqrt[3]{162}-$
$-12\sqrt{0{\cdot}\dot{6}}-\sqrt[4]{96}=?$

20) $12\sqrt[4]{\frac{3}{8}}-10\sqrt{242}+\sqrt[8]{\frac{3}{64}}-2\sqrt{1250}+6\sqrt[4]{\frac{2}{81}}\sqrt[8]{3}+3\sqrt[4]{96}=?$

2) Multiplikation.

(§. 130 der Alg.)

1) $(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{c})\sqrt[n]{d}=\sqrt[n]{ad}+\sqrt[n]{bd}+\sqrt[n]{cd}.$

2) $(\sqrt[n]{a}+\sqrt[m]{b}-\sqrt[p]{c}).\sqrt[r]{d}=\sqrt[nr]{a^rd^n}+\sqrt[mr]{b^rd^m}-\sqrt[pr]{c^rd^p}.$

3) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})\sqrt{2}=2+\sqrt{6}-\sqrt{10}.$

4) $(3\sqrt{6}-2\sqrt{3}+4\sqrt{2}).\sqrt{6}=18-6\sqrt{2}+8\sqrt{3}.$

5) $(\frac{1}{4}\sqrt{15}+\frac{2}{3}\sqrt{6}-\frac{3}{2}\sqrt{35})6\sqrt{210}=\frac{45}{2}\sqrt{14}+24\sqrt{35}-$
$-315\sqrt{6}.$

6) $(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{c}-\sqrt[n]{d})=\sqrt[n]{ac}+\sqrt[n]{bc}-\sqrt[n]{ad}-\sqrt[n]{bd}.$

7) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=3\sqrt{2}-3-2\sqrt{3}+\sqrt{6}.$

8) $(\sqrt{15}+\sqrt{7})(\sqrt{15}-\sqrt{7})=8.$

9) $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(3-2\sqrt{6}+5\sqrt{10})$
$=29\sqrt{2}+18\sqrt{3}+6\sqrt{30}-24\sqrt{5}.$

10) $(\sqrt{30}-\sqrt[3]{60}-\sqrt[6]{120})\sqrt{3}=3\sqrt{10}-\sqrt[6]{97200}-\sqrt[6]{3240}.$

11) $(\sqrt{6}+\sqrt[4]{18}+\sqrt[8]{864})(\sqrt[4]{108}-\sqrt[8]{72})=6\sqrt[4]{3}+3\sqrt[4]{24}+$
$+6\sqrt[8]{6}-\sqrt[8]{93312}-\sqrt[8]{23328}-2\sqrt[8]{243}.$

12) $(9 + 2\sqrt{7})(5 - 3\sqrt{7}) = 3 - 17\sqrt{7}$.

13) $(7 - 2\sqrt{3})(7 + 2\sqrt{3}) = 37$.

14) $(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3}) = \sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{9}$.

15) $(\sqrt[4]{13} + \sqrt[4]{5})(\sqrt[4]{13} - \sqrt[4]{5}) = \sqrt{13} - \sqrt{5}$.

16) $(\sqrt[4]{17} - \sqrt[4]{8})(\sqrt[4]{17} + \sqrt[4]{8}) = \sqrt{17} - 2\sqrt{2}$.

17) $(3\sqrt{21} - 5\sqrt{13})(3\sqrt{21} + 5\sqrt{13}) = -136$.

18) $(2\sqrt[4]{32} - 3\sqrt{2})(2\sqrt[4]{32} + 3\sqrt{2}) = 16\sqrt{2} - 18$.

19) $(3\sqrt{12} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{6})(6\sqrt{3} + \sqrt{8} - \sqrt{54}) =$
$= 46 + 24\sqrt{3}$.

20) $(5\sqrt{45} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{15})(15\sqrt{5} + 3\sqrt{12}) =$
$= 1017 + 225\sqrt{3} + 54\sqrt{5}$.

21) $(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{5}{6}\sqrt{63} - \frac{1}{2}\sqrt{18})(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}\sqrt{28} + \sqrt{\frac{1}{2}}) =$
$= \frac{131}{12} + \frac{37}{24}\sqrt{42} - \frac{7}{4}\sqrt{3} + \frac{9}{4}\sqrt{14}$.

22) $\left(\frac{3\sqrt{15}}{2} - 2\sqrt{5}\right)\left(\frac{4\sqrt{3}}{3} + 3\sqrt{\frac{5}{3}}\right) = 6\sqrt{5} - \frac{8}{3}\sqrt{15} +$
$+ \frac{45}{2} - 10\sqrt{3}$.

23) $(6\sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{8}{3}})(\frac{2}{3}\sqrt{\frac{5}{3}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{7}{3}}) = \frac{2}{15}(44 - \sqrt{10})$.

24) $(5\sqrt{8} - 3)(3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) = 60 - 9\sqrt{2} + 40\sqrt{3} - 6\sqrt{6}$.

25) $(4\sqrt{14} - 3\sqrt{6})(5\sqrt{7} - 2\sqrt{3}) = 158\sqrt{2} - 23\sqrt{42} =$
$= (158 - 23\sqrt{21})\sqrt{2}$.

26) $(3\sqrt{45} - 2\sqrt{12} + 5\sqrt{18} - 3\sqrt{24})(2\sqrt{20} + 4\sqrt{27} -$
$- \sqrt{98} - 3\sqrt{150}) = 366 + 92\sqrt{15} - 3\sqrt{10} - 159\sqrt{30} +$
$+ 208\sqrt{6} - 36\sqrt{2} - 366\sqrt{3}$.

27) $(5\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - 2\sqrt{\frac{1}{6}})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + \sqrt{6}) =$
$= -1 - \frac{11}{2}\sqrt{6} + \frac{11}{3}\sqrt{3} + 6\sqrt{2}$.

28) $(3\sqrt{a} - 4\sqrt[3]{a^2 b} + 3\sqrt[3]{a b^2} - 2\sqrt{b})(2\sqrt{a} + 5\sqrt[3]{a^2 b} -$
$- 3\sqrt[3]{a b^2} - 4\sqrt{b}) = 6a + 7a\sqrt[6]{a b^2} - 3\sqrt[6]{a^5 b^4} -$
$- 16\sqrt{a b} + 27 a b - 20 a\sqrt[3]{a b^2} - 9 b\sqrt[3]{a^2 b} + 6\sqrt[6]{a^4 b^5} -$
$- 6 b\sqrt[6]{a^2 b} + 8 b$.

29) $\left(a\sqrt{\frac{b}{a}} + b\sqrt{\frac{a}{b}}\right)\left(a\sqrt{\frac{b}{a}} - b\sqrt{\frac{a}{b}}\right) = 0$.

30) $\left(\sqrt{a}\sqrt[4]{\frac{a^3}{n}} - n\sqrt{\frac{n^3}{a}}\right)\cdot\frac{n^3}{a}\left(a\sqrt[4]{\frac{a}{n}} + \frac{n^2}{a}\sqrt{a\,n}\right) =$
$= \frac{n^2}{a^2}(a^3\sqrt{a\,n} - n^6).$

31) $\left[\sqrt[4]{a^3}\sqrt{1+\frac{b}{a}} + \sqrt{a(a+b)}\right]\left[\sqrt[4]{a}\sqrt{1-\frac{b}{a}} +\right.$
$\left.+\sqrt{a-b}\right] = (1+2\sqrt[4]{a}+\sqrt{a})\sqrt{a^2-b^2} = (1+\sqrt[4]{a})^2\sqrt{a^2-b^2}.$

32) $(\sqrt{x+y}+\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x+y}-\sqrt{x}+\sqrt{y}) = 2\sqrt{x\,y}.$

33) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 = 8-2\sqrt{15}.$

34) $(\sqrt{7}+\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 = 12+2\sqrt{21}-2\sqrt{14}-2\sqrt{6}.$

35) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = a+b-2\sqrt{a\,b}.$

36) $(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})^2 = 2+2\sqrt{1-x^2}.$

37) $\left(a-\frac{m}{\sqrt{a}}\right)^2 = a^2+\frac{m^2}{a}-2m\sqrt{a}.$

38) $(\sqrt{6}+\sqrt{5})^3 = 21\sqrt{6}+23\sqrt{5}.$

39) $(\sqrt[3]{12}-\sqrt[3]{18})^2 = 2\sqrt[3]{18}+3\sqrt[3]{12}-12.$

40) $(\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{6})^3 = 21+9\sqrt[3]{50}+9\sqrt[3]{20}.$

41) $(\sqrt[4]{6}-\sqrt{2})^2 = 2+\sqrt{6}-2\sqrt[4]{24}.$

42) $(2\sqrt{15}-3\sqrt{10})^4 = 900(49-20\sqrt{6}).$

43) $[\sqrt{a+b}+\sqrt{a}+\sqrt{b}]^3 = 4(a+b)\sqrt{a+b} +$
$+ 2(2a+3b)\sqrt{a} + 2(3a+2b)\sqrt{b} + 6\sqrt{a\,b(a+b)}.$

44) $[\sqrt[4]{3+2\sqrt{3}}+\sqrt{5-\sqrt{3}}]\,[\sqrt[4]{3-\sqrt{3}}-\sqrt{5-\sqrt{3}}] =$
$= \sqrt[4]{3(1+\sqrt{3})}+\sqrt[4]{2(57-29\sqrt{3})}-\sqrt[4]{2(12+13\sqrt{3})} -$
$- 5+\sqrt{3}.$

45) $(\alpha\sqrt{a}+\beta\sqrt{b})(\gamma\sqrt{a}+\delta\sqrt{b}) = ?$

46) $\left(\frac{1}{c^2}\sqrt{a\,c\,d^2}+\sqrt{\frac{a^2}{b}}\right)(\sqrt{a\,c}+\sqrt{b^3}) = ?$

47) $(\frac{3}{5}\sqrt{12}-2\sqrt{\frac{2}{3}})(2\sqrt{\frac{27}{25}}+\frac{4}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}) = ?$

48) $(2\sqrt{\frac{10}{3}}+\frac{2}{5}\sqrt{22\cdot5})(5\sqrt{0\cdot5\dot{3}}-\frac{3}{4}\sqrt{0\cdot025}) = ?$

49) $(\sqrt{147}\sqrt[4]{1250}+\sqrt{18}\sqrt[4]{48})(7\sqrt{75}\sqrt[4]{2}-6\sqrt{\frac{8}{9}}\sqrt[4]{15\cdot1875}) = ?$

50) $(2\sqrt[3]{12}-3\sqrt{10})^2\,(3\sqrt{12}+2\sqrt[3]{10})^2 = ?$

3) Diviſion.

(§. 130 und 131 der Alg.)

1) $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} - \sqrt[n]{c}) : \sqrt[n]{m} = \sqrt[n]{\frac{a}{m}} + \sqrt[n]{\frac{b}{m}} - \sqrt[n]{\frac{c}{m}}$.

2) $(\sqrt{24} - \sqrt{18} + \sqrt{12}) : \sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{6} + 2$.

3) $(\sqrt{96} + \sqrt{48} + \sqrt{32}) : \sqrt{6} = 4 + 2\sqrt{2} + \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

4) $(10\sqrt{\tfrac{4}{5}} - 3\sqrt{\tfrac{1}{2}} + \tfrac{2}{3}\sqrt{\tfrac{5}{8}}) : \tfrac{1}{2}\sqrt{10} = 4\sqrt{2} - \tfrac{3}{5}\sqrt{5} + \tfrac{1}{3}$.

5) $(36 + 4\sqrt{18} - 3\sqrt[3]{12}) : 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - \sqrt[6]{\tfrac{243}{4}}$.

6) $(\sqrt{24} - \sqrt[3]{36} + \sqrt[4]{48}) : 2\sqrt{3} = \sqrt{2} - \sqrt[6]{\tfrac{3}{4}} + \sqrt[4]{\tfrac{1}{3}} =$

$$= \sqrt{2} - \frac{\sqrt[6]{48}}{2} + \frac{\sqrt[4]{27}}{3}.$$

7) $\frac{1}{a + \sqrt{b}} = \frac{a - \sqrt{b}}{a^2 - b}$.

8) $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$.

9) $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$.

10) $\frac{A}{\sqrt[n]{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}} = \frac{A\sqrt[n]{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{n-1}}}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} =$

$$= \frac{A(\sqrt{a} \mp \sqrt{b})\sqrt[n]{(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^{n-1}}}{a - b}.$$

11) $\frac{Z}{\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{Z(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})}{a + b - c + 2\sqrt{ab}} =$

$$= \frac{Z(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})(a + b - c - 2\sqrt{ab})}{a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc}.$$

12) $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}} = \tfrac{1}{2}(5 - \sqrt{10} + \sqrt{15})$.

13) $\frac{1}{\sqrt{7} + 2} = \frac{\sqrt{7} - 2}{3}$.

14) $\frac{3}{4 - \sqrt{3}} = \frac{3(4 + \sqrt{3})}{13}$.

15) $\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = 3(\sqrt{5} - \sqrt{3})$.

16) $\frac{3 + \sqrt{7}}{\sqrt{10} - \sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{10} + 3\sqrt{7} + \sqrt{70} + 7}{3}$.

17) $\frac{12}{\sqrt{5 + \sqrt{3}}} = \frac{12\sqrt{5 + \sqrt{3}}}{5 + \sqrt{3}} = \tfrac{6}{11}\sqrt{22(5 - \sqrt{3})}$.

18) $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(1+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{3})(1+2\sqrt{15})}{59}.$

19) $\frac{7}{\sqrt[3]{\sqrt{5}-\sqrt{3}}} = \frac{7\sqrt[3]{8-2\sqrt{15}}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{7}{2}\sqrt[3]{4(\sqrt{5}+\sqrt{3})}.$

20) $\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = -3-2\sqrt{2}.$

21) $\frac{3\sqrt{5}+2\sqrt{7}}{\sqrt{17}-4} = 3\sqrt{85}+2\sqrt{119}+12\sqrt{5}+8\sqrt{7}.$

22) $\frac{3+4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{96-33\sqrt{2}+63\sqrt{3}-31\sqrt{6}}{23}.$

23) $\frac{3+\sqrt{6}}{2\sqrt{12}-3\sqrt{6}} = -(2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+\frac{3}{2}\sqrt{6}+3).$

24) $\frac{5+2\sqrt{3}}{3\sqrt{\frac{1}{2}}+2\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{45\sqrt{2}-20\sqrt{3}+18\sqrt{6}-24}{19}.$

25) $\frac{\sqrt{\frac{3}{4}}-6\sqrt{\frac{2}{3}}}{4\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{125}(4-16\sqrt{2}+\frac{1}{4}\sqrt{6}-2\sqrt{3}).$

26) $\frac{2\sqrt{\frac{2}{3}}}{3\sqrt{\frac{1}{6}}+2\sqrt{\frac{1}{3}}-3\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{47}(18\sqrt{6}+15\sqrt{3}+28\sqrt{2}+39).$

27) $\frac{x+y-2\sqrt{xy}}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{xy} = \frac{\sqrt{y}}{y}-\frac{\sqrt{x}}{x}.$

28) $\frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{xy}.$

29) $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(x+y)\sqrt{xy}-2xy}{x-y}.$

30) $\frac{2\sqrt{mn}}{m+n-2\sqrt{mn}} = \frac{2(m+n)\sqrt{mn}+4mn}{(m-n)^2}.$

31) $\frac{m+n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}-\sqrt{mn}} =$

$= \frac{(m+n)(\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{mn})(m+n-mn-2\sqrt{mn})}{m^2+n^2+m^2n^2-2mn(m+n+1)}.$

32) $\frac{-1+\sqrt{5}}{\sqrt{5+\sqrt{5}}} = \frac{1}{5}\sqrt{10(5-2\sqrt{5})}.$

33) $\frac{6}{\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4}} = \frac{6(\sqrt[3]{10^2}+\sqrt[3]{10.4}+\sqrt[3]{4^2})}{(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{10^2}+\sqrt[3]{10.4}+\sqrt[3]{4^2})} =$

$= \sqrt[3]{100}+2\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{2}.$

34) $\dfrac{8}{\sqrt{6}+\sqrt[4]{3}} = \dfrac{8}{\sqrt[4]{36}+\sqrt[4]{3}} = \frac{8}{33}(6\sqrt{6} - 6\sqrt[4]{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt[4]{27}).$

35) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{24}-\sqrt[5]{18}} = \frac{2}{3}\sqrt[5]{324} + 2 + \sqrt[5]{24} + \sqrt[5]{18} + \frac{1}{2}\sqrt[5]{432}.$

36) $\dfrac{1}{\sqrt[6]{32}+\sqrt[3]{4}} = \dfrac{1}{\sqrt[6]{32}+\sqrt[6]{16}} = \sqrt[6]{2} - 1 + \frac{1}{2}\sqrt[6]{32} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{4} +$

$+ \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{2}.$

37) $\dfrac{\sqrt[6]{7776} + 2\sqrt[3]{9} + 2\sqrt[6]{3}\sqrt{2} + 2\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[6]{2}\sqrt{3} + 2\sqrt[3]{4}}{\sqrt[6]{6} + \sqrt[3]{2}} =$

$= \sqrt[3]{36} + 2\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{2}.$

38) $\dfrac{\sqrt{x^2 + x^3} + x\sqrt{1 - x}}{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}} = 1 + \sqrt{1 - x^2}.$

39) $\dfrac{1 + 4x}{\sqrt{5}} : \sqrt{\sqrt{3 + 2x} + \sqrt{2(1 - x)}} =$

$= \frac{1}{5}\sqrt{5}\sqrt{(1 + 4x)[\sqrt{3 + 2x} - \sqrt{2(1 - x)}]}.$

40) $\dfrac{2x}{\sqrt{\left[\sqrt{1 + \sqrt[3]{x}} - \sqrt{1 - \sqrt[3]{x}}\right]}} =$

$= \sqrt[6]{x^5}\sqrt{2\left(\sqrt{1 + \sqrt[3]{x}} + \sqrt{1 - \sqrt[3]{x}}\right)}.$

41) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{8} + \sqrt{3} + \sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt[5]{8} + (\sqrt{3} + \sqrt{2})} =$

$= \dfrac{z}{8 + 89\sqrt{3} + 109\sqrt{2}}$ (wenn wir den Zähler kurz durch z bezeichnen)

$= \dfrac{(7085\sqrt{2} + 5607\sqrt{3} - 155216\sqrt{6} + 379688)\,z}{6079103}.$

42) $\dfrac{1}{\sqrt[8]{12} + \sqrt{18}} = \dfrac{(3\sqrt{2} - \sqrt[3]{12})(18 + \sqrt[4]{12})(162 + \sqrt{3})}{52482} =$

$= \frac{3}{52482}[8748\sqrt{2} - 2916\sqrt[8]{12} + 972\sqrt[4]{3} - 162\sqrt[8]{1728} +$

$+ 54\sqrt{6} - 18\sqrt[8]{972} + 6\sqrt[4]{27} - \sqrt[8]{139968}].$

43) $(\sqrt{72} + \sqrt{32} - 4) : 2\sqrt{2} = ?$

44) $(6 + 2\sqrt{3} - \sqrt[3]{18}) : \sqrt{\frac{3}{2}} = ?$

45) $(5 - 7\sqrt{3}) : (1 + \sqrt{3}) = ?$

46) $3 : (1 + \sqrt{2}) = ?$

47) $1 : (\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}) = ?$

48) $1 : \sqrt[3]{a + \sqrt{b}} = ?$

49) $\sqrt{\frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}} : \frac{1}{7}\sqrt[3]{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}} = ?$

50) $(\sqrt[4]{6} + \sqrt[4]{5}) : (\sqrt[4]{6} - \sqrt[4]{5}) = ?$

51) $24 : (\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) = ?$

52) $12\sqrt{6} : (\sqrt{6} - \sqrt{12} + \sqrt{2} + 1) = ?$

53) $8\sqrt[4]{2} : (2\sqrt{2} - \sqrt[4]{3}) = ?$

54) $(3\sqrt{2} + 5\sqrt{3}) : \sqrt{3 + 2\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}} = ?$

55) $(21\sqrt{6} + 23\sqrt{5}) : \sqrt{(11 + 2\sqrt{30})} = ?$

56) $\sqrt[3]{6 - 2\sqrt{3}} : (\sqrt{10} - 3\sqrt{4 - 3\sqrt{2})} = ?$

57) $48\sqrt[4]{12} : (\sqrt[4]{20} + \sqrt{6} - \sqrt[3]{2}) = ?$

58) $(7 + 3\sqrt{2}) : \sqrt{2\sqrt{7} - 3\sqrt[3]{2}} = ?$

59) $(\sqrt[4]{6} + \sqrt[8]{3} + \sqrt{2}) : [3\sqrt[4]{6} - 2\sqrt{2 + \sqrt[3]{2}}] = ?$

60) $[3\sqrt[6]{72} - 2\sqrt[6]{12} + \sqrt[4]{2} . \sqrt[12]{3}]\sqrt[6]{3} : (3\sqrt{3} - 2\sqrt[6]{\tfrac{9}{2}} + \sqrt[4]{1{\cdot}5}) = ?$

61) Den Quotienten $\frac{42}{\sqrt{11 - 6\sqrt{2}}}$ auf die für die praktiſche Berechnung bequemſte Form zu bringen und das Reſultat mit 6 Decimalen genau zu entwickeln.

62) $\left[\frac{3\sqrt{48} + 2\sqrt{18}}{\sqrt[6]{23328} + 6\sqrt[6]{108}} : (\sqrt{12} - \sqrt{8} + \tfrac{2}{3}\sqrt{18})\right]^3$ zu entwickeln und das auf die bequemſte Form zurückgeführte Reſultat ſowohl in einen Decimalbruch als auch in einen Kettenbruch von gleichem Werthe zu verwandeln.

63) Den Quotienten $\frac{19}{3} + \cfrac{1}{\sqrt{2} + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\sqrt{2} + \frac{1}{4}}}} : \left(\frac{11\sqrt{2} - 18}{14}\right)$ auf die einfachſte Form zurück zu führen und das Endreſultat nach verſchiedenen Methoden mit 7 Decimalſtellen genau zu entwickeln.

64) Den Quotienten $\frac{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2}{6} : (49 - 20\sqrt{6})$ auf die einfachſte Form zu bringen und das Reſultat durch eine endliche Reihe darzuſtellen.

D. Rechnung mit imaginären Größen.

(§. 132 — 134 der Alg.)

1) Addition und Subtraktion.

1) $m\sqrt[2n]{-a} + p\sqrt[2n]{-a} - q\sqrt[2n]{-a} = (m + p - q)\sqrt[2n]{-a}$.

2) $3\sqrt{-5} - 2\sqrt[4]{-7} - 2\sqrt{-5} + 5\sqrt[4]{-7} = \sqrt{-5} + 3\sqrt[4]{-7}$.

3) $8\sqrt{-12} + 5\sqrt[4]{-80} - 6\sqrt{-3} + 3\sqrt[4]{-405} =$
$= 10\sqrt{-3} + 37\sqrt[4]{-5}$.

4) $7\sqrt{-18} + 3\sqrt{-36} - 2\sqrt{-28} + 3\sqrt{-9} - 2\sqrt{-8} - \sqrt{-63}$
$+ 7\sqrt{-\frac{1}{7}} = 17\sqrt{-2} + 27\sqrt{-1} - 6\sqrt{-7}$.

5) $4\sqrt[6]{-27} - 2\sqrt[4]{-1} + 3\sqrt[12]{-81} + 2\sqrt{-3} + \frac{1}{2}\sqrt[4]{-4}$
$= 4\sqrt[6]{(-3)^3} - 2\sqrt[4]{-1} + 3\sqrt[12]{3^4}\sqrt[12]{-1} + 2\sqrt{-3}$
$+ \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt[4]{-1} = 4\sqrt{-3} - 2\sqrt[4]{-1} + 3\sqrt[3]{3}\sqrt[12]{(-1)^3}$
$+ 2\sqrt{-3} + \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt[4]{-1} = 6\sqrt{-3} + (3\sqrt[3]{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - 2)\sqrt[4]{-1}$.

6) $\frac{3}{2}\sqrt[10]{-1024} - \frac{1}{3}\sqrt[6]{-64} + \sqrt[6]{-512} = (\frac{7}{3} - 2\sqrt{2})\sqrt{-1}$.

7) $\sqrt[6]{-729} - 2\sqrt[10]{-32} + 3\sqrt[14]{-128} - \sqrt[6]{-125}$
$= (3 + \sqrt{2} - \sqrt{6})\sqrt{-1}$.

8) $m\sqrt[4]{-a^5} - 3\sqrt[18]{-a^9x^6} - 2\sqrt[6]{-216} - 3\sqrt[6]{-8} + 5\sqrt[6]{-a^6x^2}$
$- n\sqrt[12]{-a^6x^4} = \sqrt{a}(m\sqrt[4]{a^3} - n\sqrt[3]{x})\sqrt[4]{-1}$
$+ [\sqrt{a}\sqrt[3]{x}(5\sqrt{a} - 3) - \sqrt{2}(3 + 2\sqrt{3})]\sqrt{-1}$.

2) Multiplikation.

1) $\sqrt[2n]{-a} \cdot \sqrt[2n]{-a} = (\sqrt[2n]{-a})^2 = \sqrt[n]{-a}$.

2) $\sqrt[2n]{-a} \cdot \sqrt[2n]{-b} = \sqrt[2n]{a \times -1 \times b \times -1} = \sqrt[2n]{ab}\sqrt[2n]{(-1)^2}$
$= \sqrt[2n]{ab}\sqrt[n]{-1}$.

3) $\sqrt[6]{-a}\,.\,\sqrt[6]{-b} = \sqrt[6]{ab}\,\sqrt[6]{(-1)^2} = \sqrt[3]{-1}\,\sqrt[6]{ab} = -\sqrt[6]{ab}.$

4) $\sqrt[4]{-a}\,.\,\sqrt[4]{-b} = \sqrt[4]{ab\,(-1)^2} = \sqrt[4]{ab}\,\sqrt{-1}.$

5) $3\sqrt{-8}\,.\,2\sqrt{-18} = 6\sqrt{8\,.\,18}\,(\sqrt{-1})^2 = -72$

6) $2\sqrt{-10} \times 4\sqrt{-5} = -40\sqrt{2}.$

7) $-6\sqrt{-15}\,.\,\sqrt{-3} = +18\sqrt{5}.$

8) $5\sqrt[6]{-24}\,.\,4\sqrt[6]{-3} = -20\sqrt{2}\,\sqrt[3]{3}.$

9) $-7\sqrt[6]{-2}\,.\,2\sqrt[6]{-6}\,.\,7\sqrt[6]{-3} = 98\sqrt[3]{6}\,\sqrt{-1}.$

10) $\sqrt{-a}\,.\,\sqrt[4]{-a^3} = a\sqrt[4]{a}\,\sqrt[4]{-1}.$

11) $\sqrt{-a^2b^3}\,.\,\sqrt{-a^3b^5}\,.\,\sqrt[4]{-a^2b^4} = -a^3b^5\sqrt[4]{-1}.$

12) $\sqrt{-2a}\,.\,\sqrt[6]{-4a^5} = \sqrt[6]{-8a^3 \times -4a^5}$

$= \sqrt[6]{32a^8}\,\sqrt[6]{(-1)^2} = -a\sqrt[6]{32a^2}.$

13) $\sqrt[4]{-a^3b^2} \times \sqrt[4]{-ab^2}\,.\,\sqrt[4]{-b^5}\,.\,a\sqrt[4]{-a^2b^3}$

$= a^2b^3\sqrt{a}\,\sqrt[4]{(-1)^4} = -a^2b^3\sqrt{a}.$

14) $(\sqrt{-a} + 2\sqrt{-a^3b} - \sqrt{-ab^2})\,\sqrt{-ab} =$

$= -a\sqrt{b} - 2a^2b + ab\sqrt{b}.$

15) $(\sqrt{-3} + \sqrt{-2})\,.\,\sqrt{-6} = -3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}.$

16) $(2\sqrt{-5} - 3\sqrt{-2})\,\sqrt{-10} = -10\sqrt{2} + 6\sqrt{5}.$

17) $(2\sqrt{-7} + 3\sqrt{-5})(2 - \sqrt{-10}) = 4\sqrt{-7} + 6\sqrt{-5}$

$+ 2\sqrt{70} + 15\sqrt{2}.$

18) $(4 - \sqrt{-6})(3 + 2\sqrt{-6}) = 24 + 5\sqrt{-6}.$

19) $(2\sqrt{-6} + 3\sqrt{-4})(3\sqrt{-3} - 2\sqrt{-2}) = -6\sqrt{2} - 10\sqrt{3}$

20) $(\sqrt{-10} + \sqrt{-7})(\sqrt{-10} - \sqrt{-7}) = -3.$

21) $(4\sqrt{-13} + 7\sqrt{-6})(4\sqrt{-13} - 7\sqrt{-6}) = 86.$

22) $(\frac{1}{2}\sqrt{-\frac{3}{4}} - \frac{2}{3}\sqrt{-\frac{3}{2}})(\frac{1}{2}\sqrt{-\frac{1}{4}} + \frac{2}{3}\sqrt{-\frac{3}{2}}) = \frac{23}{48}.$

23) $(4\sqrt{-15} + \sqrt{3})(2\sqrt{-5} - 3\sqrt{3}) = -40\sqrt{3}$

$+ 2\sqrt{-15} - 36\sqrt{5} - 9.$

24) $(-2 + \frac{1}{3}\sqrt{-7})(-1 - \frac{3}{2}\sqrt{-14}) =$

$= 2 + (3\sqrt{2} - \frac{1}{3})\sqrt{-7} + \frac{7\sqrt{2}}{2}.$

25) $(\sqrt{-10} - \sqrt{5} + \sqrt{-2})(\sqrt{-10} + \sqrt{-5} - \sqrt{-2})$

$= -3 - 2\sqrt{10}.$

26) $(\sqrt{-20} + \sqrt[4]{-10})(2\sqrt{-10} - \sqrt[4]{-40}) =$
$= -20\sqrt{2} - 2\sqrt{5}\sqrt{-1}.$

27) $(\sqrt[6]{-a} + \sqrt[4]{-b} - \sqrt{-ab})(\sqrt[6]{-a} - \sqrt[4]{-a^2b} + \sqrt{-ab^2})$
$= -\sqrt[3]{a} - b\sqrt[3]{a^2} + ab\sqrt{b} + \sqrt[3]{a^2}\sqrt{b} + (\sqrt[6]{a}\sqrt[4]{b} - \sqrt[3]{a^2}\sqrt[4]{b}$
$+ a\sqrt[4]{b^3} + b\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b})\sqrt{-1} - \sqrt{ab}\sqrt{-1}.$

28) $(\sqrt{-5} + \sqrt{-3})^2 = -8 - 2\sqrt{15}.$

29) $(\sqrt{-7} - \sqrt{-13})^2 = -20 + 2\sqrt{91}.$

30) $(\sqrt{-12} - \sqrt{-27})^2 = -3.$

31) $(\sqrt[4]{-6} - \sqrt{-3})^2 = \sqrt{-6} - 2\sqrt[4]{-54} - 3.$

32) $(\sqrt[4]{-8} + \sqrt[4]{-3})^2 = 2\sqrt{-2} + 2\sqrt[4]{24}\sqrt{-1} + \sqrt{-3}$
$= (2\sqrt{2} + 2\sqrt[4]{24} + \sqrt{3})\sqrt{-1}.$

33) $(\sqrt[6]{-15} + \sqrt[6]{-5})^2 = -\sqrt[3]{15} - 2\sqrt[6]{75} - \sqrt[3]{5}$
$= -\sqrt[3]{5}(\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[6]{3} + 1).$

34) $(2\sqrt{-7} - 3\sqrt{-10})^2 = -118 + 12\sqrt{70}.$

35) $(\sqrt{-7} + \sqrt{-5})^3 = -22\sqrt{-7} - 26\sqrt{-5}.$

36) $(2\sqrt{-5} - 3\sqrt{-13})^4 = 28129 - 3288\sqrt{65}.$

37) $(\sqrt{-12} - \sqrt{-18} + \sqrt{-6})^2 = -12(3 - \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{3}).$

38) $(\sqrt{-a} - \sqrt{-b} + \sqrt{c})^3 = -(a + 3bc - 3c)\sqrt{-a}$
$+ (3a - 3c + b)\sqrt{-b} - (3a + 3b - c)\sqrt{c} + 6\sqrt{abc}.$

39) $(\sqrt{-1})^{4n} = +1.$

40) $(\sqrt{-1})^{2(2n\pm1)} = -1.$

41) $(\sqrt{-1})^{4n+1} = +\sqrt{-1}.$

42) $(\sqrt{-1})^{4n+3} = -\sqrt{-1}.$

43) $(3 - \sqrt{-5})(4 - 3\sqrt{-5}) = ?$

44) $(2\sqrt{-3} - 10\sqrt{-1} - 7\sqrt{-2}).(\sqrt{-7} - 2\sqrt{-1}) = ?$

45) $\left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right)^2 = ?$

46) $\left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right)^2 + \left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}\right)^2 = ?$

47) $\left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}\right) . \left(\frac{e^{v\sqrt{-1}} + e^{-v\sqrt{-1}}}{2}\right)$

$\pm \left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right)\left(\frac{e^{v\sqrt{-1}} - e^{-v\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right) = ?$

48) $\left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right)\left(\frac{e^{v\sqrt{-1}} + e^{-v\sqrt{-1}}}{2}\right)$

$\pm \left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}\right)\left(\frac{e^{v\sqrt{-1}} - e^{-v\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right) = ?$

49) $\frac{a + b\sqrt{-1}}{a - b\sqrt{-1}} \pm \frac{a - b\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}} = ?$

50) $\frac{a + b\sqrt{-1}}{\alpha + \beta\sqrt{-1}} \pm \frac{a - b\sqrt{-1}}{\alpha - \beta\sqrt{-1}} = ?$

3) Diviſion.

1) $m\sqrt[2r]{-a} : n\sqrt[2r]{-a} = \frac{m}{n}.$

2) $\sqrt[2n]{-a} : \sqrt[2n]{-b} = \sqrt[2n]{a}.\sqrt[2n]{-1} : \sqrt[2n]{b}.\sqrt[2n]{-1} = \sqrt[2n]{\frac{a}{b}}.$

3) $a : \sqrt[2n]{-a} = \sqrt[2n]{-a^{2n-1}}.$

4) $a : \sqrt{-a} = -\sqrt{-a}.$

5) $\sqrt{-a} : \sqrt[4]{-a} = \sqrt[4]{-a}.$

6) $\sqrt[4]{-a^3} : \sqrt{-a} = \sqrt[4]{-a}.$

7) $\sqrt[4]{-a} : \sqrt[4]{-x} = \sqrt[4]{\frac{a}{x}}.$

8) $\sqrt[6]{-a^5} : \sqrt{-a} = \sqrt[3]{a}.$

9) $(8\sqrt{-12} - 12\sqrt{-6}) : 4\sqrt{-3} = 4 - 3\sqrt{2}.$

10) $(\sqrt{-42} - 6\sqrt{-21}) : -2\sqrt{-6} = -\frac{1}{2}\sqrt{7} + \frac{3}{2}\sqrt{14}.$

11) $(\sqrt{-30} + \sqrt{-70}) : \sqrt{-10} = \sqrt{3} + \sqrt{7}.$

12) $24 : (\sqrt{-6} - \sqrt{-8}) = 12(\sqrt{3} + 2)\sqrt{-2}.$

13) $4 : (1 + \sqrt{-3}) = 1 - \sqrt{-3}.$

14) $(2\sqrt{-3} - 3\sqrt{-2}) : (2\sqrt{-3} + 3\sqrt{-2}) = -5 + 2\sqrt{6}.$

15) $14 : \sqrt{15\sqrt{-1} - 2\sqrt{-2}} = \frac{2}{31}\sqrt{217(15 + 2\sqrt{2})}\sqrt[4]{-1}.$

16) $(35 + 10\sqrt{-3} - 21\sqrt{-7} + 6\sqrt{21}) : (5 - 3\sqrt{-7}) =$
$= 7 + 2\sqrt{-3}.$

17) $(13 - 4\sqrt{3}) : (4 - \sqrt{-8} + 3\sqrt{-6}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{-2} - \frac{1}{2}\sqrt{-6}.$

18) $(3 + \sqrt{-2}) : \sqrt{7 - 6\sqrt{-2}} = \frac{7 + 6\sqrt{-2}}{11}$.

19) $(6\sqrt{-1} - 4\sqrt{-3} + \sqrt{6} - 9) : -3\sqrt{-2} = ?$

20) $(-46 - 43\sqrt{-3}) : (7 - 4\sqrt{-3}) = ?$

21) $-2\sqrt{-1} : (1 - \sqrt{-1}) = ?$

22) $(\sqrt{14} + 3\sqrt{15} - 3\sqrt{-35} - \sqrt{-6}) : (\sqrt{2} - 3\sqrt{-5}) = ?$

23) $12 : (1 + \sqrt{-2}) = ?$

24) $\sqrt{-\sqrt{-1}} : (\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{-2}) = ?$

25) $(7 + 6\sqrt{-2}) : \sqrt{7 + 6\sqrt{-2}} = ?$

26) $2\sqrt{2\sqrt{-1}} : (1 + \sqrt{-1}) = ?$

27) $(19 - \sqrt{-2}) : \sqrt{17 - 20\sqrt{-2}} = ?$

28) $(2\sqrt[4]{15} + 2\sqrt[4]{5} - \sqrt[4]{48}) : (\sqrt[4]{-3} - \sqrt[4]{-5}) = ?$

29) $\left[\frac{3 - \sqrt{-3} - \sqrt{-2}}{\sqrt{-1}}\right]^2 : \left(\frac{2}{\sqrt{-1}} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{-6}\right) = ?$

30) $\sqrt{\frac{3 + 2\sqrt{-3} - 3\sqrt{-2}}{2\sqrt{-6}}} : \sqrt[3]{\frac{2\sqrt{-1}}{1 - \sqrt{-3} - \sqrt{-2}}} = ?$

Zweites Kapitel.

Das Binom.

(§. 136—154 der Alg.)

Setzt man Kürze halber den Ausdruck

$$\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+2)(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots\ldots (r-1) \cdot r} = \binom{n}{r},$$

ſo hat man

$$(A \pm B)^n = A^n \pm \binom{n}{1} A^{n-1} B + \binom{n}{2} A^{n-2} B^2 \pm \binom{n}{3} A^{n-3} B^3 + $$
$$+ \binom{n}{4} A^{n-4} B^4 \pm \ldots \pm \binom{n}{r} A^{n-r} B^r \ldots,$$

welche Entwickelung für jeden Werth des Exponenten n giltig iſt (§. 137 und 139, 7.).

Beiſpiele.

1) $(a \pm b)^0 = 1.$

2) $(a \pm b)^1 = a \pm b.$

3) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$

4) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3.$

5) $(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4.$

6) $(a \pm b)^5 = a^5 \pm 5a^4b + 10a^3b^2 \pm 10a^2b^3 + 5ab^4 \pm b^5.$

7) $(a \pm b)^6 = a^6 \pm 6a^5b + 15a^4b^2 \pm 20a^3b^3 + 15a^2b^4 \pm 6ab^5 + b^6.$

8) $(a \pm b)^7 = a^7 \pm 7a^6b + 21a^5b^2 \pm 35a^4b^3 + 35a^3b^4 \pm 21a^2b^5 + 7ab^6 \pm b^7.$

9) $(a \pm b)^8 = a^8 \pm 8a^7b + 28a^6b^2 \pm 56a^5b^3 + 70a^4b^4 \pm 56a^3b^5 + 28a^2b^6 \pm 8ab^7 + b^8.$

10) $(a \pm b)^9 = a^9 \pm 9a^8b + 36a^7b^2 \pm 84a^6b^3 + 126a^5b^4 \pm 126a^4b^5 + 84a^3b^6 \pm 36a^2b^7 + 9ab^8 \pm b^9.$

11) $(a \pm b)^{10} = a^{10} \pm 10a^9b + 45a^8b^2 \pm 120a^7b^3 + 210a^6b^4 \pm 252a^5b^5 + 210a^4b^6 \pm 120a^3b^7 + 45a^2b^8 \pm 10ab^9 + b^{10}.$

12) $(a \pm b)^{11} = a^{11} \pm 11a^{10}b + 55a^9b^2 \pm 165a^8b^3 + 330a^7b^4 \pm 462a^6b^5 + 462a^5b^6 \pm 330a^4b^7 + 165a^3b^8 \pm 55a^2b^9 + 11a^1b^{10} \pm b^{11}.$

13) $(a \pm b)^{12} = a^{12} \pm 12a^{11}b + 66a^{10}b^2 \pm 220a^9b^3 + 495a^8b \pm 792a^7b^5 + 924a^6b^6 \pm 792a^5b^7 + 495a^4b^8 \pm 220a^3b^9 + 66a^2b^{10} \pm 12ab^{11} + b^{12}.$

14) $(3 - 2x)^4 = 81 - 216x + 216x^2 - 96x^3 + 16x^4.$

15) $\left(4x^2 + \frac{m^3}{2}\right)^5 = 1024x^{10} + 640x^8m^3 + 160m^6x^6 + 20m^9x^4 + \frac{5m^{12}x^2}{4} + \frac{m^{15}}{32}.$

16) $\left(\frac{a^2b}{2m^2} - \frac{6m}{ab}\right)^7 = \frac{a^{14}b^7}{128m^{14}} - \frac{21a^{11}b^5}{32m^{11}} + \frac{189a^8b^3}{8m^8} - \frac{945a^5b}{2m^5} + \frac{5670a^2}{b \cdot m^2} - \frac{40824m}{ab^3} + \frac{163296 \cdot m^4}{a^4b^5} - \frac{219936 \cdot m^7}{a^7b^7}.$

17) $\left(3 + \frac{2x}{3y}\right)^6 = 729 + \frac{972x}{y} + \frac{540x^2}{y^2} + \frac{160x^3}{y^3} + \frac{80x^4}{3y^4} + \frac{64x^5}{27y^5} + \frac{64x^6}{729y^6}.$

18) $\left(\frac{2\,m^2\,x}{n} - \frac{n}{2}\right)^9 = \frac{512\,m^{18}\,x^9}{n^9} - \frac{1152\,m^{16}\,x^8}{n^7} + \frac{1152\,m^{14}\,x^7}{n^5}$
$- \frac{672\,m^{12}\,x^6}{n^3} + \frac{252\,m^{10}\,x^5}{n} - 63\,m^8\,n\,x^4 + \frac{21\,m^6\,n^3\,x^3}{2}$
$- \frac{9\,m^4\,n^5\,x^2}{8} + \frac{9\,m^2\,n^7\,x}{128} - \frac{n^9}{512}.$

19) $(1 - 3\,x)^5 = ?$

20) $(2\,v^2 + 1)^6 = ?$

21) $\left(\frac{2\,a\,x}{b^2\,y} + \frac{b\,x\,y}{4}\right)^7 = ?$

22) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^7 = ?$

23) $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^9 = ?$

24) $(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})^8 = ?$

25) $(\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})^7 = ?$

26) $(e^x \pm e^{-x})^8 = ?$

27) $\left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right)^2 + \left(\frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}\right)^2 = ?$

28) $(-\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{-3})^3 = ?$

29) $\left(\frac{-1 - \sqrt{5} + \sqrt{-10 + 2\sqrt{5}}}{4}\right)^5 = ?$

30) $\left(\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}\right)^4 = ?$

Zu §. 142 und 144 der Alg.

31) $(a+b+c)^4 = a^4 + 4\,a^3\,b + 6\,a^2\,b^2 + 4\,a\,b^3 + b^4 + 4\,a^3\,c + 12\,a^2\,b\,c + 12\,a\,b^2\,c + 4\,b^3\,c + 6\,a^2c^2 + 12\,abc^2 + 6\,b^2c^2 + 4ac^3 + 4\,b\,c^3 + c^4.$

32) $(a + b + c)^5 = a^5 + 5\,a^4\,b + 10\,a^3\,b^2 + 10\,a^2\,b^3 + 5\,a\,b^4 + b^5 + 5\,a^4\,c + 20\,a^3\,b\,c + 30\,a^2\,b^2\,c + 20\,a\,b^3\,c + 5b^4\,c + 10\,a^3c^2 + 30\,a^2\,b\,c^2 + 30\,a\,b^2\,c^2 + 10\,b^3\,c^2 + 10\,a^2\,c^3 + 20\,a\,b\,c^3 + 10\,b^2c^3 + 5\,a\,c^4 + 5\,b\,c^4 + c^5.$

33) $(a + b + c)^6 = a^6 + 6\,a^5\,b + 15\,a^4b^2 + 20\,a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6\,a\,b^5 + b^6 + 6\,a^5\,c + 30\,a^4\,b\,c + 60\,a^3b^2c + 60\,a^2b^3c + 30\,ab^4\,c + 6\,b^5\,c + 15\,a^4\,c^2 + 60\,a^3\,b\,c^2 + 90\,a^2\,b^2\,c^2 + 60\,a\,b^3\,c^2 + 15\,b^4c^2 + 20\,a^3\,c^3 + 60\,a^2\,b\,c^3 + 60\,a\,b^2\,c^3 + 20\,b^3\,c^3 + 15\,a^2\,c^4 + 30\,a\,b\,c^4 + 15\,b^2\,c^4 + 6\,a\,c^5 + 6\,b\,c^5 + c^6.$

34) $(a+b+c+d)^8 = a^8 + 8a^7b + 28a^6b^2 + 56a^5b^3$
$+ 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8ab^7 + b^8 + 8a^7c + 56a^6bc$
$+ 168a^5b^2c + 280a^4b^3c + 280a^3b^4c + 168a^2b^5c + 56ab^6c$
$+ 8b^7c + 8a^7d + 56a^6bd + 168a^5b^2d + 280a^4b^3d + 280a^3b^4d$
$+ 168a^2b^5d + 56ab^6d + 8b^7d + 28a^6c^2 + 168a^5bc^2 + 420a^4b^2c^2$
$+ 560a^3b^3c^2 + 420a^2b^4c^2 + 168ab^5c^2 + 28b^6c^2 + 56a^6cd$
$+ 336a^5bcd + 840a^4b^2cd + 1120a^3b^3cd + 840a^2b^4cd$
$+ 336ab^5cd + 56b^6cd + 28a^6d^2 + 168a^5bd^2 + 420a^4b^2d^2$
$+ 560a^3b^3d^2 + 420a^2b^4d^2 + 168ab^5d^2 + 28b^6d^2 + 56a^5c^3$
$+ 280a^4bc^3 + 560a^3b^2c^3 + 560a^2b^5c^3 + 280ab^4c^3 + 56b^5c^3$
$+ 168a^5c^2d + 840a^4bc^2d + 1680a^3b^2c^2d + 1680a^2b^3c^2d$
$+ 840ab^4c^2d + 168b^5c^2d + 168a^5cd^2 + 840a^4bcd^2 + 1680a^3b^2cd^2$
$+ 1680a^2b^3cd^2 + 840ab^4cd^2 + 168b^5cd^2 + 56a^5d^3 + 280a^4bd^3$
$+ 560a^3b^2d^3 + 560a^2b^3d^3 + 280ab^4d^3 + 56b^5d^3 + 70a^4c^4$
$+ 280a^3bc^4 + 420a^2b^2e^4 + 280ab^3c^4 + 70b^4c^4 + 280a^4c^3d$
$+ 1120a^3bc^3d + 1680a^2b^2c^3d + 1120ab^3c^3d + 280b^4c^3d$
$+ 420a^4c^2d^2 + 1680a^3bc^2d^2 + 2520a^2b^2c^2d^2 + 1680ab^3c^2d^2$
$+ 420b^4c^2d^2 + 280a^4cd^3 + 1120a^3bcd^3 + 1680a^2b^2cd^3$
$+ 1120ab^3cd^3 + 280b^4cd^3 + 70a^4d^4 + 280a^3bd^4 + 420a^2b^2d^4$
$+ 280ab^3d^4 + 70b^4d^4 + 56a^3c^5 + 168a^2bc^5 + 168ab^2c^5$
$+ 56b^3c^5 + 280a^3c^4d + 840a^2bc^4d + 840ab^2c^4d + 280b^3c^4d$
$+ 560a^3c^3d^2 + 1680a^2bc^3d^2 + 1680ab^2c^3d^2 + 560b^3c^3d^2$
$+ 560a^3c^2d^3 + 1680a^2bc^2d^3 + 1680ab^2c^2d^3 + 560b^3c^2d^3$
$+ 280a^3cd^4 + 840a^2bcd^4 + 840ab^2cd^4 + 280b^3cd^4 + 56a^3d^5$
$+ 168a^2bd^5 + 168ab^2d^5 + 56b^3d^5 + 28a^2c^6 + 56abc^6 + 28b^2c^6$
$+ 168a^2c^5d + 336abc^5d + 168b^2c^5d + 420a^2e^4d^2 + 840abc^4d^2$
$+ 420b^2c^4d^2 + 560a^2c^3d^3 + 1120abc^3d^3 + 560b^2c^3d^3 + 420a^2c^2d^4$
$+ 840abc^2d^4 + 420b^2c^2d^4 + 168a^2cd^5 + 336abcd^5 + 168b^2cd^5$
$+ 28a^2d^6 + 56abd^6 + 28b^2d^6 + 8ac^7 + 8bc^7 + 56ac^6d$
$+ 56bc^6d + 168ac^5d^2 + 168bc^5d^2 + 280ac^4d^3 + 280bc^4d^3$
$+ 280ac^3d^4 + 280bc^3d^4 + 168ac^2d^5 + 168bc^2d^5 + 56acd^6$
$+ 56bcd^6 + 8ad^7 + 8bd^7 + c^8 + 8c^7d + 28c^6d^2 + 56c^5d^3$
$+ 70c^4d^4 + 56c^3d^5 + 28c^2d^6 + 8cd^7 + d^8.$

Zu §. 145 der Alg.

35) $(1 - 4x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^3)^6 = 1 - 24x + 243x^2 - \frac{2677}{2}x^3$
$+ \frac{17175}{4}x^4 - \frac{31521}{4}x^5 + \frac{116471}{16}x^6 - \frac{7173}{4}x^7 - \frac{21891}{16}x^8$
$+ \frac{11395}{16}x^9 + \frac{2811}{32}x^{10} - \frac{1377}{16}x^{11} - \frac{661}{256}x^{12} + \frac{87}{16}x^{13}$
$+ \frac{15}{128}x^{14} - \frac{97}{512}x^{15} - \frac{9}{1024}x^{16} + \frac{3}{1024}x^{17} + \frac{1}{4096}x^{18}$.

36) $(2 - x + 3x^2)^{10} = 1024 - 5120x + 26880x^2 - 84480x^3$
$+ 255360x^4 - 584064x^5 + 1264800x^6 - 2238720x^7$
$+ 3739860x^8 - 5266100x^9 + 6995053x^{10} - 7899150x^{11}$
$+ 8414685x^{12} - 7555680x^{13} + 6403050x^{14} - 4435236x^{15}$
$+ 2908710x^{16} - 1443420x^{17} + 688905x^{18} - 196830x^{19}$
$+ 59049x^{20}$.

Das n^{te} Glied in der Entwickelung von $(a+b)^m$ wollen wir allgemein durch G_n bezeichnen.

37) Von $(a+b)^{18}$ iſt $G_9 = 43758\,a^{10}b^8$.

38) » $(a-b)^{25}$ iſt $G_{17} = 2042975\,a^9b^{16}$.

39) » $(1+x)^{60}$ iſt $G_{30} = 114449595062769120\,x^{29}$.

40) » $(2a - \frac{1}{2}x)^{40}$ iſt $G_{25} = \frac{31426050825}{128}a^{16}x^{24}$.

41) » $\left(\frac{2a^2}{3m} - \frac{6561m^2}{128a}\right)^{56}$ iſt $G_7 = 923546624\,\frac{a^{94}}{m^{38}}$.

42) » $\left(a^2 - \frac{x^2}{2}\right)^{100}$ iſt $G_{13} = \frac{262605262776675}{1024}a^{176}x^{24}$.

43) » $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^{60}$ iſt $G_{56} = ?$

44) » $\left(2a^3 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{73}$ iſt $G_{67} = ?$

45) » $\left(\frac{2-x}{x} + \frac{x^2+3x-4}{2x}\right)^{25}$ iſt $G_{20} = ?$

46) » $\left(\frac{2}{x} - \frac{x}{2}\right)^{39}$ iſt $G_8 = ?$

47) » $\left(\frac{1024^{266}\cdot a^3}{x^{50}} + \frac{x}{4a}\right)^{537}$ iſt $G_{536} = ?$

48) » $(2 - \sqrt{-3})^{20}$ iſt $G_{14} = ?$

49) » $(\sqrt[4]{5} + \sqrt[4]{-2})^{24}$ iſt $G_{18} = ?$

50) » $(\sqrt{3} - 2\sqrt{-1})^{25}$ iſt $G_{19} = ?$

51) Von $[\sqrt{7} - \sqrt{3 - \sqrt{2}}]$ iſt $G_{10} = ?$

52) » $[\sqrt{5 + \sqrt{3}} - \sqrt{5 - \sqrt{3}}]^{18}$ iſt $G_{14} = ?$

53) Die Potenz $(3 - 2x + x^2 - 5x^3 - 5x^4)^2$ zu entwickeln.

54) » » $(1 - x - 3x^2 + 2x^3 - 3x^4)^3$ zu entwickeln.

55) » » $(1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4}x^3)^4$ zu entwickeln.

56) » » $(2 - 3x^2 + 4x^4 - 5x^6)^5$ zu entwickeln.

57) » » $(3 + 2x^3 - \frac{1}{2}x^6 - \frac{1}{6}x^9)^6$ zu entwickeln.

58) Man ſuche G_7 von $(\frac{1}{2} - 2x - \frac{1}{3}x^2 + 3x^3)^7$.

59) Man beſtimme G_{12} von $(5 + 3x - 4x^2 - 10x^3)^8$.

60) Man ſuche die Summe aller numeriſchen Koefficienten in der Entwickelung von $(x^2 - 6x + 3)^9$.

Zu §. 146.

61) $634093^2 = ?$

62) $403{\cdot}7652^2 = ?$

63) $0{\cdot}720908^2 = ?$

64) $(23\frac{7}{8})^2 = ?$

65) $830457^3 = ?$

66) $74{\cdot}5076^3 = ?$

67) $0{\cdot}08379^3 = ?$

68) $329\frac{4}{5})^3 = ?$

69) Wie heißt die Ziffer der Einſer in der Entwickelung von $(8307{\cdot}563)^3$?

70) Von der entwickelten Potenz $(9437{\cdot}536)^3$ die Ziffer der Hunderte zu beſtimmen.

71) Die Potenz $[2 - 3x + 4x^2 - 2x^3 + x^4]^{10}$ ſymboliſch auszudrücken und dann den Koefficienten von x^9 zu berechnen.

72) $(1 + 2x - 3x^2 - 2x^3)^4$ ſymboliſch darzuſtellen und dann vollſtändig zu entwickeln.

Ausziehung der Quadrat= und Kubikwurzeln mit beſtimmten Zahlen und mehrgliedrigen algebraiſchen Ausdrücken.

a) Ausziehung der Quadratwurzeln.

(§. 148 — 151 der Alg.)

1) $\sqrt{A^2 \pm 2AB + B^2} = A \pm B.$

2) $\sqrt{\left(a^2 - \frac{2ab}{m} + \frac{b^2}{m^2}\right)} = a - \frac{b}{m}.$

3) $\sqrt{(9 - 12x + 4x^2)} = 3 - 2x.$

4) $\sqrt{(36 + 6x + \frac{1}{4}x^2)} = 6 + \frac{1}{2}x.$

5) $\sqrt{\left(\frac{a^4}{m^4} - 2am + \frac{m^6}{a^2}\right)} = \frac{a^2}{m^2} - \frac{m^3}{a}.$

6) $\sqrt{(4g^6 + 12g^3x^2 + 9x^4)} = 2g^3 + 3x^2.$

7) $\sqrt{\left(\frac{9x^4}{4} - 6x^2y^3z^2 + 4y^6z^4\right)} = \frac{3}{2}x^2 - 2y^3z^2.$

8) $\sqrt{(\frac{9}{16}a^4b^2 - \frac{3}{4}a^2bx^3 + \frac{1}{4}x^6)} = \frac{3}{4}a^2b - \frac{1}{2}x^3.$

9) $\sqrt{(a^{2n} + 2a^nx^p + x^{2p})} = a^n + x^p.$

10) $\sqrt{\left(\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}\right)} = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}.$

11) $\sqrt{(4a^{2m} + 2a^{m+2}x^n + \frac{1}{4}a^4x^{2n})} = 2a^m + \frac{1}{2}a^2x^n.$

12) $\sqrt{\left(\frac{a^2}{b^2} - \frac{4a}{3c} + \frac{4b^2}{9c^2}\right)} = \frac{a}{b} - \frac{2b}{3c}.$

13) $\sqrt{\left[\frac{(a^2 - m^2)^2}{4a^2m^2} + 4a - 4m + \frac{16a^2m^2}{a^2 + 2am + m^2}\right]} =$
$= \frac{a^2 - m^2}{2am} + \frac{4am}{a + m}.$

14) $\sqrt{(a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2)} = a + b + c.$

15) $\sqrt{(x^2 - 2xy + y^2 + 2xz - 2yz + z^2)} = x - y + z.$

16) $\sqrt{(a^4b^2 - 2a^2bm^2 + m^4 - 2a^2bn^3 + 2m^2n^3 + n^6)} =$
$= a^2b - m^2 - n^3.$

17) $\sqrt{(9 + 12x + 34x^2 + 20x^3 + 25x^4)} = 3 + 2x + 5x^2.$

18) $\sqrt{(4 - \frac{4}{3}x + \frac{109}{9}x^2 - 2x^3 + 9x^4)} = 2 - \frac{1}{3}x + 3x^2.$

19) $\sqrt{(x^6 - x^5 - \frac{11}{4}x^4 + \frac{27}{2}x^3 - \frac{15}{4}x^2 - 18x + 36)} =$
$= x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 6.$

20) $\sqrt{(49 + 70x - 17x^2 - 58x^3 + 45x^4 + 52x^5 - 20x^6}$
$- 16x^7 + 16x^8) = 7 + 5x - 3x^2 - 2x^3 + 4x^4.$

21) $\sqrt{\left(a^{2m} - 2a^mb^nx^r + b^{2n}x^{2r} - \frac{2b^{2n}}{x^2} + \frac{2b^{3n}x^{r-2}}{a^m} + \frac{b^{4n}}{a^{2m}x^4}\right)}$
$= a^m - b^nx^r - \frac{b^{2n}}{a^mx^2}.$

22) $\sqrt{\left[\frac{4a^{2n}c^6}{b^{4n}d^{2p-2}} - \frac{12a^{2n-1}c}{b^nd^{p-1}} + \frac{9a^{2n-2}b^{2n}}{c^4} + \frac{2a^{n-3}c^3d^{p+1}}{3b^{2n-3}}\right.}$
$\left. - \frac{a^{n-4}b^{n+2}d^{2p}}{c^2} + \frac{b^4d^{4p}}{36a^6}\right] = \frac{2a^nc^3}{b^{2n}d^{p-1}} - \frac{3a^{n-1}b^n}{c^2} + \frac{b^2d^{2p}}{6a^3}.$

23) $\sqrt{\left(\frac{a^2 - 2ab + b^2}{4m^2 + 12mn + 9n^2}\right)} = \frac{a - b}{2m + 3n}.$

24) $\sqrt{\left[\frac{169(a^4 - 2a^2mx + m^2x^2)}{m^4 - 4m^2nx + 4n^2x^2}\right]} = \frac{13(a^2 - mx)}{m^2 - 2nx}.$

25) $\sqrt{\left(\frac{1 - 4x + 10x^2 - 12x^3 + 9x^4}{a^{2m} - 2a^m b^n x^2 + b^{2n} x^4}\right)} = \frac{1 - 2x + 3x^2}{a^m - b^n x^2}.$

26) $\sqrt{a^2 + x} = a + \frac{x}{2a} - \frac{x^2}{8a^3} + \frac{x^3}{16a^5} - \frac{5x^4}{128a^7} + \frac{7x^5}{256a^9} -$
$- \frac{21a^6}{1024a^{11}} + \ldots$

27) $\sqrt{a^2 - x} = a - \frac{x}{2a} - \frac{x^2}{8a^3} - \frac{x^3}{16a^5} - \frac{5x^4}{128a^7} - \frac{7x^3}{256a^9} -$
$- \frac{21x^6}{1024a^{11}} - \ldots$

28) $\sqrt{a^2 \pm x^2} = a \pm \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} \pm \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} \pm \frac{7x^{10}}{256a^9} - \ldots$

29) $\sqrt{\left(\frac{25a^2b^6}{4c^8} + \frac{35ab^3}{c} + 49e^6\right)} = ?$

30) $\sqrt{(x^8 - 17x^4 + \frac{289}{4})} = ?$

31) $\sqrt{a + b \pm 2\sqrt{(ab)}} = ?$

32) $\sqrt{(\sqrt[3]{a^2} \pm 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})} = ?$

33) $\sqrt{(9x^2 - 6xy + 30az + 6xv + y^2 - 10yz - 2vy}$
$\overline{+ 25z^2 + 10zv + v^2)} = ?$

34) $\sqrt{(\frac{9}{4}x^2 + \frac{4}{9}y^2 + 16z^2 - 2xy + 12xz - \frac{16}{3}yz)} = ?$

35) $\sqrt{[\frac{9}{4} + 6x - 17x^2 - 28x^3 + 49x^4]} = ?$

36) $\sqrt{(e^{2x} \pm 2 + e^{-2x})} = ?$

37) $\sqrt{\left[\frac{\frac{4}{9}a^2x^4 - \frac{4}{3}abx^3z + \frac{8}{3}a^2bx^2z^2 + b^2x^2z^2 - 4ab^2xz^3 + 4a^2b^2z^4}{12ax^2 - 12axy + 3ay^2}\right]} = ?$

38) $\sqrt{\left(\frac{a^3cd^2}{4b^4} - \frac{5a^2c^3d^4}{12b^2} + \frac{a^4d^2}{8b^3c}\right)} = ?$

39) $\sqrt{169} = 13.$

40) $\sqrt{625} = 25.$

41) $\sqrt{94249} = 307.$

42) $\sqrt{243049} = 493.$

43) $\sqrt{659344} = 812.$

44) $\sqrt{5358240000} = 73200.$

45) $\sqrt{1560001} = 1249.$

46) $\sqrt{10850436} = 3294.$

47) $\sqrt{27920656} = 5284.$

48) $\sqrt{43125489} = 6567.$

49) $\sqrt{72743841} = 8529.$

50) $\sqrt{932002952409} = 965403.$

51) $\sqrt{8152292406682116} = 90290046.$

52) $\sqrt{0\cdot0576} = 0\cdot24.$

53) $\sqrt{7\cdot584516} = 2\cdot754.$

54) $\sqrt{0\cdot12033961} = 0\cdot3469.$

55) $\sqrt{0\cdot002209} = 0\cdot047.$

56) $\sqrt{1420\cdot913025} = 37\cdot695.$

57) $\sqrt{483035\cdot84206084} = 695\cdot0078.$

58) $\sqrt{0\cdot0009765625} = 0\cdot03125.$

59) $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}.$

60) $\sqrt{\frac{64}{169}} = \frac{8}{13}.$

61) $\sqrt{\frac{49}{144}} = \frac{7}{12}.$

62) $\sqrt{73\frac{24}{25}} = 8\frac{3}{5}.$

63) $\sqrt{70\frac{9}{64}} = 8\frac{3}{8}.$

64) $\sqrt{28} = 5\cdot2915026\ldots$

65) $\sqrt{13} = 3\cdot6055512\ldots$

66) $\sqrt{97} = 9\cdot8488578\ldots$

67) $\sqrt{59} = 7\cdot6811457\ldots$

68) $\sqrt{\frac{3}{4}} = 0\cdot8660254\ldots$

69) $\sqrt{7\frac{2}{3}} = 2\cdot7688746\ldots$

70) $\sqrt{\frac{13}{5}} = 1\cdot6124515\ldots$

71) $\sqrt{4\frac{4}{7}} = 2\cdot1380899285\ldots$

72) $\sqrt{\frac{3}{313}} = 0\cdot0979013\ldots$

73) $\sqrt{82} = 9 + \cfrac{1}{18 + \cfrac{1}{18 + \cfrac{1}{18 + \ldots}}}$

74) $\sqrt{80} = 8 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{16 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{16 + \ldots}}}}$

75) $\sqrt{103} = 10 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{9 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{20 + \ldots}}}}}}}}}}}}$

76) $\sqrt{328} = 18 + \cfrac{1}{9 + \cfrac{1}{36 + \cfrac{1}{9 + \cfrac{1}{36 + \ldots}}}}$

77) $\sqrt{4223} = 64 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{63 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{128 + \ldots}}}}$

78) $\sqrt{7} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \ldots}}}}$

79) $\sqrt{59} = ?$

80) $\sqrt{13\frac{2}{3}} = ?$

81) Die zweite Wurzel aus einer unvollſtändigen Quadratzahl kann nie durch einen endlichen Kettenbruch vollkommen genau dargeſtellt werden. Wie läßt ſich dieſe Behauptung rechtfertigen?

82) Der Kettenbruch, welcher den numeriſchen Werth einer irrationalen Quadratwurzel darſtellt, iſt ſtets periodiſch. Wie läßt ſich dieſer Satz beweiſen, und welches merkwürdige Geſetz herrſcht in der Entwickelung?

b) Ausziehung der Kubikwurzeln.

(§. 152 — 154 der Alg.)

1) $\sqrt[3]{A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3} = A \pm B.$

2) $\sqrt[3]{8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3} = 2a - 3b.$

3) $\sqrt[3]{\left(\frac{8a^6}{27} - 2a^4x^2 + \frac{9a^2x^4}{2} - \frac{27x^6}{8}\right)} = \frac{2a^2}{3} - \frac{3x^2}{2}.$

4) $\sqrt[3]{(8 + 60x + 150x^2 + 125x^3)} = 2 + 5x.$

5) $\sqrt[3]{\left(a^3 + ax + \frac{x^2}{3a} + \frac{x^3}{27a^3}\right)} = a + \frac{x}{3a}.$

6) $\sqrt[3]{\left(\frac{a^6x^3}{8m^3} - \frac{9a^3n}{2} + \frac{54m^3n^2}{x^3} - \frac{216m^6n^3}{a^3x^6}\right)} = \frac{a^2x}{2m} - \frac{6m^2n}{ax^2}.$

7) $\sqrt[3]{\left(\frac{x^9}{y^6} - \frac{3x^4}{y} + \frac{3y^4}{x} - \frac{y^9}{x^6}\right)} = \frac{x^3}{y^2} - \frac{y^3}{x^2}.$

8) $\sqrt[3]{(x^{3n} - 3x^{2n}.a^m + 3x^na^{2m} - a^{3m})} = x^n - a^m.$

9) $\sqrt[3]{\left(a^6x^{3n} - 3a^{n+4}x^{n+1} + \frac{3a^{2n+2}}{x^{n-2}} - \frac{a^{3n}}{x^{3n-3}}\right)} = a^2x^n - \frac{a^n}{x^{n-1}}.$

10) $\sqrt[3]{\left(\frac{a^{3n}x^{3m}}{b^{3n+3m}} + \frac{3a^{n+1}}{b^{2m}x} + \frac{3b^{3n-m}}{a^{n-2}x^{3m+2}} + \frac{b^{6n}}{a^{3n-3}x^{6m+3}}\right)} =$

$= \frac{a^nx^m}{b^{m+n}} + \frac{b^{2n}}{a^{n-1}x^{2m+1}}.$

11) $\sqrt[3]{(8 - 36x + 114x^2 - 207x^3 + 285x^4 - 225x^5 + 125x^6)} =$
$= 2 - 3x + 5x^2.$

12) $\sqrt[3]{\left[\frac{x^6}{y^3} - \frac{6x^5}{y^2} + \frac{15x^4}{y} - 20x^3 + 15x^2y - 6xy^2 + y^3\right]} =$
$= \frac{x^2}{y} - 2x + y.$

13) $\sqrt[3]{\left[\frac{a^6x^3}{b^3y^3} - \frac{3a^2bc^2}{y^2} + \frac{3b^5c^4}{a^2x^3y} - \frac{b^9c^6}{a^6x^6} - 3a^4cx^2 + \right.}$
$\left. + \frac{6b^4c^3y}{x} - \frac{3b^8c^5y^2}{a^4x^4} + 3a^2b^3c^2xy^3 - \frac{3b^7c^4y^4}{a^2x^2} - b^6c^3y^6\right] =$
$= \frac{a^2x}{by} - \frac{b^3x^2}{a^2x^2} - b^2cy^2.$

14) $\sqrt[3]{(27x^6 - \frac{27}{2}x^5 + \frac{441}{4}x^4 - \frac{289}{8}x^3 + 147x^2 - 24x + 64)}$
$= 3x^2 - \frac{1}{2}x + 4.$

15) $\sqrt[3]{(729x^6 - 2916x^5 + 4860x^4 - 4320x^3 + 2160x^2 -}$
$- 576x + 64) = 9x^2 - 12x + 4.$

16) $\sqrt[3]{\left[x^{6n} - 3x^{5n} + 8x^{3n} - 6x^{2n} - 6x^n + 8 - \frac{3}{x^{2n}} + \frac{1}{x^{3n}}\right]} =$
$= x^{2n} - x^n - 1 + \frac{1}{x^n}.$

17) $\sqrt[3]{[64x^{12} + 96x^{11} - 708x^{10} - 940x^9 + \frac{13455}{4}x^8 +}$
$+ \frac{29763}{8}x^7 - \frac{564159}{64}x^6 - \frac{29763}{4}x^5 + 13455x^4 +$
$+ 7520x^3 - 11328x^2 - 3072x + 4096] =$
$= 16 - 4x - \frac{63}{4}x^2 + 2x^3 + 4x^4.$

18) $\sqrt[3]{\left(\frac{1 + 6x + 12x^2 + 8x^3}{1 - 3x^2 + 3x^4 - x^6}\right)} = \frac{1 + 2x}{1 - x^2}.$

19) $\sqrt[3]{\left(\frac{27 - 54x + 36x^2 - 8x^3}{1 + 3x - 5x^3 + 3x^5 - x^6}\right)} = \frac{3 - 2x}{1 + x - x^2}.$

20) $\sqrt[3]{\left(\frac{x^{6n} - 3x^{4n}y^2 + 3x^{2n}y^4 - y^6}{x^{3n} + 3x^{2n+1}y + 3x^{n+2}y^2 + x^3y^3}\right)} = \frac{x^{2n} - y^2}{x^n + xy}.$

21) $\sqrt[3]{(a^3 + 3a^2n\sqrt{x} + 3an^2x + n^3x\sqrt{x})} = a + n\sqrt{x}.$

22) $\sqrt[3]{(a^3x\sqrt{x} - 3a^2x^2\sqrt{a} + 3a^2x^2\sqrt{x} - ax^3\sqrt{a})} = a\sqrt{x} - x\sqrt{a}.$

23) $\sqrt[3]{a^3 \pm x} = a \pm \frac{x}{3a^2} - \frac{x^2}{9a^5} \pm \frac{5x^3}{81a^8} - \frac{10x^4}{243a^{11}} \pm \frac{22x^5}{729a^{14}} - \ldots$

$$24)\ \sqrt[3]{1+x} = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243} + \frac{22x^5}{729} - \dots$$

$$25)\ \sqrt[3]{1-x} = 1 - \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} - \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243} - \frac{22x^5}{729} - \dots$$

$$26)\ \sqrt[3]{1-x^2} = 1 - \frac{x^2}{3} - \frac{x^4}{9} - \frac{5x^6}{81} - \frac{10x^8}{243} - \frac{22x^{10}}{729} - \dots$$

$$= \sqrt[3]{1+x}\sqrt[3]{1-x}.$$

$$27)\ \sqrt[3]{\left[\frac{64}{729} - \frac{32}{81}u^2 + \frac{20}{27}u^4 - \frac{20}{27}u^6 + \frac{5}{12}u^8 - \frac{1}{8}u^{10} + \frac{1}{64}u^{12}\right]} = ?$$

$$28)\ \sqrt[3]{\left[\frac{64a^6c^6}{b^{12}x^6} + \frac{48a^5c^7}{b^9x^4} + \frac{15a^4c^8}{b^6x^2} + \frac{5a^3c^9}{2b^3} + \frac{15a^2c^{10}x^2}{64}\right]} = ?$$

$$29)\ \sqrt[3]{[8a^3 - 36a^2x + 54ax^2 - 27x^3 + 12a^2z - 36axz +}$$
$$+ 27x^2z + 6az^2 - 9xz^2 + z^3] = ?$$

$$30)\ \left[\sqrt[3]{}\frac{8a^3b^{3m}}{c^3} - 9 + \frac{27c^3}{8a^3b^{3m}} - \frac{27c^6}{64a^6b^{6m}} - \frac{8a^3b^{2m+}}{c^3}\right.$$
$$+ \frac{6}{h^{m-2}} - \frac{9c^3}{8a^3b^{4m-2}} - \frac{20ab^{2m+1}}{c^2} + \frac{15e}{a^2b^{m-1}} - \frac{45c^4}{16a^5b^{4m-1}}$$
$$+ \frac{8a^3b^{m+4}}{3c^3} + \frac{40ab^{m+3}}{3c^2} + \frac{50b^{m+2}}{3ac} - \frac{1}{b^{2m-4}} - \frac{5c}{a^2b^{2m-3}}$$
$$\left. - \frac{25b^2c^2}{4a^2b^{2m}} - \frac{8a^3b^6}{27c^3} - \frac{20ab^5}{9c^2} - \frac{50b^4}{9ac} - \frac{125b^8}{27a^3}\right] = ?$$

$$31)\ \sqrt[3]{\left(\frac{2x^3z - 6x^2yz + 6xy^2z - 2y^3z}{8x^3 - 4x^2 + 2x - 1}\right)} = ?$$

$$32)\ \sqrt[3]{\left(\frac{\begin{array}{r} a^3 + 6a^2b - 3a^2c + 12ab^2 - 12abc + 3ac^2 + 8b^3 \\ - 12b^2c + 6bc^2 - c^3 \end{array}}{27 - 27e^{2x} + 9c^{4x} - c^{6x}}\right)} = ?$$

$$33)\ \sqrt[3]{\left(\frac{8a^3 - 60a^2x + 150ax^2 - 125x^3}{8 - 12x^{3p-1} + 6x^{6p-2} - x^{9p-3}}\right)} = ?$$

$$34)\ \sqrt[3]{27x^3 - 54a} = ?$$

$$35)\ \sqrt[3]{1 - x^2 + x^4} = ?$$

$$36)\ \sqrt[3]{512 - x\sqrt{-1}} = ?$$

$$37)\ \sqrt[3]{438976} = 76.$$

$$38)\ \sqrt[3]{338608873} = 697.$$

39) $\sqrt[3]{2449456192} = 1348.$

40) $\sqrt[3]{15419656169} = 2489.$

41) $\sqrt[3]{262758880125} = 6405.$

42) $\sqrt[3]{592492345199} = 8399.$

43) $\sqrt[3]{725123750650140808} = 898402.$

44) $\sqrt[3]{24740676} = 291{\cdot}387\ \ldots$

45) $\sqrt[3]{15} = 2{\cdot}4662120\ \ldots$

46) $\sqrt[3]{73} = 4{\cdot}179339\ \ldots$

47) $\sqrt[3]{259} = 6{\cdot}3743110\ \ldots$

48) $\sqrt[3]{967} = 9{\cdot}8887673\ \ldots$

49) $\sqrt[3]{0{\cdot}512} = 0{\cdot}8.$

50) $\sqrt[3]{0{\cdot}103823} = 0{\cdot}47.$

51) $\sqrt[3]{0{\cdot}082312875} = 0{\cdot}435.$

52) $\sqrt[3]{0{\cdot}000340068392} = 0{\cdot}0698.$

53) $\sqrt[3]{0{\cdot}000000343} = 0{\cdot}007.$

54) $\sqrt[3]{0{\cdot}000005832} = 0{\cdot}018.$

55) $\sqrt[3]{\frac{79507}{328509}} = \frac{43}{69}.$

56) $\sqrt[3]{82\frac{2358}{4913}} = 4\frac{6}{17}.$

57) $\sqrt[3]{\frac{13}{4}} = 1{\cdot}481248\ \ldots$

58) $\sqrt[3]{\frac{29}{32}} = 0{\cdot}9577191\ \ldots$

59) $\sqrt[3]{\frac{1}{54}} = 0{\cdot}2645668\ \ldots$

60) $\sqrt[3]{\frac{3}{748}} = 0{\cdot}15888146\ \ldots$

61) $\sqrt[3]{47658422665216} = ?$

62) $\sqrt[3]{3{\cdot}944312} = ?$

63) $\sqrt[3]{3{\cdot}925618609375} = ?$

64) $\sqrt[3]{0{\cdot}00095711845} = ?$

65) $\sqrt[3]{843} = ?$

66) $\sqrt[3]{\frac{355}{113}} = ?$

67) $\sqrt[3]{0{\cdot}\dot{4}8\dot{6}} = ?$

68) $\sqrt[3]{0{\cdot}54\dot{3}492\dot{9}} = ?$

69) $\sqrt[3]{13\frac{43}{64}} = ?$

70) $\sqrt[3]{387 - 5\frac{7}{8}} = ?$

Fünfter Abſchnitt.

(§. 155 — 165 der Alg.)

A. Reſolution und Reduktion benannter Zahlen.

(§. 161 der Alg.)

1) Es ſollen 2 Ztr. 84 Pf. 23 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qt. in Quintel aufgelöſt werden.

2) Es ſollen 3 Pf. 7 Unz. 5 Drachm. 2 Skr. 13 Gran Apotheker-Gewicht in Skrupel aufgelöſt werden.

3) Man ſoll 47 Klafter 5 Fuß 9 Zoll 11 Linien auf die Benennung Linien bringen.

4) Es ſollen 357 Thlr. 19 gGr. 7 dl. ſächſiſches Geld in Pfennige verwandelt werden, unter der Vorausſetzung, daß 1 Thlr. = 24 gGr., 1 gGr. = 12 dl.

5) Man ſoll 687 Mark 11 ßl. 7 dl. Hamburger Geld in Deniers auflöſen.

Vorausſetzung: 1 Mark = 16 ßl.; 1 ßl. = 12 dl.

6) Es ſollen 389 C°, 213 C', 957 C'', 34 C''' in Kubiklinien aufgelöſt werden.

7) Es ſollen $43^{h}\ 48'\ 57''$ in Sekunden (Zeit) verwandelt werden.

8) Es ſollen 853 Dukaten 3 fl. 57 kr. $3\frac{3}{8}$ Pf. in Pfennige aufgelöſt werden.

9) Es ſollen 798 $\square^{\circ}$ 123 $\square'$ 83 $\square''$ in Quadratzolle verwandelt werden.

10) In allen vorhergehenden Beiſpielen die gegebenen Zahlen auf die höchſte Benennung zu reduciren.

11) 43 Tage $15^{h}\ 36'$ auf Tage zu reduciren und auch in Minuten aufzulöſen.

12) 27 Mark 13 Lth. 3 Qt. 2 Pf. 1 Heller 112 Richtpf. Münzgewicht auf Mark zu reduciren oder in Richtpfennige zu reſolviren.

13) 3 Faß 7 Eimer 35 Maß 3 Seitel auf die Benennung Faß zurück zu führen.

14) 87 Pfund Sterling 17 ßl. 11 dl. auf Livres Sterling zu reduciren.

Vorausſetzung: 1 Lv. Sterl. = 20 ßl.; 1 ßl. = 12 dl.

15) 47859 Sekunden (Bogenmaß) auf Grade zu reduciren.

B. Addition benannter Zahlen.

(§. 162 der Alg.)

1) A hat folgende Poſten zu bezahlen:

387 fl.	45 kr.	3 Pf.
709 »	18 »	1 »
172 »	23 »	$2\frac{1}{2}$ »
4083 »	57 »	$3\frac{1}{4}$ »
1798 »	31 »	$1\frac{3}{8}$ »

Wie viele Gulden iſt A ſchuldig?

2) A bezieht folgende Quantitäten Wein aus Bremen:

27 Ohm	3 Anker	3 Viertel	7 Quart
13 »	2 »	4 »	8 »
18 »	1 »	— »	5 »
42 »	— »	2 »	3 »
23 »	2 »	3 »	— »
25 »	1 »	2 »	6 »

Wie viel Wein hat A im Ganzen bezogen?

Vorausſetzung: 1 Ohm = 4 Ank.; 1 Ank. = 5 Vrtl.;
1 Vrtl. = 9 Quart.

3) Ein Amſterdamer Kaufmann hat folgende Poſten auszuzahlen:

3289 fl.	17 Stvr.	13 Pf.	holl.	Cour.
2813 »	19 »	15 »	»	»
725 »	12 »	8 »	»	»
283 »	9 »	12 »	»	»
1728 »	— »	3 »	»	»
819 »	15 »	— »	»	»
97 »	14 »	13 »	»	»

Wie viel Gulden holl. Cour. muß A auszahlen?

Vorausſetzung: 1 fl. holl. Cour. = 20 Stüver;
1 St. » = 16 Pf.

4) Der A erlitt folgende Verluſte (§. 162 und 164 der Alg.):

$283\frac{5}{8}$ Dukaten
$853\frac{3}{4}$ Species-Thaler
1749 fl. 48 kr. Reichswährung
1857 fl. 40 kr. Wien. W.
2183 fl. 12 kr. Conv. M.
$976\frac{1}{4}$ Kronenthaler
3819 Lire.

Wie groß iſt der ganze Verluſt des A in fl. Conv. M.?

Vorausſetzung: 1 Duk. = 4 fl. 30 kr. C. M.
1 Sp. Thlr. = 2 fl. C. M.
1 fl. R. W = 50 kr. C. M.
1 Kronenthaler = 2 fl. 12 kr. C. M.
1 Lira = 20 kr. C. M.

C. Subtraktion benannter Zahlen.

(§. 163 der Alg.)

1) A erbte $3457\frac{2}{3}$ Duk., muß hiervon aber 1836 fl. 54 kr. C. M. als Legate auszahlen; wie viel beträgt der Reſt in Dukaten?

2) Aus einem Faſſe, welches 32 Eimer 36 Maß 3 Seitel Wein enthält, werden 17 Eimer 38 Maß $1\frac{1}{2}$ Seitel abgezogen; wie viele Maße bleiben noch im Faſſe?

3) Cajus ward gefragt, wann er geboren worden ſey, worauf er zur Antwort gab: Ich bin heute, den 24. Oktober 1848 um 7 Uhr Abends gerade 57 Jahre 11 Monate 25 Tage 9 Stunden alt. In welchem Jahre, in welchem Monate, an welchem Tage und in welcher Stunde wurde Cajus alſo geboren?

4) Titus hält Rechnung über ſeinen Vermögensſtand und findet, daß er 63728 Thlr. 54 kr. baar beſitzt, ferner eine Forderung von 20853 fl. 36 kr. W. W. an A, dann eine Forderung von $7683\frac{4}{5}$ Kronenthaler an B, endlich eine Forderung von 1978 fl. 42 kr. R W. an C. Dagegen ſchuldet Titus 3149 Pf. Sterl. 16 ßl. 9 dl. an D, 6483·5 Francs an E, 4769 Mark 13 ßl. Hamb. Bko. an F, und 16857 Piaſter 33 Paras Türkiſch an G.

Wie viel Gulden C. M. beſitzt Titus wohl noch nach Auszahlung ſeiner Schulden?

Vorausſetzungen: 1 Kronenthaler = 2 fl. 12 kr.
1 fl. R. W. = 50 kr. C. M.
1 Pf. Sterl. = 9 fl. 54 kr. C. M.
1 Francs = 23·63 kr. C. M.
1 Mk. Hamb Bko. = $43\frac{1}{2}$ kr. C. M.
1 Piaſter = 40 Paras = $16\frac{4}{5}$ kr. C. M.

5) Sempronius reiſte im Jahre 1793 den 22. Februar Vormittags um 5 Uhr 12 Minuten 10 Sekunden nach China ab, und kam erſt im Jahre 1832 den 13. Oktober Abends um 7 Uhr 38 Min. 30 Sek. wieder zurück. Wie lange war Sempronius abweſend?

6) Ein Gefäß, mit irgend einer Flüſſigkeit gefüllt, wog 9 Pf. 2 Drachmen 7 Gran, ohne Flüſſigkeit aber wog es 1 Pf. 5 Unzen 4 Drachmen 2 Skrupel 18 Gran. Wie ſchwer war demnach die Flüſſigkeit allein?

D. Multiplikation benannter Zahlen.

(§. 164 der Alg.)

1) Aus einer Röhre fließen in einer Minute 3 Maß 3 Seitel 1 Pfiff Flüſſigkeit aus; wie viel Flüſſigkeit wird man in 2 Stunden 37 Minuten 48 Sekunden erhalten?

2) Die Quadratklafter eines Baugrundes wurde mit 12 fl. 30 kr. Conv. M. bezahlt; wie hoch kam der ganze Baugrund, wenn dieſer 54 □° 27 □′ 96 □″ enthielt?

3) Turibius antwortete auf die Frage, wie alt er, ſein Bruder und ſeine Ältern ſeyen, Folgendes: Wenn Sie das Alter des ruhmvollen Kaiſers Joſeph II. mit 3 multipliciren, ſo enthält das Produkt eine Anzahl Tage, Monate und Jahre; die erſte Anzahl bezeichnet mein Alter, die zweite das Alter meines Bruders, und die letzte die Summe der Alter meiner Ältern, denn mein Vater iſt ſchon 80 Jahre alt. Da nun Kaiſer Joſeph den 20. Februar 1790 ſtarb, und am 13. März 1741 geboren wurde, ſo können Sie ſich Ihre Fragen ſelbſt beantworten.

4) Wenn in Amſterdam das Pfund Muskatnüſſe mit 14 fl. 15 Stüver bezahlt wird, wie hoch kommen 197 Pfund?

5) Wie viel Gulden C. M. betragen 439 Livres 17 Schill. 9 dl. Sterl., wenn nach dem Wechſelkurſe das Livre mit 10 fl. 9 kr. $2\frac{1}{2}$ dl. Conv. M. bezahlt wird?

6) A kauft 4 Ztr. 87 Pf. 21 Lth. 3·5 Qt. von irgend einer Waare, das Pfund à 1 fl. 18 kr. 3 dl. C. M., und verkauft das Pfund wieder um 3 fl. 30 kr. Wien. W. Wie viel Gulden C. M. hat A bei dieſem Handel gewonnen?

7) Eine ſilberne Vaſe wägt 1 Mark 13 Loth $2\frac{5}{8}$ Qt.; was iſt dieſe Vaſe werth, wenn die Mark dieſes Silbers mit 21 fl. 28 kr. $3\frac{1}{2}$ dl. C. M. bezahlt wird?

8) Ein aus 12löthigem Silber verfertigter Service wägt 87 Mark 11 Loth $2\frac{3}{4}$ Qt.; was iſt dieſer Service werth, wenn die Mark fein 23 fl. 36 kr. C. M. koſtet, und 70 Procent für die Façon gerechnet werden?

9) Ein gewiſſes Kapital gibt jährlich 237 fl. 48 kr. 3 dl Intereſſe; wie viel Zins trägt jenes Kapital in 4 Jahren 7 Monaten 16 Tagen?

10) Wenn 100 fl. Kapital täglich 1 kr. Zins tragen, wie viel Procent trägt das Kapital in einem Jahre, zu 360 Tagen gerechnet?

11) Wenn 1 Ztr. von einer gewiſſen Waare 189 fl. 48 kr. $3\frac{5}{8}$ dl. koſtet, wie hoch kommen 73 Pf. 18 Loth $3\frac{7}{8}$ Qt. von dieſer Waare?

12) Es verkauft Jemand 287 Dukaten, den vollwichtigen Dukaten à 4 fl. $37\frac{3}{4}$ kr. C. M. Wenn nun jene 287 Dukaten nur 286 Dukaten 43 Gran wiegen, wie viel Gulden C. M. hat der Verkäufer zu fordern?

E. Diviſion benannter Zahlen.

(§. 165 der Alg.)

1) Wie hoch kommt das Pfund Kaffee zu ſtehen, wenn 25 Pf. mit 47 fl. 36 kr. 3 dl. W. W. bezahlt werden?

2) Was koſtet die Maß Wein, wenn 3 Eimer 27 Maß 3 Seitel desſelben Weines mit 305 fl. 21 kr. W. W. bezahlt werden?

3) Was iſt 1 Pfund Sterl. werth, wenn 206 Pf. 16 ßl. $9\frac{1}{2}$ dl. mit 2042 fl. 32 kr. $1\frac{3}{4}$ dl. bezahlt werden?

4) Wenn 63 Ztr. 47 Pf. 19 Lth. $3\frac{5}{8}$ Qt. von irgend einer Waare mit 7963 fl. 18 kr. 2 dl. bezahlt wurden, wie hoch kommt der Zentner?

5) Ein Kapital von 3798 fl. 34 kr. trug in einem Jahre 170 fl. 56 kr. $\frac{1}{2}$ dl. Intereſſe; wie hoch war der Zinsfuß, oder zu wie viel Procent war das Kapital angelegt?

6) Das Intereſſe eines gewiſſen Kapitals hat in 9 Jahren 7 Monaten 24 Tagen 6387 fl. 48 kr. 3 dl. betragen; wie groß wird das Intereſſe für 1 Jahr ſeyn?

7) Wenn auf 3 Mon. 17 Tage von einem Kapitale 573 fl. 12 kr. $2\frac{1}{2}$ dl. Intereſſen kommen, wie groß iſt das Intereſſe für 1 Tag? Wie groß iſt es für 1 Jahr? Wie groß iſt das entſprechende Kapital, wenn der Zinsfuß 5 Procent beträgt?

8) Das Brutto-Gewicht eines ſilbernen Gefäßes betrug 2 Mark 9 Loth $3\frac{1}{2}$ Qt., und man erhielt dafür 518 fl. 12 kr. 0·7 dl.; wie hoch iſt die Mark Brutto gerechnet worden?

9) Wie hoch kommt 1 Dukaten, wenn $688\frac{1}{4}$ Duk. mit 3150 fl. 27 kr. $3\frac{1}{4}$ dl. bezahlt werden?

10) Wenn 83 Pf. 19 Loth $2\frac{1}{2}$ Qt. von irgend einer Waare mit 29 fl. 53 kr. $1\frac{5}{8}$ dl. bezahlt werden, wie hoch kommt 1 Ztr.?

11) Wenn $987\frac{7}{8}$ Leipziger Pfund mit 637 Thlr. 13 gGr. $3\frac{3}{8}$ dl. bezahlt werden, wie hoch kommt der Leipziger Ztr.?

Vorausſetzung: 1 Thlr. = 24 gGr.; 1 gGr. = 12 dl.;
1 Ztr. in Leipzig = 110 Pf.

12) Ein Kaufmann A bezog von einer Waare 7 Ztr. 59 Pf. 18 Loth $2\frac{1}{2}$ Qt., die er mit 487 fl. 37 kr. bezahlte. Wenn nun A das Pfund von dieſer Waare um 43 kr. 2 dl. verkaufte, ſo fragt es ſich, wie viel hat A pr. Pfund gewonnen? Wie viel hat er im Ganzen bei dieſer Waare gewonnen? Wie viel Procente trug das verwendete Kapital?

Sechſter Abſchnitt.

Anwendung der Proportionen auf die Auflöſung verſchiedener Aufgaben.

I. Aufgaben über die einfache Regel-Detri.

(§. 188 — 192 der Alg.)

1) Aus $a : b = c : x$ erhält man $x = \frac{bc}{a}$.

2) Aus $x : b = c : d$ folgt $x = \frac{bc}{d}$.

3) Aus $a : b = x : d$ folgt $x = \frac{ad}{b}$.

4) Aus $a : x = c : d$ folgt $x = \frac{ad}{c}$.

5) Was koſten 56 Pf., wenn 16 Pf. mit 42 fl. bezahlt werden? — Antw. 147 fl.

6) Was koſten $13\frac{4}{5}$ Ellen, wenn 4·6 Ellen mit 25 fl. 36 kr. bezahlt werden? — Antw. 76 fl. 48 kr.

7) Was koſten 8 Pf. 12 Lth., wenn $3\frac{5}{8}$ Lth. 2 fl. 25 kr. koſten? — Antw. 178 fl. 40 kr.

8) Was koſten 3 Ztr. 85 Pf. 27 Lth. 2 Qt., wenn 5 Pf. 20 Lth. auf 75 fl. zu ſtehen kommen? — Antw. 5144 fl. 47 kr. 2 dr.

9) Was koſtet 1 Quent, wenn 2 Ztr. 42 Pf. 24 Lth. 3·2 Qt. mit 1294 fl. 48 kr. bezahlt werden? — Ant. 2·5 kr.

10) Für 233 fl. 51 kr. erhält man 1 Ztr. 46 Pf. 5 Lth. von irgend einer Waare; wie viel bekömmt man hiervon um 3 kr. — Antw. 1 Lth.

11) Wie viel Gulden C. M. machen 2348 fl. 11 Stüb. 13 Pf. holl. Cour., wenn 100 Thlr. holl. Cour. $138\frac{2}{5}$ Thlr. C. M. machen? — Antw. 1953·088 fl. C. M.

12) Wie viel Thlr. C. M. betragen 3725 Rubel 75 Kopeken, wenn 100 Rubel 102·483 Thlr. C. M. betragen? — Ant. 3818 Thlr. 23·48 kr. C. M.

13) Wie viel Gulden C. M. betragen 318 Mark 12 Schill. Banko, wenn der Kurs auf Hamburg auf 145 ſteht, das heißt: wenn 100 Thlr. Hamb. Banko 145 Thlr. Conv. M. betragen? — Antw. 154 Thlr. 5·6 kr. C. M. = 231 fl. 5·6 kr. C. M.

14) Ein Wiener Kaufmann ſchuldet einem Kaufmann in Mailand die Summe von 3728 Lire. Wenn nun 100 Lire = 29 fl. C. M., wie viel fl. C. M. hat der Wiener Kaufmann zu zahlen? — Antw. 1081 fl. 7·2 kr. C. M.

15) Ein Wiener Kaufmann A hat von B in Washington 783 Dollar 8 Dimes zu fordern. Wie viel fl. C. M. beträgt jene Schuld, wenn 100 Dollar = 205·61 fl. C. M. — Antw. 1611 fl. 34·3 kr. C. M.

16) Wie viel Tage brauchen 10 Arbeiter zur Verrichtung einer beſtimmten Arbeit, wenn 6 Arbeiter 15 Tage nöthig haben? — Antw. 9 Tage.

17) Jemand geht nach X in 6 Tagen, indem er täglich 5 Meilen macht; in wie viel Tagen kommt er wieder zurück, wenn er täglich 6 Meilen macht? — Antw. In 5 Tagen.

18) Ein Weber verfertigt in einer beſtimmten Zeit 100 Ellen $\frac{7}{4}$ breiten Zeug; wie viel Ellen $\frac{10}{4}$ breiten Zeug kann er in derſelben Zeit verfertigen? — Antw. 70 Ellen.

19) In einer Feſtung ſind Lebensmittel für 600 Mann auf 8 Monate. Wenn nun der Vorrath 12 Monate dauern ſoll, wie viel Mann können die Feſtung beſetzen? — Antw. 400 Mann.

20) Ein Zimmer iſt 40 Fuß lang und 30 Fuß breit. Nun will Jemand ein anderes Zimmer bauen, deſſen Boden mit dem des erſten gleichen Flächeninhalt hat, welches aber nur 36 Fuß lang ſeyn ſoll; wie breit muß das Zimmer werden? — Antw. 33 Fuß 4 Zoll.

21) A beſitzt einen Garten, der 648 Fuß lang und 162 Fuß breit iſt. Wenn nun B einen eben ſo großen Garten anlegen will, der aber ein vollkommenes Quadrat iſt, wie groß muß er eine Seite deſſelben machen? — Antw. 324 Fuß.

22) Ein Wiener Kaufmann hat in London 980 Pf. Sterl. 17 ßl. 6 dr. zu fordern. Wenn er nun in Wien an einen Wechsler das Pf. Sterl. um 9 fl. 23 kr. 2½ dr. C. M. verkauft, wie viel fl. C. M. wird er wohl einnehmen? — Antw. 9214 fl. 5·58 kr. C. M.

23) In Hamburg rechnet man auf die Kölln. Mark fein Silber 27 Mark 10 ßl. Banko. Wie viel Gulden C. M. ſind demnach 20000 Mark werth? — Antw. 14479 fl. 38·3 kr. C. M.

24) Ein Eſſigſieder gibt einem Branntweinbrenner 10 Eimer Eſſig gegen 3 Eimer Branntwein. Nun hat erſterer dem letztern 50 Eimer 24 Maß Eſſig geſendet; wie viel Branntwein hat er zu fordern? — Antw. 15 Eimer $7\frac{1}{5}$ Maß.

25) Wie viel Gulden Intereſſen bringt ein Kapital von 4728·6 fl., wenn es zu $6\frac{1}{2}$ pr. Ct. durch 4 Jahre anliegt? — Antw. 1229 fl. 26 kr.

26) Wie lange muß ein Kapital von 9980 fl. zu 5 pr. Ct. ausſtehen, damit es 1857 fl. $23\frac{1}{3}$ kr Intereſſen bringt? — Antw. 3 Jahre 8 Monate 20 Tage.

27) Ein Kapital trug in 4 Jahr. 9 Mon. 1931 fl. 21 kr. Intereſſen, indem es zu $4\frac{3}{4}$ pr. Ct. ausſtand; wie groß war das Kapital? — Antw. 8560 fl.

28) A hatte dem B eine Summe Geldes zu $2\frac{1}{2}$ pr. Ct. geliehen, und nach $4\frac{1}{2}$ Jahren zahlte B Kapital ſammt Intereſſen mit 872 fl. 12 kr. zurück; wie groß war das Kapital? — Antw. 784 fl.

29) A hatte dem B ein Kapital von 6392 fl. auf 4 Jahre geliehen; nach Verlauf dieſer Friſt zahlt B Kapital ſammt Intereſſen mit 7862 fl. 9·6 kr. zurück. Zu wie viel pr. Ct. mußte er jenes Kapital verintereſſiren? — Antw. $5\frac{3}{4}$ pr. Ct.

30) Ein Mann A legt durch einen Schritt $2\frac{2}{5}$ Fuß Weg zurück und macht in 2 Sekunden 3 Schritt. Ein Knabe B dagegen geht in einem Schritte nur $1\frac{3}{4}$ Fuß Weg, und macht in 3 Sekunden 2 Schritte. Wenn nun beide einen Weg von 6 öſterreichiſchen Meilen machen ſollen, wie viel Schritte muß A und B machen, und wie viel Zeit hat jeder dazu nöthig? — Antw. A macht 60000 Schritte in $11^{h.}\ 6'\ 40''$ und B macht $82285\frac{5}{7}$ Schritte in $34^{h.}\ 17'\ 8{\cdot}6''$.

31) In einer Feſtung, welche von 1200 Mann beſetzt iſt, erhält jeder Mann alle 3 Tage einen Laib Brot. Wie viel Brote braucht die ganze Beſatzung in 4 Monaten oder in 120 Tagen? — Antw. 48000.

32) Wenn man 4 Pulsſchläge auf 3 Sekunden rechnet, wie weit iſt eine Gewitterwolke entfernt, wenn man in der Zwiſchenzeit des Blitzes und des darauf folgenden Donners 25 Pulsſchläge zählen kann, und der Schall in einer Sekunde ſich durch 1078 rheinl. Fuß fortpflanzt? — Antw. 20212·5 Fuße.

33) Die goldenen Treſſen werden aus vergoldeten Silberfäden verfertigt. Mit 2 Loth Gold kann man einen Faden vergolden, der 112 Meilen lang iſt. Wie viel Dukaten ſind nun nöthig, um einen Faden damit zu vergolden, der 5400 Meilen lang iſt, der demnach um die ganze Erde reichen würde? Auf die Wiener Mark gehen 80·4 Dukaten. — Antw. 484·55357 Dukaten.

34) Die Sonne iſt 20630754 Meilen von der Erde entfernt, und ſie ſendet ihr Licht auf die Erde in 8 Minuten 7½ Sekunden Zeit. Welches iſt die Geſchwindigkeit des Lichtes für eine Sekunde? — Antw. 42319·4954 Meilen.

35) A leiht dem B 8400 fl. auf 1 Jahr ohne Intereſſen. Dagegen leiht B dem A ſpäterhin die Summe von 10000 fl. ebenfalls ohne Intereſſen auf ſo lange, bis A damit ſo viel gewonnen, als B früher an Zinſen erſpart hatte. Wie lange konnte A jenes Kapital benützen? — Antw. 10 Monate und 2 Tage.

36) Wie groß iſt das Kapital, welches in 5 Monaten eben ſo viel Zins trägt, als 600 fl. in 2 Jahren zu denſelben Procenten? — Antw. 2880 fl.

37) Wenn der Metzen Korn um 3 fl. verkauft wird, ſo erhält man 3 Pfund Brot für 8 Kreuzer. Wie viel Brot erhält man um dasſelbe Geld, wenn der Metzen Korn um 3 fl. 48 kr. verkauft wird? — Antw. 2 Pf. 11 Lth 3·2 Quent.

38) Ein erwachſener Menſch kann von 150 Kubikzoll Luft eine Minute lang leben. Wenn nun ein Zimmer luftdicht geſchloſſen iſt, und dasſelbe 18 Schuh lang 12 Schuh breit, und 12 Schuh hoch iſt, wie viel Menſchen könnten darin, ohne Gefahr zu erſticken, 3 Stunden leben? — Antw. 166 Menſchen.

39) Ein Privatmann beſitzt einen Wechſelbrief von 3646 fl., zahlbar nach 9 Monaten. Nun braucht er Geld, und läßt ſich den Wechſel gegen 6 pr. Ct. per Jahr ſogleich eskomptiren. Wie viel hat er zu empfangen? — Antw. 3481 fl. 55·8 kr.

40) A muß dem B in 5 Monaten 2 Wechſel zahlen, nämlich einen zu 3600 fl. und den andern zu 1800 fl. A macht dem B den Antrag, den erſten Wechſel ſogleich zu eskomptiren, wenn er mit der Zahlung des zweiten ſo lange warten will, bis ſich die Intereſſen ausgeglichen haben. B acceptirt den Antrag, und nun iſt die Frage, in wie viel Monaten iſt der zweite Wechſel zahlbar? — Antw. In 15 Monaten.

41) Es hat A 3 Ztr. 48 Pf. 24 Loth von irgend einer Waare erhalten, das Pf. à 27 fl. 30 kr. Wie theuer muß er jene Quantität Waare verkaufen, wenn er 6 pr. Ct. gewinnen will? — Antw. Um 10166 fl. $3\frac{3}{4}$ kr.

42) Es kaufte Jemand eine Quantität Kaffee, wovon ihm 3 Pf. à 7 fl. 30 kr. zu ſtehen kommen. Nun verkauft er 5 Pf. um 14 fl., und gewinnt ſo 112 fl. 25 kr. 2 dr. Wie viel Pfund Kaffee hatte er gekauft? — Antw. 3 Ztr. 74 Pf. 24 Loth.

43) A hat ſein Kapital zu 4·5 pr. Ct. angelegt, B aber das ſeinige zu 6 pr. Ct. Nun hat A in 5 Jahren 9 Monaten 1740 fl. 52·2 kr. Intereſſen bezogen, und B gerade ſo viel in 4 Jahren. Wie groß war das Kapital eines jeden? — Antw. A hatte 6728 fl. 48 kr. und B 7253 fl. 37·5 kr.

44) Von einer gewiſſen Münzſorte, die aus zehnlöthigem Silber geprägt iſt, gehen 352 Stück auf die feine Mark; wie viellöthig wird das Silber ſeyn, wenn nur 320 Stück auf die feine Mark gehen? — Antw. eilflöthig.

45) Ein Goldarbeiter hat 20 Mark 13löthiges Silber, aus welchem er ein großes Gefäß verfertigt, welches 26 Mark wiegt, indem er jene Quantität Silber noch mit 6 Mark Kupfer beſchickte; wie viellöthig iſt nun das bei jenem Gefäße befindliche Silber? — Antw. zehnlöthig.

46) Ein Silberarbeiter hat 42 Mark fünfzehnlöthiges Silber; wie viel Mark Kupfer muß er hinzu nehmen, um eine Miſchung zu erhalten, die nur neunlöthig iſt? — Antw. 28 Mark Kupfer.

47) Ein Goldarbeiter hat 40 Mark achtzehnkarätiges und 20 Mark zwölfkarätiges Gold. Wenn er nun beide Quantitäten zuſammen ſchmilzt, wie viel karätig wird die Miſchung werden? — Antw. Sechzehnkarätig.

48) A pachtet eine Wieſe, in der Hoffnung, 240 Zentner Heu zu bekommen, wo ihm dann der Zentner auf 1 fl. 24 kr. W. W. zu ſtehen käme. Nun erhält er aber nur 200 Zentner Heu; wie hoch kommt ihm demnach der Zentner, und wie theuer hatte er die Wieſe gepachtet? — Antw. 1 Zentner à 1 fl. 40·8 kr. und das Pachtgeld = 336 fl.

49) Wie viel Ztr. von irgend einer Waare bekommt man um 864 fl., wenn 25 Lth. mit 15 kr. bezahlt werden?

50) Wie viel Gulden C. M. betragen 2749 fl. 15 St. 7 dr. holl. Cour., wenn 100 Thlr. holl. Cour. $137\frac{5}{8}$ Thlr. C. M. betragen?

51) Wie viel Gulden C. M. betragen 3854 Mark 13 ßl. 8 dr. Hamb. Bko., wenn 200 Mk. Bko. mit 145 fl. 54 kr. 3 dr. C. M. bezahlt werden?

52) Ein Fuhrmann führt um einen gewiſſen Frachtlohn $24\frac{7}{8}$ Meilen weit eine Laſt von 43 Ztr. 87 Pf.; wie weit kann er um denſelben Frachtlohn eine Laſt von 26 Ztr. 72 Pf. führen?

53) Ein Wirth hat ein Faß Wein von 12 Eimer 28 Maß, und verkauft die Maß davon um 40 kr. Wenn er nun die Maß um 36 kr. verkaufen will, ohne etwas zu verlieren, wie viel Waſſer muß er jener Quantität Wein beimiſchen?

54) Wenn 146 fl. 35 kr. C. M. 200 Mk. Bko. in Hamburg betragen, wie viel Mk. Bko. müſſen nun für 2457 fl. 48 kr. $2\frac{1}{2}$ dr. C. M. bezahlt werden?

55) A und B erbten eine gewiſſe Summe Geldes. A legte ſeinen Antheil zu 5% an, und erhielt nach 2 Jahren 4 Monaten 3780 fl. 36 kr. Intereſſe; B aber benützte ſeinen Antheil nur zu $4\frac{1}{2}$%, und erhielt dennoch in 2 Jahren 4 Monaten eben ſo viel Zins. Wie viel betrug demnach die ganze Erbſchaft?

56) A hat 3 Ztr. 79 Pf. 18 Lth. von einer gewiſſen Waare um 487 fl. 54 kr. 3 dr. gekauft, und verkauft dieſelbe wieder mit $8\frac{3}{4}$% Gewinn; wie viel hat alſo A pr. Pf. gewonnen?

57) Ein Kaufmann erhielt um 2739 fl. 46 kr. $2\frac{1}{2}$ dr. C. M. von einer gewiſſen Waare 18 Ztr. 59 Pf. $17\frac{3}{4}$ Lth. Brutto. Wie hoch kam ihm alſo der Ztr. Netto zu ſtehen, wenn die Tara 8 Pf. pr. Ztr. beträgt, und wie theuer muß er das Pf. in W. W. verkaufen, wenn ihm ſein verwendetes Kapital $12\frac{1}{2}$% tragen ſoll?

58) A kaufte ein Haus um 21600 fl. C. M. unter der Bedingung, 3500 fl. baar auszuzahlen, 4800 fl. nach 3 Monaten, 6000 nach 6 Monaten, und den Reſt ein Jahr ſpäter als das vorige Ratum. Gleich den andern Tag verkaufte A das Haus wieder gegen baare Bezahlung, und gewann 7% an dem baaren Einkaufswerth des Hauſes. Wie hoch iſt der baare Werth, um welchen A das Haus gekauft, wenn 6% Eskompte gerechnet werden, und wie theuer hat er es verkauft?

59) Von dem höchſten Punkte einer ungeheuren ſenkrechten Felſenwand fällt ein Stein in 7·45 Sekunden herab; wie hoch iſt jener Felſen, wenn ein frei gelaſſener Körper in der erſten Sekunde 15·597

rheinl. Fuß tief fällt, und die Räume frei fallender Körper ſich wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten?

60) Ein Arbeiter verfertiget in einer gewiſſen Zeit 87 Ellen $\frac{7}{4}$ breiten Zeug; wie viel Ellen $\frac{9}{4}$ breiten Zeug werden 12 Arbeiter in derſelben Zeit unter ſonſt ganz gleichen Umſtänden verfertigen können?

Folgende Aufgaben berechne man nach der wälſchen Praktik. (§. 193 der Alg.)

1) Was koſten 834 Häringe, das Stück à 20 kr. gerechnet?

2) Was koſten 2 Ztr. 47 Pf. Reiß, das Pf. à 20 kr.?

3) Was koſten 3465 Pomeranzen, das Stück à 15 kr.?

4) Wie viel Thaler koſten 3 Ztr. 48 Pf. Unſchlittkerzen, das Pf. à 45 kr. gerechnet?

5) Wie hoch kommen 348 Buch Papier, das Buch à 42 kr.?

6) A kauft 47 Eimer, 36 Maß Branntwein, die Maß à 45 kr.; wie viel hat er zu zahlen?

7) Wie hoch kommen $8\frac{13}{16}$ Ztr. Zucker, den Ztr. à 147 fl. 48 kr. gerechnet?

8) Wenn 1 Pf. Kaffee mit 2 fl. 45 kr. bezahlt wird, wie hoch kommen 4 Ztr. 87 Pf. 24 Lth. zu ſtehen?

9) Wie hoch kommen $1\frac{7}{8}$ Ellen, wenn die Elle 1 fl. 24 kr. koſtet?

10) Was koſten $\frac{15}{16}$ Ellen, die Elle à 3 Mark 12 Schilling Hamb. Banko?

11) Was koſten 725 Pf. 30 Lth. $2\frac{3}{4}$ Qt., den Ztr. à $24\frac{3}{4}$ Pf. Sterl. gerechnet?

12) Was koſten 465 Ellen, die Elle à 17 Schilling Sterl.?

13) Der Ztr. Öhl koſtet 29 fl. 42 kr., was koſten 75 Pf.?

14) Der Ztr. Mandeln wird bezahlt mit 43 fl. 54 kr.; wie hoch kommen 325 Pf.?

15) In Amſterdam werden 100 Pf. Roſinen mit $23\frac{1}{2}$ fl. bezahlt, wie hoch kommen 349 Pf. 20 Lth.?

16) In Leipzig koſtet das Pf. Karmin 96 Rthlr. 15 gr.; wie hoch kommen 5 Pf. 31 Lth. $3\frac{7}{8}$ Qt.?

17) In Danzig wird das Schiffpfund (à 14 Stein) Pottaſche mit 54 fl. 15 kr. bezahlt, wie hoch kommen 9 Schiffpf. $6\frac{3}{4}$ Stein?

18) Ein Wiener Kaufmann erhält aus Augsburg 2 Ztr. 57 Pf. 20 Lth. Kochenille, das Pf. à 10 fl. 45 kr. C. M.; wie viel hat er zu zahlen?

19) Wenn in London das Pf. Kaffee $10\frac{3}{4}$ Penc. Sterl. koſtet, wie hoch kommen 348 Pf. 12 Unzen?

20) Ein Wiener Kauſmann erhält aus Hamburg 991 Pf. Eiderdunen, das Pf. à 12 Mark 13 ßl. Banko, wie viel hat er zu zahlen?

21) Das Pf. Indigo koſtet 6 fl. 48 kr. 3 dr. C. M, wie hoch kommen 97 Pf. 29 Lth. $2\frac{13}{16}$ Quent.?

22) In Frankfurt a. M. koſtet das Pf. Bergblau 2 fl. 28 kr. R. W., wie viel iſt für 3 Ztr. 69 Pf. 23 Lth. in C. M. zu zahlen?

23) Wenn in Petersburg der Albertsthaler mit 1 Rubel $42\frac{3}{4}$ Kop. bezahlt wird, wie viel Rubel hat man für 692 ſolcher Thaler zu zahlen?

24) A erhält aus Amſterdam 354 Pf. 27 Lth. Thee Songlo, das Pf. à 2 fl. $17\frac{3}{4}$ Stüv. Cour.; wie viel Gulden Amſt. Cour. hat B zu zahlen?

II. Aufgaben über die zuſammengeſetzte Regel-Detri, wozu auch die Kettenregel gehört.

(§. 194 — 197 der Alg.)

1) Wenn 36 Arbeiter in 24 Tagen, indem ſie täglich 12 Stunden arbeiten, einen Graben ausheben, der 288 Klafter lang, 3 Klafter breit und 2 Klafter tief iſt; in wie viel Tagen werden 20 Arbeiter bei täglichen 10 Arbeitsſtunden einen Graben ausheben, der 400 Klafter lang, 2 Klafter breit und 2 Klafter 3 Fuß tief iſt? — Ant. In 60 Tagen.

2) Ein Landwirth kann in 4 Tagen mit 3 Pflügen 18 Joch Land umpflügen, wenn er täglich 8 Stunden dazu verwendet; wie viel Joch kann er mit 12 Pflügen in 18 Tagen bei täglichen 10 Arbeitsſtunden bearbeiten? — Antw. 405 Joch.

3) Wenn 3 Weber in 4 Wochen, wenn ſie wöchentlich 6 Tage, und täglich 10 Stunden arbeiten, 144 Ellen $\frac{7}{4}$ breiten Zeug verfertigen; wie viel Weber ſind erforderlich, wenn in 6 Wochen 630 Ellen $\frac{9}{4}$ breiter Zeug verfertigt werden ſollen, und wenn wöchentlich nur 5 Tage, und täglich nur 9 Stunden gearbeitet werden ſoll? — Antw. 15 Weber.

4) Wenn 4 Schnitter in 6 Tagen, indem ſie täglich 15 Stunden arbeiten, mit 9 Joch fertig werden; wie viel Schnitter ſind erforderlich, um mit 12 Joch in 8 Tagen bei täglichen 10 Arbeitsſtunden fertig zu wrrden? — Antw. 6 Schnitter.

5) Wenn aus 18 Gebinden zu 60 Faden Länge 1 Elle Leinwand, die $\frac{7}{4}$ breit iſt, gewebt wird; wie viel Ellen $\frac{6}{4}$ breiter Leinwand können aus 1200 Gebinden zu 84 Faden Länge gewebt werden? — Antw. $108\frac{8}{9}$ Ellen.

6) Bei der Anlage eines Kanales hoben 20 Arbeiter in 15 Tagen, indem ſie täglich 8 Stunden arbeiteten, 45 Kubikklafter Erde aus; wie viel Kubikklafter werden 25 Arbeiter, wenn ſie täglich 10 Stunden arbeiten, in 40 Tagen ausheben, wenn wir annehmen, daß die Kraft der erſten Arbeiter zu der der letzten ſich verhalte wie 9 zu 11, und daß ſich die Schwierigkeit bei der Bearbeitung des erſten Bodens zu der Schwierigkeit bei dem andern Boden verhalte wie 11 zu 8? — Antw. 315 Kubikklafter 22·5 Kubikſchuh

7) Wenn in Paris eine gewiſſe Menge Getreides 26 Livres 3 Sous koſtet, ſo erhält man für 6 Sous 18 Unzen Brot; wie ſchwer wird das Brot ſeyn, wenn dieſelbe Quantität Getreides 16 Livres koſtet? — Antw. 29·41875 Unzen.

8) Wenn der Seſter Getreide 22 Livres 10 Sous koſtet, ſo verkaufen die Bäcker 4 Pf. Brot um 11 Sous. Nun ſteigt das Getreide im Preiſe und zwar zu einem ſolchen Preiſe, daß die Bäcker 4 Pf. Brot um 16 Sous verkaufen, wodurch ſie bei 4 Pf. Brot 6 dr. weniger gewinnen, als ſie verhältnißmäßig nach dem erſten Preiſe gewannen; wie theuer ward alſo das Getreide verkauft? — Antw. 33·75 Livres = 33 Livres 15 Sous.

9) In X koſtete der Sack Getreide 22 fl. 30 kr. und man erhielt 4 Pf. Brot um 33 kr. Nun ſteigt das Getreide auf 33 fl. 45 kr. und die Regierung befahl das Pf. Brot um 12 kr. zu verkaufen; ſo iſt die Frage, wie viel verlieren oder gewinnen die Bäcker bei jedem Pf. Brot im Verhältniß zu den alten Preiſen? — Ant. Sie verlieren $\frac{3}{8}$ Kreuzer beim Pfunde.

10) In einer Fabrik wurden 748 Arbeiter verwendet, die in zwei Partien abgetheilt waren; die erſte Partie arbeitete täglich 9 Stunden, und verfertigte in 15 Tagen 4500 Ellen von irgend einem Zeuge. Die zweite Partie arbeitete täglich nur 6 Stunden, und verfertigte in 27 Tagen 6840 Ellen von demſelben Zeuge; wie viel Arbeiter waren bei der erſten, und wie viel bei der zweiten Partie? — Antw. Bei der erſten Partie waren 330, und bei der zweiten 418 Arbeiter.

11) Zwei Abtheilungen Schreiber werden in einer Bibliothek zum Abſchreiben verſchiedener Manuſcripte verwendet. Die erſte Ab-

theilung beſteht aus 24 Schreibern, welche bei täglichen 8 Arbeitsſtunden in 90 Tagen 8 Exemplare eines Werkes in 6 Bänden, wovon jeder Band 480 Seiten, jede Seite 54 Zeilen, und jede Zeile 56 Buchſtaben enthielt, fertig brachten. Die zweite Abtheilung beſtand aus 30 Schreibern, welche täglich 6 Stunden bei der Nacht arbeiteten. In wie viel Nächten werden dieſe nun 9 Exemplare von einem Werke in 4 Bänden abſchreiben, wenn jeder Band 800 Seiten, jede Seite 84 Zeilen, und jede Zeile 80 Buchſtaben enthält? Die Geſchwindigkeit der erſten Schreiber verhält ſich zu der der andern wie 4 zu 5; auf dem Papier der erſten Schreiber kann man 7 Zeilen ſchreiben, bis man auf dem der andern 6 Zeilen ſchreibt, bei Tage kann man 6 Zeilen ſchreiben, bis man bei Nacht 5 Zeilen ſchreibt, und das Manuſcript der zweiten Abtheilung iſt ſchwieriger zu leſen, als das der erſten, und zwar verhalten ſich dieſe Schwierigkeiten wie 7 zu 8. — Ant. 341 Nächte und 2 Stunden.

12) Fräulein Y ſtickte auf Organtin ein Bild, welches die Form eines Rechteckes hatte, deſſen Breite 240 Fäden und deſſen Höhe 300 Fäden betrug, und ward in 20 Tagen damit fertig, indem ſie täglich 6 Stunden arbeitete, und in jeder Minute 100 Stiche machte. Nun will ſie auf demſelben Stoffe ein Gemälde ſticken, ebenfalls in der Form eines Rechteckes, deſſen Breite aber 280 Fäden, und deſſen Höhe 390 Fäden beträgt; in wie viel Tagen wird ſie ſelbes vollenden, wenn ſie täglich nur 5 Stunden arbeitet, und in 5 Sekunden 3 Stiche macht? — Antw. In $101\frac{1}{9}$ Tagen.

13) Wie viel Stüber holländiſch Courant wird 1 fl. C. M. in Amſterdam werth ſeyn, wenn 147 fl. 30 kr. C. M. in Hamb. 200 Mark betragen, wenn ferner 200 Mark Hamb. Bko. 175 fl. Bko. in Amſterdam, und 100 fl. Amſt. Bko. 104 fl. Amſt. Cour. gelten? — Antw. 24·678 Stüb. beinahe.

14) Wie viel Gulden C. M. betragen 2400 Kruſaden à 400 Rees, wenn 1 Kruſade in Hamburg $19\frac{3}{8}$ ßl. Bko. gilt, und 200 Mark Bko. mit $146\frac{3}{4}$ fl. C. M. bezahlt werden? — Antw. 2132.461 fl. C. M.

15) Wie viel Gulden C. M. betragen 3600 Franken, wenn 100 Franken in Hamburg 53 Mark $3\frac{4}{5}$ ßl. Bko. betragen, wenn ferner 200 Mark Bko. mit $175\frac{2}{5}$ fl. R. W. bezahlt werden, und 6 fl. R. W. = 5 fl. C. M.? — Antw. 1400 fl. 40·7 kr. C. M.

16) Ein Wiener Kaufmann erhält aus London 148 Londoner Ellen Seidenzeug, welche der Londoner Kaufmann zu 20 Pfund 12 ßl.

Sterl. notirt hat. Wie hoch kömmt nun die Wiener Elle in Gulden W. W., wenn der Kurs $249\frac{5}{8}$ ſteht, wenn eine engliſche Elle = 1·4664 Wiener Ellen, und wenn 1 Pf. Sterl. mit $10\frac{1}{8}$ fl. C. M. bezahlt wird? — Antw. 2·4 fl. W. W. beinahe.

17) Ein Wiener bezieht aus London über Trieſt 12 Ztr. 56 Pf. netto engliſch Gewicht feinen Zucker, den engliſchen Ztr. netto à 4 Pf. 15 ßl. Sterl. Die Kommiſſion in London beträgt $2\frac{1}{2}$ pr. Ct., die Seefracht und Aſſekuranz bis Trieſt beträgt $4\frac{3}{4}$ pr. Ct., die Speditionskoſten und Platzunkoſten in Trieſt 6 pr. Ct. Der Transport von Trieſt bis Wien iſt 5 fl. C. M. pr. Ztr. brutto, und die Konſumo-Mauth 15 fl. 30 kr. C. M. pr. Ztr. Wenn nun der engliſche Ztr. = 90·6 Wiener Pf., das Pf. Sterl. = 10 fl. 9 kr. C. M., und die Emballage $\frac{1}{28}$ des Netto-Gewichtes beträgt; ſo entſtehen die Fragen, wie viel Gulden C. M. hat der Wiener dem Londoner zu zahlen? und wie hoch kommt dem Wiener das Wiener Pf., und wie theuer muß er das Wiener Pf. verkaufen, wenn er 12 pr. Ct. gewinnen will? — Antw. Der Wiener hat dem Londoner für die Waare ſammt Unkoſten bis Trieſt 647·065 fl. C. M. zu zahlen, ihm kommt das Wien. Pf auf 48·7 kr. C. M., und er muß demnach das Pf. beinahe um 54·5 kr. C. M. verkaufen, um 12 pr. Ct. zu gewinnen.

18) Ein Wiener bezieht aus Kopenhagen $245\frac{1}{4}$ Pf. dän. Gew. Eiderdunen à 3 Rthlr. 32 Schill. das Pf.; der Kopenhagner Kaufmann macht ſich ſogleich für den Betrag durch Wechſel zahlhaft, welche er für Rechnung des Wieners auf ein Amſterdamer Haus ausſtellt. Der Wechſelkurs von Kopenhagen auf Amſterdam iſt $116\frac{5}{8}$ Rthlr. für 100 Thlr. holl. Cour. notirt. Der Wiener bezahlt den Amſterdamer für das Geld, welches der Amſterdamer zur Bezahlung der Wechſel des Kopenhagners auslegt, durch Amſterdamer Wechſel, die er in Wien um $137\frac{1}{2}$ Rthlr. Cour. für 100 Thlr. Amſterd. Bko. kauft; 100 holl. Thlr. Bko. = 104 Thlr. holl. Cour. Wenn nun die Kommiſſionsgebühr 2 pr. Ct., der Ausfuhrzoll aus Kopenhagen $4\frac{1}{2}$ pr. Ct., und die Fracht und Mauth bis Wien 30 kr. pr. Pf. beträgt; was koſtet das Wiener Pfund Eiderdunen in C. M., wenn der Kopenhagner Ztr. von 100 Pf. = 89·13 Wiener Pf. iſt? — Antw. 7 fl. 17 kr. beinahe.

19) Ein Wiener Kaufmann bezieht aus Trieſt 3 Ztr. 84 Pf. brutto Wiener Gewicht Parmeſan-Käſe, den Ztr. netto à 75 fl. 36 kr. C. M. Die Tara beträgt 8 in 100, die Transportkoſten 5 fl. 40 kr. C. M. pr. Ztr. brutto. Der Trieſter bezieht den Betrag für ſeine

Waare durch einen Wechſel, den er auf ein Handlungshaus in Venedig für die Rechnung des Wieners ausſtellt. Der Wechſelkurs von Trieſt auf Venedig iſt $193\frac{3}{4}$ fl. Wiener Cour. für 100 Duk. Bko., und von Venedig auf Wien 100 Duk. Bko. für $194\frac{1}{4}$ fl. C. M. Wie viel hat der Wiener Kaufmann zu zahlen? — Antw. 289·53 fl.

20) Ein Wiener Kaufmann A hat an B in Neapel 2400 fl. C. M. zu zahlen, und remittirt dieſe Valuta nach Venedig, wohin der Kurs von Wien $193\frac{1}{2}$ fl. C. M. für 100 Duk. Bko. ſteht, der Kurs von Venedig nach Neapel aber iſt 100 Duk. Bko. für 121 Duk. del Regno. Wie viel wird die Rimeſſe in Neapel betragen? — Antw. 1500 Duk. di Regno $7\frac{3}{4}$ Carlini.

21) Berlin läßt in Wien 1000 Dukaten à 4 fl. 33 kr. C. M. einkaufen, und den Betrag à $105\frac{1}{4}$ Thlr. preuß. Cour. für 100 Thlr. W. Cour. auf ſich traſſiren. Wien berechnet $1\frac{1}{2}$ pr. Ct., Berlin aber $\frac{1}{2}$ pr. Ct. Speſen. Wie hoch werden die 1000 Dukaten in Berlin kommen? — Antw. 3256·674 Thlr. preuß. Cour.

22) Ein Wiener A erbt von einem Verwandten in Paris 36000 Franken, welche A vom Wiener Kaufmann B einziehen läßt. B wendet ſich an C in Paris, welcher den Betrag, nach Abzug von $1\frac{1}{2}$ pr. Ct. Speſen in einem Wechſel auf D in Hamburg 25·5 ßl. Bko. für 3 Franken remittirt. Dieſen Wechſel verkauft B à $147\frac{1}{2}$ fl. C. M. für 200 Mark Bko. Wie viel Dukaten wird nun A erhalten, wenn das Agio für die Dukaten $2\frac{1}{2}$ pr. Ct. beträgt, und wenn B $4\frac{3}{4}$ pr. Ct. Kommiſſionsgebühr rechnet? — Antw. 2867 Duk. 52 kr.

23) A in Wien hat dem B in London 2400 Pf. Sterl. zu zahlen. Dieſe Zahlung kann A auf folgende Arten leiſten:

a) Er läßt auf ſich traſſiren; der Kurs iſt von London auf Wien 1 Pf. Sterl. für 9 fl. 24 kr. C. M., und die Speſen betragen $1\frac{1}{2}$ pr. Ct.

b) Er kauft einen Wechſel auf London; der Kurs iſt 9 fl. 27 kr. C. M. für 1 Pf. Sterl. Die Speſen betragen $\frac{3}{4}$ pr. Ct.

c) Er remittirt einen Wechſel auf Hamburg, wohin der Kurs $144\frac{4}{5}$ Rthlr. für 100 Thlr. Bko. Zwiſchen London und Hamburg iſt der Kurs $34\frac{3}{8}$ ßl. vl. Bko. (8 ßl. vläm. Bko. = 3 Mark Bko.) für 1 Pf. Sterl. In Wien betragen die Speſen $\frac{1}{2}$ pr. Ct. und in Hamburg rechnet der Freund $2\frac{1}{2}$ pr. Ct. Auf welchem Wege hat A in Wien am wenigſten zu zahlen? — Ant. Auf dem erſten Wege

22898·4 fl. C. M., auf dem zweiten 22859·1 fl., und auf dem dritten 23073·5 fl., folglich iſt der zweite der vortheilhafteſte.

24) A in Wien ſendet ſeinem Freunde B in Hamburg 3000 Mark Bko. zum einkaſſiren und 500 Pf. Sterl. zum Verkauf, und zwar zu $34\frac{3}{8}$ ßl. vläm. Bko. für 1 Pf. Sterl. Dieſen Betrag bittet er nach Abzug von 2 pr. Ct. Proviſion und Senſarie nach Venedig für ſeine (des A) Rechnung zu remittiren. Wenn nun der Kurs von Hamburg auf Venedig $85\frac{1}{2}$ Groot vläm. Bko. für 1 Duk. Bko. ſteht, und der Venediger 1 pr. Ct. Speſen rechnet, wie viel Duk. Bko. kann A auf Venedig traſſiren? — Antw. 3429·742 Duk. Bko.

25) Als der Metzen Korn 3 fl. 54 kr. W. W. koſtete, wurde der Laib Brot mit 15 kr. bezahlt; nun ſtieg aber das Getreide im Preiſe um 23% und die Bäcker mußten auf obrigkeitlichen Befehl den Laib Brot von demſelben Gewichte um 18 kr. verkaufen, und ſo verloren ſie 2·56 Procent gegen den frühern Preis. Wie theuer war alſo das Korn, und wie hoch hätte das Brot verkauft werden müſſen, um den Bäckern denſelben Gewinn, wie früher, zu laſſen?

26) Ein Ingenieur erhielt den Auftrag, zwei Kanäle graben zu laſſen, und der erſte A ſollte 300° lang, $15'$ breit und $5'$ tief werden, der andere B aber 375° lang, 3° breit und $7'$ tief. Der Ingenieur ließ nun beide Kanäle von 88 Arbeitern zugleich anfangen, und ſo wurde der Kanal A in 4 Wochen fertig, weil wöchentlich 6 Tage, und täglich 10 Stunden gearbeitet wurde; der Kanal B aber ward erſt in 6 Wocheu vollendet, weil wöchentlich nur 5 Tage, aber täglich 14 Stunden gearbeitet wurde. Beim Kanal A kam jede Klafter (Länge) auf 4 fl. 48 kr. W. W. zu ſtehen, beim Kanal B aber jede Klafter auf 7 fl. 40·8 kr. W. W. Wie viel Arbeiter waren demnach beim Kanale A, wie viele beim Kanale B beſchäftiget? Wie viel täglichen Arbeitslohn erhielt jeder Arbeiter bei der erſten Abtheilung, und wie viel bei der zweiten? Wie hoch kommen die beiden Kanäle zu ſtehen, wenn der inſpizirende Ingenieur 5% vom ganzen Arbeitslohn als Remuneration erhielt, das Verführen des ausgehobenen Erdreiches 1260 fl. C. M. koſtete, und für die Abnützung der zum Graben verwendeten Geräthſchaften 340 fl. C. M. gezahlt wurden?

27) Von zwei Brüdern A und B hatte jeder eine Spinnfabrik gekauft. In der Fabrik des A wurde monatlich 25 Tage und täglich 12 Stunden geſponnen, und ſo gewann A in einem Jahre rein 1830 fl. C. M. In der Fabrik des B wurde monatlich nur durch

24 Tage, aber täglich 14 Stunden gearbeitet, und ſo hat B nur 10% von ſeinem Kapitale bezogen, während A 12% gewonnen hat, obgleich in der Fabrik des B 25 Spinnmaſchinen waren, während in der des A deren nur 20 ſich befanden. Wie theuer hat jeder der beiden Brüder die Fabrik gekauft, unter der Vorausſetzung, daß alle Spinnmaſchinen gleich groß und gleich gut waren?

28) Ein Weber verfertigte aus 3 Pf. Garn 14 Ellen Leinwand, welche $1\frac{3}{8}$ Ellen breit war; nun erhielt er aber von Jemand 20 Pf. Garn, um daraus 100 Ellen Leinwand zu weben. Wie breit kann der Weber die Leinwand machen, wenn die Feinheit des erhaltenen Garnes ſich zur Feinheit des erſtern Garnes verhält wie 4 zu 3? Vom etwa gefundenen Bruche ſoll jedoch der zweite Theilbruch genommen werden.

29) Als 12 Metzen Korn 37 fl. C. M. koſteten, erhielt man 23 Loth Brot um 3 kr. C. M.; nun erhält man aber 5 Metzen Korn um 15 fl. 25 kr. W. W.; wie viel Loth Brot muß man um 1 kr. C. M. erhalten?

30) Wenn zu einem Tiſchzeuge, welches $21\frac{1}{4}$ Ellen lang und $1\frac{1}{2}$ Elle breit iſt, $12\frac{3}{8}$ Pf. Garn nöthig waren; wie viel Ellen Tiſchzeug können nun aus 70 Pf. Garn verfertigt werden, wenn derſelbe 2 Ellen breit werden ſoll?

31) Wie groß muß ein Kapital ſeyn, welches in 3 Jahren 5 Monaten 17 Tagen zu $4\frac{3}{4}$% eben ſo viel Intereſſe gibt als 4856 fl. 42 kr. in 2 Jahren 10 Monaten 23 Tagen zu $5\frac{1}{2}$%?

32) Wie hoch kommt in Gulden C. M. der Wiener Ztr. von irgend einer aus London zu beziehenden Waare zu ſtehen, wenn der Londoner Ztr. 4 Liv. 9 ßl. Sterl. koſtet, wenn ferner die Kommiſſionsgebühren in London 3%, die Aſſekuranz wegen Verſchiffung bis Trieſt $4\frac{1}{2}$% Seefracht und Platzunkoſten in Trieſt $7\frac{3}{4}$% betragen? Die Fracht von Trieſt bis Wien beträgt 5 fl. 12 kr. C. M. pr. Ztr. netto, und die Konſumo-Mauth 12 fl. pr. Ztr. Ferner iſt nach dem Wechſelkurs von Wien auf London 1 Pf. Sterl. = 10 fl. 4 kr. C. M., und der engl. Ztr. = 90·6 Wien. Pf.

33) Ein Wiener Kaufmann bezieht aus Petersburg $7\frac{5}{8}$ Pud von irgend einer Waare, das Pud à $165\frac{3}{4}$ Rubel. Die Kommiſſion in Petersburg beträgt 3%, die Fracht und Mauth bis Wien beträgt pr. Ztr. Wien. Gew. $2\frac{4}{5}$% des Einkaufspreiſes. Ferner iſt 1 Pud = 29·21 Wien. Pf. und 100 Rubel werden mit 153 fl. $59\frac{3}{4}$ kr. C. M.

bezahlt. Wie hoch kommt dem Kaufmanne der Wiener Ztr. in Gulden C. M., und wie theuer muß er das Wien. Pf. verkaufen, um $12\frac{1}{2}$ % zu gewinnen?

34) A in Wien läßt durch einen Kommiſſionär in London eine gewiſſe Waare einkaufen, deren Nettogewicht 5 Ztr. 63 Pf. engl. Gew. beträgt. Die Waare koſtet in London 53 Livr. 13 ßl. Sterl.; nach dem Kurſe iſt 1 Livr. Sterl. = 10 fl. 6 kr. C. M.; Speſen und Kommiſſion in London betragen $3\frac{1}{2}$ %, die Aſſekuranz bis Trieſt $4\frac{7}{8}$ %; 1 Lond. Pf. = 0·79 Wien. Pf.; die Transportkoſten bis Wien betragen 10 fl. 42 kr. C. M. pr. Ztr., und die Mauth und Zoll betragen 5 fl. 36 kr. pr. Ztr. Wie hoch kommt der Wiener Ztr. in Gulden C. M.?

35) In Marſeille koſtet ein Myriagramm Provencer-Öhl 23 Francs 75 Cent.; Aſſurance ſammt Aſſurance-Courtage beträgt 4 %; Kommiſſion, Senſarie, Emballage, Ausgangszoll und ſonſtige Speſen aber 5 %; nach dem Kurſe von Wien auf Paris ſind 300 Fr. = 116 fl. C. M.; endlich iſt 1 Kilogramm = 1·785 W. Pf. Wie viel Gulden C M. wird alſo der Wien. Ztr. koſten?

36) In London koſtet 1 engl. Pf. Netto Muskatnüſſe 4 ßl. 8 dr. Sterl.; die Aſſurance bis Trieſt 4 %, Kommiſſion, Senſarie und andere Speſen in London 3 %. Ein Wiener Kaufmann läßt nun 1 Ztr. 84 Pf. engl. Gew. Muskatnüſſe in London einkaufen, und zahlt den Londoner Kaufmann dadurch, daß er einen in London zahlbaren Wechſel kauft und einſendet. Wenn nun der Wechſelkurs zwiſchen Wien und London mit 1 Liv. Sterl. = 9 fl. 42 kr. notirt iſt, und die Senſarie nebſt andern Auslagen $1\frac{1}{2}$ % beträgt, wie hoch kommt dem Wiener die obige Waare in Gulden C. M., und was koſtet 1 Pf. dieſer Waare?

37) Aus dem ruſſiſchen Pfunde werden 19·6 Rubel geprägt, welche $83\frac{1}{3}$ Solotnik fein ſind. Das Pfund iſt = 96 Solotnik = 8512 holl. As. Wie viel Silberrubel werden nun auf eine köln. Mark fein Silber gehen? — Welchen Feingehalt hat dieſer Rubel und wie viel iſt er in Conventionsgelde werth?

38) Wenn 3655·78 Rubel in Silber = 5879 fl. $42\frac{1}{2}$ kr. C. M. gerechnet wurde, welchen Kurs hat man angenommen?

39) Ein Pariſer gibt einem Wiener Handlungshauſe den Auftrag, ihm 25000 Franken zu remittiren und dagegen den Betrag auf Hamburg zu traſſiren. Wien remittirt nach Paris zu 116·5 und traſſirt auf Hamburg zu 145. Der Wiener Kommiſſionär rechnet ſowohl

bei der Rimeſſe als bei der Tratte $\frac{1}{2}$ % Kommiſſion und 1 pr. mille Senſarie. Welchen Betrag wird alſo der Wiener auf Hamburg traſſiren müſſen?

40) Ein Wiener hat an A in Liſſabon die Summe von 3851 Kruſaden zu zahlen, und könnte den Betrag auf folgenden Wegen zahlen:

a) Der Wiener remittirt nach Hamburg 144·8 Thlr. für 100 Thlr. Hamb. Bko., und von da nach Liſſabon 41$\frac{3}{8}$ dr. vlm. für 400 Rees.

b) Der Wiener läßt von A auf ſich über Paris traſſiren. Der Kurs von Liſſabon auf Paris iſt 494$\frac{5}{8}$ Rees für 3 Franken, und von Paris auf Wien 257$\frac{3}{4}$.

c) Der Wiener remittirt über Amſterdam den Betrag. Der Kurs von Wien auf Amſterdam iſt 137$\frac{1}{4}$ Reichsthlr. Conv. Cour. für 100 Thlr. holl. Cour., und von Amſterdam nach Liſſabon 45$\frac{1}{2}$ dr. vlm. für 400 Rees oder 1 Kruſade. — Welcher Weg iſt demnach für den Wiener der vortheilhafteſte?

III. Aufgaben über die Theilregel.

(§. 203—206 der Alg.)

1) A, B, C und D treten in Kompagnie, und zwar A mit einer Einlage von 2400 fl., B 3000 fl., C 2100 und D 3600 fl. Sie gewannen jährlich 925 fl.; wie viel erhält alſo jeder verhältnißmäßig ſeiner Einlage? — Antw. A 200 fl., B 250 fl., C 175 fl., und D 300 fl.

2) Es mußten 6 Dorfſchaften einem feindlichen General 2400 fl. Brandſchatzung zahlen, welche nach der Steuerquote der einzelnen Gemeinden repartirt wurden. Wenn nun die Gemeinde A 18 fl. 15 kr., B 15 fl. 48 kr., C 20 fl. 27 kr., D 12 fl., E 23 fl. 36 kr., und F 9 fl. 54 kr. vierteljährige Steuer zahlen mußte, wie viel hatte jede dieſer Gemeinden zu dieſer Requiſition beizutragen? — Antw. A 438 fl., B 379 fl. 12 kr., C 490 fl. 48 kr., D 288 fl., E 566 fl. 24 kr., und F 237 fl. 36 kr.

3) A vermachte ſeinen 3 Geſchwiſtern 8100 Thlr. mit der Beſtimmung, daß ſich ihre Antheile verhalten ſollen wie die Brüche $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$. Wie viel erhält jedes? — Antw. A 3600, B 3000 und C 1500.

4) Drei Perſonen legten 1900 fl. zuſammen, und zwar legte A 400 fl. ein, B 600 fl. und C 900 fl. Wenn nun A 120 fl. gewonnen hat, wie viel gewann jeder der beiden andern, und wie groß war

der ganze Gewinn? — Ant. B gewann 180 fl. und C 270 fl., alſo alle drei zuſammen 570 fl.

5) Drei Freunde unternahmen ein Geſchäft, und fanden am Ende des Jahres, daß ihr Kapital $6\frac{1}{2}$ pr. Ct. getragen habe, weil der Überſchuß gerade 650 fl. betrug. Die Einlagen verhielten ſich wie die Zahlen $\frac{5}{2}$: 2 : $\frac{7}{4}$. Wie groß war die ganze Einlage, wie groß waren die einzelnen Beiträge, und wie viel gewann jährlich jeder der Intereſſenten? — Antw. Die ganze Einlage war 10000 fl. A hatte 4000 fl., B 3200 fl. und C 2800 fl. beigetragen, und demnach erhielt A 260 fl., B 208 fl. und C 182 fl. vom ganzen Gewinn.

6) Zwei Freunde legten 45648 fl. zuſammen, um ein Geſchäft gemeinſchaftlich zu führen. Nach einer beſtimmten Zeit trennten ſie ſich wieder, und jeder hatte die Hälfte ſeiner Einlage gewonnen. Der erſte erhielt für ſeinen Antheil 43686 fl. Wie viel hat jeder eingelegt? — Antw. Der erſte 29124 fl. und der zweite 16524 fl.

7) A bezog aus einer Fabrik 400 Ellen Tuch, die Elle à 9 fl. 30 kr. und zahlbar nach 2 Monaten. A behielt hiervon $\frac{1}{5}$, und gab dem B $\frac{1}{4}$, dem C $\frac{1}{8}$, dem D $\frac{3}{10}$, und den Reſt des Tuches ſeinem Bruder E. Weil nun dieſe 5 Perſonen jenen Betrag ſogleich auszahlen, ſo läßt der Fabriksbeſitzer 1 pr. Ct. nach. Wie viel hat jeder zu zahlen? — Antw. A 752 fl. 24 kr., B 940 fl. 30 kr., C 470 fl. 15 kr., D 1128 fl. 36 kr., und E 470 fl. 15 kr.

8) Acht Generale, 10 Oberſten und 16 Majors kommen mit einem Traiteur überein, für Verköſtung ihrer Bedienten monatlich 1128 fl. zu zahlen. Jeder General hatte 4 Bediente, jeder Oberſte 3 und jeder Major 2, welche ſämmtlich durch 38 Tage verköſtet wurden. Wie viel hatte jeder Officier zu zahlen? — Antw. Jeder General hatte 60 fl. 48 kr., jeder Oberſte 45 fl. 36 kr., und jeder Major 30 fl. 24 kr. zu zahlen

9) Ein Vater hinterließ nebſt ſeiner Frau, 3 Söhne und 2 Töchter, und ein Vermögen von 52989 Thalern. Im Teſtamente hatte er feſtgeſetzt, daß jeder Sohn 3 Mal ſo viel bekomme als eine Tochter, und die Mutter doppelt ſo viel als ein Sohn. Wie viel erhielt jedes? — Antw. Eine Tochter 3117 Thlr., jeder Sohn 9351 und die Mutter 18702 Thaler.

10) Ein Kaufmann A kaſſirt folgende Gelder ein:

4768 Thlr. Pr. Cour. à 1 fl. 25 kr. C. M.

3280 Pf. 12 Schill. Sterl. à 9 fl. 24 kr. 2·85 Pf. pr. Pf. Sterl.

20400 Mark Bko. à $43\frac{1}{2}$ kr. pr. Mark.
12800 Franken, à $23\frac{1}{4}$ kr. pr. Fr.
7900 Spec. Thal. à 2 fl.

Der Kaufmann B kaſſirte folgende Summen ein:

4800 fl. polniſch à $14\frac{1}{2}$ kr. pr. fl.
6800 Duk. holländiſch à 4 fl. 30 kr.
48000 Rees, 1 Millerees à 1 fl. $44\frac{1}{4}$ kr.
90000 Türk. Piaſter à $31\frac{1}{2}$ kr.
8800 Dollars Amer. à 2 fl. $3\frac{3}{8}$ kr.

Dieſe Summen legen beide zuſammen und kaufen damit ein Gut, welches im erſten Jahre $2\frac{1}{2}$ pr. Ct., im zweiten Jahre 4 pr. Ct., im dritten Jahre 6 pr. Ct., und im vierten Jahre 8 pr. Ct. trägt. Nach jedem Jahre kaufen ſie von den Intereſſen 5procentige Staatspapiere, wovon ſie jedoch die Intereſſen erſt am Ende des vierten Jahres erheben. Sie hatten kaum am Ende des vierten Jahres von den Intereſſen Staatspapiere gekauft, ſo zeigte ſich ihnen eine vortheilhafte Spekulation, weßhalb ſie ſich ſogleich entſchloſſen, ihr ganzes Vermögen in baares Geld zu verwandeln. Das Gut verkauften ſie gegen 10 pr. Ct. über dem Einkaufspreis und die Staatspapiere waren um $1\frac{1}{2}$ pr. Ct. geſtiegen. Nun nahmen beide ihr Vermögen und verwendeten es zu einem neuen Geſchäfte, welches 5 Jahre währte, und wobei ſich ein Gewinn von 60000 fl. zeigte. Wie reich war A und B im Anfange? Wie theuer haben ſie das Gut gekauft? Wie reich war jeder, als ſie das Gut und die Staatspapiere verkauft hatten? Wie rentirte ſich das Gut in den vier auf einander folgenden Jahren? Welches war im Durchſchnitt der reine Ertrag des Guts? Wie theuer haben ſie es verkauft? Wie reich iſt jeder der Intereſſenten am Ende des fünfjährigen Geſchäftes? Wie viel Procente trug dieſes Geſchäft? Endlich wie viel Procente hat das urſprüngliche Kapital getragen? —

Antw. A hatte 73181·2638, B aber 97188·4 fl. C. M. anfänglich, das Gut koſtete alſo 170370 fl. C. M. beinahe. Nach dem Verkaufe des Gutes und der Staatspapiere hatte A 96513·5 fl., B 128174·7 fl.; das für das Gut ausgelegte Kapital trug während der 4 Jahre der Beſitzung im Durchſchnitt $5\frac{1}{8}$ pr. Ct., das Gut trug alſo im Durchſchnitt jährlich 8731·46 fl.; das Gut verkauften ſie um 187407 fl. Nach dem fünfjährigen Geſchäfte beſaß A 122286·5 fl., B 162402·5 fl., denn dieſes letztere Geſchäft trug jährlich 5·34 pr. Ct.,

und demnach hat das urſprüngliche Kapital während 9 Jahren im Durchſchnitt 7·46 pr. Ct. beinahe getragen.

11) Vier Kaufleute unternahmen gemeinſchaftlich ein Geſchäft mit einer gewiſſen Summe Geldes, und waren ſo glücklich in 5 Jahren ihre Einlage verdreifacht zu erhalten. Sie nahmen daher ihre Einlage zurück, und machten mit dem Gewinne, der 13000 fl. betrug, ein neues Geſchäft, wobei ſie 65 fl. weniger gewannen, als ihre urſprüngliche Einlage betrug. Nun theilten ſie ſich in den ganzen Gewinn, und zwar erhielt A $\frac{4}{13}$, B 598 fl. weniger als A, C $\frac{5}{6}$ Mal ſo viel als B, und D den Reſt. Welches war die urſprüngliche Einlage eines jeden, und wie viel erhielt jeder vom geſammten Gewinne? — Antw. A legte 2000 fl ein, B 1800 fl., C 1500 fl. und D 1200 fl.; und da der geſammte Gewinn 19435 fl. betrug, ſo gebührte hiervon dem A 5980 fl., dem B 5382 fl., dem C 4485 fl. und dem D 3588 fl.

12) Vier Kaufleute unternahmen ein Geſchäft mit folgenden Einlagen. A gab 17500 fl., B 15000 fl., C 16450 fl. und D 12750 fl. Die Leitung des Geſchäftes übergaben ſie einem Kommis E, der 7420 fl. Kaution erlegt hatte, die ebenfalls im Geſchäfte mit verwendet wurden. Der Kommis erhielt 4 pr. Ct. vom ganzen Gewinne als Remuneration. Das Geſchäft dauerte 4 Jahre, und bei Abſchluß der Rechnung zeigte ſich, daß ſie gemeinſchaftlich 750 fl. pr. Monat gewonnen haben. Wie viel hat nun jeder der Intereſſenten verhältnißmäßig ſeiner Einlage zu fordern, und wie hat ſich das ganze Kapital rentirt? — Antw. A erhielt 26250 fl., B 22500 fl., C 24675 fl., D 19125 fl. und der Kommis 11130 fl. + 1440 fl. (als Remuneration) = 12570 fl., und das eingelegte Kapital trug demnach jährlich 12½ pr. Ct.

13) Drei Weber A, B, C erhielten von einem Kaufmann 1312 fl. Arbeitslohn. A hatte 12 Geſellen 10 Wochen wöchentlich 5 Tage arbeiten laſſen; B aber 8 Geſellen 11 Wochen wöchentlich 6 Tage, und C endlich 40 Geſellen 3 Wochen wöchentlich 7 Tage. Jeder dieſer drei Weber legte ſeinen Antheil an jener Summe durch 5 Jahre an, und ſo erhielt am Ende dieſes Zeitraumes der A 500 fl., B aber 492 fl. 48 kr., D endlich 728 fl. Wie viel erhielt jeder Webermeiſter vom Kaufmanne, und wie viel Procente hat jedem ſein Kapital getragen?

14) Vier Brüder A, B, C, D kauften ſich mehrere Lotterieloſe und gewannen eine bedeutende Summe. B hatte um den vierten Theil mehr geſetzt als A, C halb ſo viel als A und B zuſammen, und

D den vierten Theil von der Summe ſeiner drei Brüder. Mit dem ganzen Gewinne kauften ſie nun gemeinſchaftlich eine Fabrik, welche ſie nach einem Jahre wieder um 111780 fl. verkauften, und ſo hatten ſie in dieſem Jahre im Ganzen 15 Procent von der Einkaufsſumme gewonnen. Jetzt trennen ſich die Brüder, und D erhölt für ſeinen Antheil 22356 fl. Wie reich war jeder dieſer Brüder bei der Trennung? Wie viel hat jeder in der Lotterie gewonnen und wie viel hat jeder urſprünglich geſetzt?

15) Drei Kaufleute A, B, C legten eine gewiſſe Summe Geldes zuſammen, um damit ein Dampfſchiff anzukaufen, welches ſie alle zwei Monate nach Alexandrien gehen ließen, und nach 7 Jahren hatten ſie ſo viel gewonnen, daß jeder Geſellſchafter das Fünffache ſeiner Einlage zurück erhielt. Mit dieſen neuen Summen unternahm nun jeder für ſich ein Geſchäft, und als ſie 16 Jahre ſpäter wieder zufällig zuſammen kamen, und ihre Bücher verglichen, zeigte ſich, daß jeder ein Vermögen von 13860 Dukaten beſaß. Sie rechneten nun, und fanden, daß B bei dem letzten Geſchäfte jährlich $7\frac{1}{2}$ % gewonnen habe, A um $\frac{11}{16}$ % mehr, C aber um $\frac{5}{8}$ % weniger. Wie viel hatte jeder Geſellſchafter urſprünglich eingelegt? Wie hat ſich die Einlage bei dem erſten Geſchäfte rentirt? Wie viel Procent hat das urſprüngliche Kapital während der 23 Jahre im Durchſchnitte getragen?

16) Es ließ Jemand 63 Ztr. Schießpulver (welches aus Salpeter, Schwefel und Kohle zuſammengeſetzt iſt) verfertigen, mit dem Auftrage, auf 16 Theile Salpeter 2 Theile Schwefel zu nehmen. Wenn nun jene 63 Ztr. Schießpulver 9 Ztr. Kohlen enthalten, wie viel Salpeter und wie viel Schwefel wird dieſe Quantität enthalten, und wie viel Theile Kohlen kommen auf 16 Theile Salpeter?

Siebenter Abſchnitt.

I. Aufgaben über die beſtimmten Gleichungen.

A. Einfache Gleichungen.

(§. 211 — 220 der Alg.)

a) Mit einer unbekannten Größe.

1) Gleichung $x \pm a = b$.

Auflöſung. $x = b \mp a$.

2) Gl. $ax = b$.

Aufl. $x = \frac{b}{a}$.

3) Gl. $\frac{x}{a} = b$.

Aufl. $x = ab$.

4) Gl. $\frac{ax}{m} - b = c - \frac{ax}{n}$.

Aufl. $x = \frac{mn(b+c)}{a(m+n)}$.

5) Gl. $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} - c = d + \frac{ax}{c}$.

Aufl. $x = \frac{abc(c+d)}{bc + ac - a^2b}$.

6) Gl. $\frac{a-x}{m} + cx - \frac{a}{2} = \frac{2a+x}{4m} - \frac{ac}{6}$.

Aufl. $x = \frac{2a(3m - cm - 3)}{3(4cm - 5)}$.

7) Gl. $\frac{a}{x} - \frac{2m}{3} + 4 = \frac{3m}{2} - \frac{6}{x}$.

Aufl. $x = \frac{6(a+6)}{13m - 24}$.

8) Gl. $\frac{24}{5} + \frac{12}{7x} - \frac{3x}{10} = \frac{15}{x} - \frac{3x+2}{10}$.

Aufl. $x = 2\frac{23}{35}$.

9) Gl. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} - 4 = x + 12.$

Aufl. $x = 60.$

10) Gl. $- 3\frac{4}{5} + \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3x}{4} + \frac{13}{15}.$

Aufl. $x = 11\frac{1}{5}.$

11) Gl. $3{\cdot}8x - \frac{2x}{5} + 4 = 43 - \frac{1{\cdot}2x}{25}.$

Aufl. $x = 11\frac{134}{431}.$

12) Gl. $\frac{3x}{5} - \frac{7x}{10} - \frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{3x}{8} + 15 = 0.$

Aufl. $x = 66\frac{2}{3}.$

13) Gl. $\frac{x+5}{3} - \frac{x}{2} + 4 = \frac{x-2}{7} - 2 + \frac{x}{6}.$

Aufl. $x = 16{\cdot}7.$

14) Gl. $\frac{10 - 7x}{x - 1} = \frac{5}{x + 1} - 7.$

Aufl. $x = 4.$

15) Gl. $\frac{2a + x}{x} - 3 = \frac{8}{x}.$

Aufl. $x = a - 4.$

16) Gl. $\frac{ax}{m} - \frac{bx}{n} + c - 1 = ac - \frac{bx}{m} + \frac{ax}{n}.$

Aufl. $x = \frac{mn(ac - c + 1)}{(a + b)(n - m)}.$

17) Gl. $a + m\sqrt[n]{x} = c.$

Aufl. $x = \left(\frac{c - a}{m}\right)^n.$

18) Gl. $a + b\sqrt[n]{a + x^2} = A.$

Aufl. $x = \sqrt{\left(\frac{A - a}{b}\right)^n - a}.$

19) Gl. $ax^n = b.$

Aufl. $x = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}.$

20) Gl. $a\sqrt[n]{\alpha x + \beta} = b\sqrt[n]{\gamma x + \delta}.$

Aufl. $x = \frac{b^n\delta - a^n\beta}{a^n\alpha - b^n\gamma}.$

21) Gl. $2\sqrt{3+\sqrt{x}} = 3\sqrt{3-\sqrt{x}}$.

Aufl. $x = \left(\frac{15}{13}\right)^2 = \frac{225}{169} = 1\frac{56}{169}$.

22) Gl. $2\sqrt[4]{\frac{a-n}{a^2x+\beta}} = \sqrt[3]{\frac{a-n}{a^2x+\beta}}$.

Aufl. $x = \frac{(a-n) - 4096\beta}{4096\alpha^2}$.

23) Gl. $\frac{3x}{5}\sqrt{4x^2+9} + \frac{6x^2}{5} = \frac{3}{2}x$.

Aufl. $x = \frac{11}{40}$.

24) Gl. $\frac{(6+x)(5-x)}{2} + 3x = \frac{15x}{4} - \frac{x^2}{2}$.

Aufl. $x = 12$.

25) Zwei Studenten haben zuſammen 33 Bücher. Der Eine von ihnen hätte drei Mal ſo viel als der Andere, wenn er 7 Bücher mehr hätte, als er hat. Wie viel Bücher hat jeder von ihnen? — Antw. Der Eine hat 10, der Andere 23 Bücher.

26) Ein Lehrer fragte ſeinen Schüler, wie alt er ſey. In 7 Jahren, antwortete dieſer, bin ich drei Mal ſo alt, als ich vor 5 Jahren war. Wie alt war der Schüler? — Antw. 11 Jahre.

27) Cajus fragte den Sempronius, wie viel Geld er habe. Dieſer antwortete: Wenn ich ſo viele Groſchen hätte, als ich Kreuzer habe, ſo würde mir gerade das Doppelte meines Geldes zu einem Gulden fehlen. Wie viel Geld hatte Sempronius? — Antw. 12 kr.

28) Wie viel Eier haſt du in deinem Korbe, fragte Jemand ein Bauernmädchen. Dieſes erwiederte ſchnell: Zwei Drittel davon betragen 5 mehr, als die Hälfte macht. Wie viel Eier waren im Korbe? — Antw. 30 Eier.

29) Ein Edelmann antwortete auf die Frage, wie viel Pferde er im Stalle hätte: Wenn ich 3 weniger hätte, ſo würde die Hälfte um 2 mehr betragen, als ein Viertel der Pferde, die ich wirklich beſitze. Wie viel Pferde hatte der Edelmann? — Antw. 14 Pferde.

30) Es fragte Jemand einen Lehrer, wie viel Schüler er habe. Die Hälfte meiner Schüler, erwiederte der Lehrer, beträgt 10 mehr als der ſechste und achte Theil derſelben. Wie viel Schüler hatte er? Antw. 48.

31) A wurde von B um ſein Alter gefragt, und gab folgenden Beſcheid. In 8 Jahren bin ich noch ein Mal ſo alt, wie mein Sohn. Wenn du nun von der Hälfte meines Alters 5 Jahre abziehſt, dieſe Differenz durch meines Sohnes Alter dividirſt, und dazu das Alter von uns beiden addirſt, ſo findeſt du eine Zahl, welche um $3\frac{1}{16}$ kleiner iſt, als die Hälfte meines dreifachen Alters. Wie alt bin ich, und wie alt iſt mein Sohn? — Antw. Der Vater 40 und der Sohn 16 Jahre.

32) Eine Frau brachte Äpfel und Birnen zu Markte, zuſammen 100 Stück. Da ſie 7 Birnen um 4 Groſchen und 11 Äpfel um 6 kr. verkaufen mußte, ſo brachte ſie nur 2 fl. nach Hauſe. Wie viel Äpfel und wie viel Birnen hatte das Weib? — Antw. 56 Birnen und 44 Äpfel.

33) In einer Geſellſchaft fragte im Jahre 1830 ein Amerikaner, welcher Fürſt der beſte und weiſeſte in Europa ſey? Ein junger Menſch antwortete ſchnell: Wenn du die Buchſtaben des Alphabets mit Indices bezeichneſt, ſo bilden die Zeiger der Buchſtaben im verlangten Namen folgende Zahlen: Die zweite iſt um Eins kleiner als das Dreifache der Erſten; die dritte iſt nur der ſechſte Theil der Erſten; die vier iſt um Eins größer als das Doppelte der Erſten; und die fünfte iſt um Eins größer als das Vierfache der Erſten; die Summe der Zeiger aber iſt gerade 62. Wie heißt der Fürſt? — Antw. FRANZ.

34) A wurde gefragt, wie alt er ſey. Er antwortete: Meine Frau und ich haben zuſammen 58 Jahre, und vor 26 Jahren war ich noch ein Mal ſo alt als meine Frau. Wie alt waren beide? — Antw. Der Mann 30, die Frau 28 Jahre.

35) Ein ſterbender Vater vermachte mittelſt Teſtament ſeiner Frau $\frac{1}{4}$ des ganzen Vermögens, und jedem ſeiner beiden Söhne $\frac{1}{3}$ des Vermögens, und den Reſt, der gerade 700 fl. betrug, den Armen. Wie groß war das hinterlaſſene Vermögen? — Antw. 8400 fl.

36) Ein Kapitaliſt nahm jährlich 4500 fl. Intereſſen ein. Der dritte Theil des Kapitals lag zu 5 pCt. an, $\frac{4}{9}$ des Vermögens zu $4\frac{1}{2}$ pCt., und der Reſt zu 6 pCt. Wie groß war das ganze Vermögen, und wie groß waren die einzelnen Kapitalien? — Antw. Das ganze Kapital betrug 90000 fl.; das erſte Kapital 30000 fl., das zweite 40000 fl, und das dritte 20000 fl.

37) Wie viel 8löthiges Silber muß man zu $7\frac{1}{2}$ Mark 13löthigem ſetzen, damit die Miſchung 9löthig werde? — Antw. 30 Mark.

38) Ein Vater iſt jetzt 45 Jahre alt, und ſein Sohn 12; in wie

viel Jahren wird der Vater nun noch ein Mal ſo alt ſeyn, als ſein Sohn? — Antw. In 21 Jahren.

39) Es ſoll eine Zahl gefunden werden, welche mit 7 multiplicirt ein Produkt gibt, welches eben ſo viel über 27, als die Zahl unter 27 iſt. Welche Zahl iſt es? — Antw. $6\frac{3}{4}$.

40) Man ſoll 48 fl. unter 9 Perſonen ſo vertheilen, daß der folgende immer $\frac{1}{2}$ fl. mehr bekommt, als der vorhergehende. Wie viel bekam ein jeder? — Antw. Der erſte $3\frac{1}{3}$ fl., der zweite $3\frac{5}{6}$ fl., der dritte $4\frac{1}{3}$ fl., der vierte $4\frac{5}{6}$ fl., der fünfte $5\frac{1}{3}$ fl., der ſechste $5\frac{5}{6}$ fl., der ſiebente $6\frac{1}{3}$ fl., der achte $6\frac{5}{6}$ fl., und der neunte $7\frac{1}{3}$ fl.

41) Wie viel Geld haſt du in der Taſche, fragte A ſeinen Freund. Dieſer antwortete: Mein Bruder und ich haben gerade 48 fl. zuſammen, und zwar beträgt der $\frac{1}{7}$ Theil meines Geldes eben ſo viel als der $\frac{1}{5}$ Theil vom Gelde meines Bruders. Wie viel Geld hat jeder Bruder? — Antw. Der eine 28 fl., und der andere 20 fl.

42) Ein Vater hinterließ ſeiner Frau, ſeinem Sohne und ſeiner Tochter ein Vermögen von 5400 Thalern, und hatte in ſeinem Teſtamente feſtgeſetzt, daß ſich der Antheil der Tochter zum Antheile der Mutter wie 4 zu 5 verhalten ſollte, der Sohn aber ſollte ſo viel erhalten, als die Mutter und Tochter zuſammen. Wie viel erhielt jedes? Antw. Die Tochter erhielt 1200 Thaler, die Mutter 1500 Thaler und der Sohn 2700 Thaler.

43) A fragte ſeinen Freund B, wie viel Geld er jährlich von ſeinem Vater erhalte, und B erwiederte: Den dritten Theil meines Jahrgeldes muß ich auf Koſt und Quartier verwenden, den achten Theil für Kleidung und Wäſche, und $\frac{5}{12}$ für Bücher, Meiſter u. dgl.; berechneſt du nun meine Auslagen, ſo wirſt du finden, daß mir nur 100 fl. für Unterhaltungen übrig bleiben. Wie viel jährliche Einkünfte hatte alſo B? — Antw. 800 fl.

44) A hatte ein Haus um eine gewiſſe Summe Geldes gekauft, und da ihm ein Liebhaber 14460 Thaler dafür bot, gab er das Haus wieder weg, weil er fand, daß er ſo $20\frac{1}{2}$ pr. Ct. gewinnen würde. Wie theuer hat er das Haus gekauft? — Antw. Um 12000 Thaler.

45) Drei Unterofficiere A, B und C erhielten von ihrem Oberſten eine gewiſſe Summe Geldes zum Geſchenke, weil ſie ſich in der Schlacht vorzüglich ausgezeichnet hatten, und zwar ſollte A 10 fl. mehr als die Hälfte erhalten, B 15 fl. mehr als die Hälfte des noch übrigen Geldes, und C den Reſt, der 125 fl. weniger betrug, als die

Hälfte der ganzen Summe. Wie groß war die vertheilte Summe, und wie viel erhielt jeder davon? — Antw. Die ganze Summe betrug 420 fl., wovon A 220 fl., B 115 fl., und C 85 fl. erhielt.

46) Drei Studenten A, B und C erhielten 100 Dukaten zum Geſchenke; A nahm ſich ſogleich einen Theil, B nahm halb ſo viel als A, und den Reſt erhielt C. Da nun A am meiſten hatte, und ſehr gutmüthig war, gab er jedem der beiden andern ſo viel, als er ſchon hatte, wodurch B am meiſten erhielt. Nun wollte ſich auch B freigebig zeigen, und gab jedem halb ſo viel, als er ſchon hatte, und ſo behielt er immer noch $\frac{2}{3}$ Mal ſo viel als die beiden andern zuſammen. Wie viel hatte jeder im Anfange, und wie viel am Ende? — Antw. Im Anfange hatte A 60 Stück, B 30 und C 10 Stück Dukaten, aber am Ende hatte A 30, B 40 und C 30 Stück Dukaten.

47) In einer Geſellſchaft waren 48 Perſonen, worunter 4 Männer mehr waren als Weiber, und wären 6 Kinder weniger da geweſen, ſo würden gerade halb ſo viel Kinder gegenwärtig geweſen ſeyn als Männer und Frauen. Wie viel Männer, Frauen und Kinder befanden ſich in der Geſellſchaft? — Antw. 16 Männer, 12 Frauen und 20 Kinder.

48) Ein Greis hielt goldene Hochzeit, bei welcher er unter ſeine 6 Enkel 750 Dukaten nach der Stufenfolge ihres Alters ſo vertheilte, daß der nächſt Ältere immer 30 Dukaten mehr erhielt, als der zunächſt Jüngere. Wie viel wird jeder Enkel erhalten haben? — Antw. A erhielt 50, B 80, C 110, D 140, E 170, und F 200 Dukaten.

49) Ein General, der 21000 Mann kommandirte, erhielt die Ordre, vier Feſtungen damit zu beſetzen, wobei die Beſtimmung der Größe der einzelnen Beſatzungen ſeiner eigenen Einſicht überlaſſen wurde. Er detaſchirte nun in die Feſtung B noch ein Mal ſo viel Mann weniger 300 als in die Feſtung A; nach der Feſtung C 100 Mann mehr als in die beiden erſten, und in die Feſtung D 150 Mann mehr als die Hälfte der drei erſten Beſatzungen betrug. Wie ſtark war wohl jede Beſatzung? — Antw. In der Feſtung A 2400, in B 4500, in C 7000, und in D 7100 Mann.

50) Wie alt biſt du, mein Lieber? fragte Jemand einen hoffnungsvollen Knaben. Dieſer verſetzte: wenn du die Hälfte meines Alters durch den dritten Theil meines Alters in 6 Jahren dividirſt, und den Quotienten um mein halbes Alter vermehrſt, ſo findeſt du eine Zahl,

welche um $3\frac{1}{2}$ größer iſt als die Hälfte meines Alters vor fünf Jahren. Wie alt bin ich nun? — Antw. 12 Jahre.

51) Ein Ökonom fragte ſeinen Freund, ob er viel Vieh im Stalle habe. Dieſer ſagte: Meine Pferde und Ochſen machen zuſammen gerade 100 Stück, wofür ich vor einigen Monaten, wo ich noch 4 Ochſen mehr im Stalle hatte, 12000 fl. baar erhalten hätte, weil mir der Kaufluſtige für jedes Pferd 100 Thaler und für jeden Ochſen 100 Gulden geboten hatte. Wie viel Pferde und wie viel Ochſen habe ich nun wohl im Stalle? — Antw. 32 Pferde und 68 Ochſen.

52) Ein General, der die Avantgarde anführte, erhielt zu ſeiner Dispoſition ein bedeutendes Korps der Armee, welches aus folgenden Waffengattungen beſtand: Die Artilleriſten machten gerade den hundertſten Theil des ganzen Korps aus, und die Jäger zählten 36 Mann mehr, als die dreifache Anzahl der Artilleriſten betrug. Wäre ferner die Kavallerie 280 Mann ſtärker geweſen, ſo würde ſie vier Mal ſo ſtark geweſen ſeyn als das Jägerkorps, und es würden 8 Mann Infanterie auf einen Kavalleriſten gekommen ſeyn, wenn es 12 Infanteriſten mehr geweſen wären. Wie ſtark war die ganze Avantgarde, und wie ſtark jede Waffengattung? — Antw. 10000 Mann war das ganze Korps ſtark, und beſtand aus 100 Artilleriſten, 336 Jägern, 1064 Reitern und 8500 Infanteriſten.

53) A kaufte ein Haus um S Thaler unter der Bedingung, dieſe Kaufſumme in folgenden fünf Raten zu zahlen: Die Summe s nach a Monaten, die Summe s_1 nach b Monaten, die Summe s_2 nach c Monaten, die Summe s_3 nach d Monaten, und den Reſt s_4 nach e Monaten. Wenn er nun ſeine Schuld

$$S = s + s_1 + s_2 + s_3 + s_4$$

auf ein Mal entrichten will, in wie viel Monaten kann dieß geſchehen, ohne daß einer der Intereſſenten dabei zu Schaden kommt? — Antw. Nach $\frac{as + bs_1 + cs_2 + ds_3 + es_4}{s + s_1 + s_2 + s_3 + s_4}$ Monaten.

54) Es kaufte Jemand einen Garten um 3200 fl. unter der Bedingung, 400 fl. nach 1 Monat, 600 fl. nach 2 Monaten, 1000 fl. nach 4 Monaten, und 1200 fl. nach 6 Monaten zu zahlen. Wenn er nun die ganze Summe auf ein Mal zahlen will, nach wie viel Monaten kann er dieß ohne Nachtheil thun? — Antw. Nach 4 Monaten.

55) A hatte von B für 3600 fl. Waare unter der Bedingung gekauft, jene Summe erſt nach 6 Monaten 20 Tagen bezahlen zu dür-

fen. Weil aber B in Verlegenheit kam, ſo zahlte ihm A nach 3 Monaten 800 fl., und nach 6 Monaten 1200 fl. Nach wie viel Monaten war nun A ſchuldig, den Reſt des Kaufſchillings zu zahlen? — Antw. Nach 9 Monaten.

56) A hat an B eine gewiſſe Summe Geldes in folgenden Raten zu zahlen: 4000 fl. nach 5 Monaten, 3 Monat ſpäter 6000 fl., und den Reſt wieder 2 Monate ſpäter. Da nun A wegen Geldmangel den erſten Termin nicht einhalten konnte, ſo kam er mit ihm überein, die ganze Summe nach 8 Monaten und 12 Tagen auf ein Mal zu zahlen, weil dabei keiner der Intereſſenten einen Schaden hatte. Welche Summe mußte nun A an B zahlen, und wie groß wäre das letzte Ratum geweſen? — Antw. A hat an B überhaupt 20000 fl. zu zahlen, und würde er dieſe Summe in den obigen Terminen abbezahlt haben, ſo hätte das letzte Ratum 10000 fl. betragen.

57) Jemand hat an A 3500 fl. zu zahlen, nämlich: 800 fl. nach 3 Monaten, 1200 fl. nach 5 Monaten, und 1500 fl. nach 7 Monaten. Nun wünſcht aber A ſein Kapital in zwei Terminen, und zwar in zwei gleichen Raten zu beziehen, mit der Bedingung, daß beide Termine nur um einen Monat von einander entfernt ſeyn ſollen. Der Schuldner acceptirt dieſen Vorſchlag, und nun frägt es ſich, nach welcher Zeit das erſte Ratum fällig iſt? — Antw. Nach $3\frac{1}{2}$ Monaten.

58) Die Summe s ſoll unter drei Perſonen A, B und C nach Verhältniß ihrer Beiträge vertheilt werden, jedoch ſoll B m Procente und C n Procente mehr als A aus beſondern Rückſichten erhalten. Wenn nun der Beitrag des erſten = a, der des zweiten = b, und der des dritten = c geſetzt wird, wie viel hat jeder nach den angegebenen Beſtimmungen zu fordern?

$$\text{Antw. } A \; \frac{100\,a\,s}{100\,(a+b+c)+bm+cn},$$

$$B \; \frac{b\,(100+m)\,s}{100\,(a+b+c)+bm+cn},$$

$$\text{und } C \; \frac{c\,(100+n)\,s}{100\,(a+b+c)+bm+cn}.$$

59) A hatte in ſeinem Teſtamente alſo verordnet: B ſoll mein ganzes Vermögen erben unter der Bedingung, an C ein Legat von 12000 fl., an D ein Legat von 18000 fl., wenn er keine Kinder hat, und an E ein Legat von 20000 fl., wenn er bei meinem Ableben ſchon großjährig iſt. Nun ſtarb A zu einer Zeit, wo D ſchon einen Sohn

hatte, und E noch minderjährig war. Es fand ſich ferner gegen alle Erwartung nur ein Vermögen von 63820 fl. 30 kr. vor, und der Haupterbe proteſtirte gegen die Exekution des Teſtamentes, indem er ſeine Klage auf die Lex falcidia gründete, nach welcher ihm der vierte Theil der ganzen Verlaſſenſchaft gebührte. Das Gericht ſprach nun folgendes Urtheil: Die Gerichtskoſten und eine kleine Schuld, die ſich ſpäter vorfand, in Summe 2692 fl. 30 kr., ſind von ſämmtlichen Erben gemeinſchaftlich zu tragen, dann nimmt B die quartam falcidiam in Anſpruch, und zahlt den Reſt, d. i. die übrigen $\frac{3}{4}$ der Verlaſſenſchaft an die Legatarien verhältnißmäßig den im Teſtamente feſtgeſetzten Legaten mit der Modifikation hinaus, daß D 2·7 Procent mehr erhält als C, weil er ſchon einen Sohn hat, E aber 1·8 Procent mehr als C, weil er noch minderjährig iſt. Wie viel mußte nun B an C, D und E hinaus zahlen? — Antw. An C 10800 fl., an D 16686 fl., an E 18360 fl., und demnach blieben dem Haupterben B 15282 fl.

60) Vier Kaufleute A, B, C und D traten in Kompagnie, und legten eine gewiſſe Summe Geldes zuſammen; B legte die Hälfte mehr ein als A, C um 1000 fl. weniger als A und B zuſammen, und D 500 fl. über die Hälfte der Summe, welche A, B und C zuſammen eingelegt hatten. Nach einer beſtimmten Zeit wurde der auf 8930 fl. ſich belaufende Gewinnſt vertheilt, und B und C erhielten hiervon 4674 fl. zuſammen. Wie groß waren die einzelnen Einlagen, und wie groß die verhältnißmäßigen Gewinnſte? — Antw. A legte 6400 fl., B 9600 fl., C 15000 fl. und D 16000 fl. ein, und vom Gewinnſte erhielt A 1216 fl., B 1824 fl., C 2850 fl., und D 3040 fl.

61) Ein reicher Mann hatte in ſeinem Teſtamente folgende Anordnung getroffen: Mein Bruder A erhält den dritten Theil der ganzen Verlaſſenſchaft, meine Schweſter B den vierten Theil des Reſtes, mein Neffe C den fünften Theil des Übrigen, und vom Reſte mein Freund D den ſechsten Theil. Das Übrige der ganzen Verlaſſenſchaft aber ſoll an die fünf Lehranſtalten meiner Vaterſtadt ſo vertheilt werden, daß E 1000 fl., F 240 fl. mehr als E, und ſo jede folgende um eben ſo viel mehr als die nächſt vorhergehende erhalte, und weil ſo am Ende noch 440 fl. übrig bleiben, ſo ſollen dieſe dem Armen-Inſtitute übermacht werden. Wie groß war die ganze Verlaſſenſchaft, und wie groß waren die einzelnen Erbtheile? — Antw. Die ganze Verlaſſenſchaft betrug 23520 fl., wovon A 7840 fl., B 3920 fl., C 2352 fl., D 1568 fl., die Lehranſtalt E 1000 fl., F 1240 fl., G 1480 fl.,

H 1720 fl., I 1960 fl, und den Reſt von 440 fl. das Armen-Inſtitut erhielt.

62) Es hat Jemand mit drei Perſonen gewettet, und zwar mit der erſten um $\frac{1}{3}$, mit der zweiten um $\frac{1}{6}$, und mit der dritten um $\frac{1}{5}$ des Geldes, welches er bei ſich trug. Nachdem er die erſte und dritte Wette verloren, die zweite aber gewonnen hatte, ſagte er, er habe gerade 55 Kreuzer verloren. Wie viel Geld hatte er bei ſich? — Antw. 2 fl. 30 kr.

63) Ein junger Maler ſparte ſich eine kleine Summe Geldes zuſammen, und machte ſich damit auf den Weg, um eine Kunſtreiſe zu machen. Dem Kutſcher mußte er bis nach N 12 Thaler zahlen, und vom Reſte ſeiner Baarſchaft verzehrte er 3 Thaler über den ſechsten Theil. Da er ſich nun in N die Hälfte ſeines übrigen Geldes und noch 5 Thaler darüber verdient hatte, fand er, daß ihm dennoch 7 Thaler fehlten, um ſo viel Geld zu haben, als er vom Hauſe mitgenommen hatte. Wie viel Geld hatte der Maler beim Antritt ſeiner Reiſe? Antw. 30 Thaler.

64) Es hatte Jemand in ſeinem Teſtamente verordnet: A ſoll 100 fl. erhalten und die Hälfte vom Reſte; B nehme dann 200 fl. und den dritten Theil des Reſtes, und das übrige gehört dem C, welcher auf dieſe Art 5000 fl. weniger erhielt, als A und B zuſammen. Wie groß war die ganze Erbſchaft, und wie viel erhielt jeder? — Antw. Die ganze Verlaſſenſchaft betrug 14000 fl., wovon A 7050 fl., B 2450 fl. und C 4500 fl. erhielt.

65) Es hatte Jemand ein beträchtliches Kapital zu $5\frac{1}{2}$ pr. Ct. angelegt. Nach 3 Jahren wurde der vierte Theil des Kapitals zurück bezahlt, und der Reſt blieb $2\frac{1}{2}$ Jahre ſtehen. Nach Verlauf dieſer Zeit wurden $\frac{3}{5}$ des rückſtändigen Kapitals abgezahlt, und der Reſt hiervon 4 Jahre ſpäter. Während dieſer ganzen Zeit hatte der Kapitaliſt $33412\frac{1}{2}$ fl. Intereſſen bezogen. Wie groß war das anfängliche Kapital? Antw. 100000 fl.

66) Ein Wirth hatte 3 Fäſſer, nach deren Inhalt ein Viſirmeiſter fragte. Der Wirth antwortete: Fülle ich das erſte Faß aus dem zweiten an, ſo bleibt in dieſem $\frac{1}{5}$ des Inhaltes zurück; fülle ich das zweite aus dem dritten an, ſo bleibt im dritten $\frac{2}{7}$ ſeines Inhaltes zurück. Wollte ich aber die beiden erſten Fäſſer aus dem dritten anfüllen, ſo würden mir noch 40 Maß fehlen. Wie viel Maß hält nun jedes Faß? — Antw. Das erſte 80, das zweite 100, und das dritte 140 Maß.

67) Es hatte Jemand ſeinen Kindern ein gewiſſes Vermögen hinterlaſſen, und in ſeinem Teſtamente feſtgeſetzt, daß das älteſte Kind 200 fl. und den ſechsten Theil des Reſtes bekommen ſoll; hierauf das zweite 400 fl. und noch den ſechsten Theil des Reſtes, dann das dritte 600 fl. und noch den ſechsten Theil des Reſtes, und ſo jedes folgende Kind immer 200 fl. mehr als das unmittelbar vorhergehende, und noch den ſechsten Theil von dem, was dann noch übrig bleibt. Am Ende zeigte ſichs, daß alle Kinder gleich viel erhalten haben. Wie groß war das hinterlaſſene Vermögen, und wie viele Kinder waren da? — Antw. 5000 fl. war das Vermögen, und die Anzahl der Kinder 5.

68) Es fragte Jemand einen Gelehrten, wie viel Beſoldung er jährlich erhalte, und dieſer antwortete: Ich verwende jetzt den zehnten Theil meines Gehaltes auf Bücher, und das Übrige auf meine ordentlichen Ausgaben. Wenn ich aber einſt 200 fl. Zulage erhalten werde, ſo will ich den achten Theil auf Bücher verwenden, weil mir zur Beſtreitung meiner ordentlichen Ausgaben dann gerade ſo viel mehr als jetzt übrig bleiben wird, wie viel mich dann die Bücher koſten werden. Wie groß war der Gehalt des Gelehrten? — Antw. 1000 fl.

69) Ein reicher Edelmann hatte das Glück, eine ſehr große Summe Geldes durch einen Zufall zu gewinnen, und wollte ſeine Dienerſchaft durch ein Geſchenk erfreuen. Er entſchloß ſich, den hundertſten Theil ſeines Gewinnes unter ſie gleich zu vertheilen. Hätte er nun jeder Perſon 600 fl. gegeben, ſo wären ihm 400 fl. übrig geblieben; hätte er aber jeder Perſon 700 fl. zugetheilt, ſo hätte er noch 200 fl. darauf zahlen müſſen. Wie viel hat der Edelmann gewonnen? Wie viel vertheilte er unter ſeine Dienerſchaft? Wie viele Diener hatte er? Wie viel hat jede Perſon erhalten? — Antw. Er gewann 400000 fl, wovon demnach die Dienerſchaft 4000 fl. erhielt. Die Dienerſchaft beſtand aus 6 Perſonen, und jede Perſon erhielt 666 fl 40 kr.

70) Es wird eine dreizifferige dekadiſche Zahl von der Eigenſchaft geſucht, daß die Ziffer der Zehner um 1 größer ſey als die Ziffer der Einſer doppelt genommen; die Ziffer der Hunderte aber ſey der fünfte Theil der um 2 vermehrten Summe der beiden erſten Ziffern; kehrt man endlich die Ordnung der Ziffern um, ſo ſey die ſo erhaltene Zahl um 99 größer als die geſuchte Zahl. Welche iſt dieſe Zahl? — Ant. 394.

71) Man ſuche eine zweizifferige Zahl von der Beſchaffenheit, daß die Summe ihrer Ziffern gleich 12 ſey, und daß die umgekehrte

Zahl durch die verlangte dividirt, 1 zum Quotienten und 18 zum Reſte gebe. Wie heißt dieſe Zahl? — Antw. 57.

72) Man ſoll einen ächten Bruch auffinden, wo die Differenz zwiſchen Nenner und Zähler gleich 10 iſt, und zugleich die Eigenſchaft Statt findet, daß, wenn man den Zähler um 1 vermindert, den Nenner aber um 1 vermehrt, der geſuchte Bruch gleich $\frac{3}{4}$ werde. Wie heißt dieſer Bruch? — Antw. $\frac{37}{47}$.

73) A ſagte zum B: Ich habe eine gewiſſe Summe Geldes in meiner Taſche, welche ſo beſchaffen iſt, daß, wenn ich ſie vier Mal nach einander verdopple, und dir jedes Mal von der erhaltenen Summe 6 fl. gebe, mir am Ende 38 fl. bleiben. Wie viel Geld habe ich nun? Hierauf ſagte B: Ich will das bald wiſſen, aber berechne auch du, wie viel Geld ich in der Taſche habe, wenn ich dir angebe, daß, wenn ich mein Geld ebenfalls vier Mal nach einander verdopple, und dir von der jedes Mal erhaltenen Summe 12 fl. gebe, mir am Ende zwar nichts bleibt, daß ich aber dir dennoch mein Geld für das deine nicht geben möchte, denn ich habe mehr bei mir, wie du. Wie viel Geld hatte nun jeder? — Antw. A 8 fl. und B 11 fl. 15 kr.

74) A wollte gerne ein Haus kaufen, welches er für 43500 fl. erhalten konnte. Zwar hatte er kein Geld, aber 300 Eimer guten alten Wein, den er verkaufen wollte. Der Weinhändler B bot ihm für den Eimer Wein ſo viel, daß A noch 600 fl. mehr als den zehnten Theil des für den ganzen Wein gelöſten Geldes hätte darauf zahlen müſſen, um das Haus kaufen zu können. A ſagte deßhalb zum B, daß er ſeinen Wein nicht anders hergebe, als wenn er ſo viel bekommen würde, daß er damit das Haus bezahlen könne, und ihm überdieß noch der 30ſte Theil des für den Wein gelöſten Geldes übrig bliebe, um damit die nöthigen Änderungen im Hauſe vornehmen zu können. Endlich kamen ſie dahin überein, daß B noch die Hälfte der Differenz zwiſchen dem verlangten und angebotenen Preiſe mehr gab. Wie viel verlangte A für den Eimer Wein? Wie viel hatte B anfangs geboten? Wie theuer hat B den Wein erhalten? Wie viel hatte A über oder unter den Werth des Hauſes erhalten? — Antw. A verlangte 150 fl. für jeden Eimer, B bot anfangs 130 fl., und zahlte am Ende 140 fl. für den Eimer, folglich mußte A noch 1590 fl. darauf zahlen, um das Haus kaufen zu können.

75) Ein Fabrikant hatte einem Kaufmanne verſprochen, zu einer beſtimmten Zeit eine gewiſſe Quantität einer Waare für 1200 fl. und

eine ſehr ſchöne Uhr zu liefern. Nach Verlauf jener Zeit lieferte der Fabrikant $\frac{3}{5}$ der verſprochenen Waare und erhielt dafür die Uhr und 600 fl. Wie theuer wurde die Uhr gerechnet? — Antw. Um 300 fl.

76) A kam in eine Geſellſchaft, wo man um ein hohes Geld ſpielte, und da er kein Geld bei ſich hatte, aber doch ſein Glück verſuchen wollte, ſo bat er ſeinen Freund B um eine gewiſſe Summe Geldes, welche ihm B nur unter der Bedingung lieh, daß er nicht mehr als vier Partien ſpielen dürfe. In der erſten Partie gewann er 48 fl. über das Dreifache ſeines geliehenen Geldes. In der zweiten Partie verlor er die Hälfte ſeiner ganzen Kaſſe; in der dritten Partie gewann er wieder die Hälfte ſeines übrigen Geldes, und in der vierten Partie verlor er abermals $\frac{3}{4}$ des Geldes, welches er vor der Partie hatte. Nun zählte er ſein Geld, und fand, daß er gerade ſo viel hatte, als er zu leihen genommen hatte. Wie viel hatte A vom B erhalten? — Antw. 36 fl.

77) Ein Lieutenant hatte mit einer kleinen Mannſchaft ein kleines Fort zu vertheidigen, mußte jedoch kapituliren, wobei er ſein Wort gab, in 20 Tagen abzuziehen, wenn er bis dahin keinen Entſatz erhalten würde. Früher erhielt jeder Mann der Beſatzung täglich 8 Loth Brot, 6 Loth Mehl, 5 Loth Speck und 1 Seitel Wein, und im Augenblicke der Kapitulation war der Vorrath an Lebensmitteln noch ſo groß, daß er mit dem Brote noch 45 Tage, mit dem Mehle 40 Tage, mit dem Specke 30 Tage und mit dem Weine 60 Tage, denn er hatte noch 12 Eimer davon, hätte ausreichen können. Da er nun dem Feinde nichts zurücklaſſen wollte, machte er die Eintheilung ſo, daß am zwanzigſten Tage nach der Kapitulation der ganze Vorrath aufgezehrt war. Der Lieutenant als Kommandant nahm ſich nur 30 Maß Wein für ſeine Perſon, und den Reſt des Weines ſowohl als alle übrigen Lebensmittel theilte er mit der Beſatzung zu gleichen Theilen. Wie viel erhielt demnach jeder Mann täglich von jeder Gattung der oben angeführten Lebensmittel? Wie ſtark war die Beſatzung? Wie groß war der ganze Vorrath an den obigen Viktualien? — Antw. Jeder Mann der Beſatzung erhielt nun täglich 18 Loth Brot, 12 Loth Mehl, $7\frac{1}{2}$ Loth Speck und 3 Seitel Wein. Die Beſatzung war mit Einſchluß des Kommandanten 30 Mann ſtark, und der Vorrath an Brot betrug $337\frac{1}{2}$ Pf., an Mehl 225 Pf., und an Speck $140\frac{5}{8}$ Pf.

78) Drei Perſonen A, B und C hatten 2200 fl. zuſammengelegt, um damit ein Geſchäft zu unternehmen, und zwar hatte B die

Hälfte mehr eingelegt als A, und da ſie nach einiger Zeit den Gewinnſt im Verhältniſſe ihrer Einlagen vertheilten, erhielt C $\frac{6}{5}$ Mal ſo viel als A und B zuſammen. Der Gewinn hatte die Einlage des A um 65 pr. Ct. überſtiegen. Wie viel hat jeder eingelegt? Wie viel betrug der ganze Gewinn, und wie viel erhielt hiervon jeder der Intereſſenten? — Antw. A hatte 400 fl., B 600 fl., C 1200 fl. eingelegt; der ganze Gewinn betrug 660 fl., wovon A 120 fl., B 180 fl., und C 360 fl. erhielt.

79) Es hatte Jemand ein gewiſſes Kapital auf 3 Poſten ausſtehen. Der erſte Poſten ſtand zu 4 pr. Ct. auf 5 Jahre, der zweite Poſten, welcher 100 fl. über $\frac{2}{3}$ des erſten betrug, lag zu 5 pr. Ct. durch 6 Jahre, und der dritte Poſten, welcher, wenn er nur um 180 fl. größer geweſen wäre, $\frac{4}{5}$ der beiden erſten zuſammen betragen hätte, ſtand zu $4\frac{1}{2}$ pr. Ct. auf 8 Jahre aus. Dieſe drei Poſten kaſſirte er nun ſammt den ganzen rückſtändigen Intereſſen auf ein Mal ein, und erhielt 4650 fl. Wie groß waren alſo die einzelnen Schuldforderungen? — Antw. Die erſte 1200 fl, die zweite 900 und die dritte 1500 fl.

80) A fragte den B, wie alt er ſey, und dieſer antwortete: wenn du mein Alter im vorigen Jahre auf den Kubus erhebſt, und durch das Alter meines Bruders, der um 8 Jahre älter iſt als ich, dividirſt; ſo iſt der Quotient um mein eilffaches Alter kleiner als das um $50\frac{1}{2}$ vermehrte Quadrat meines Alters. Wie alt bin ich und wie alt iſt mein Bruder? — Antw. B war 10 Jahre und A 18 Jahre alt.

81) Ein Wirth hatte einen Kellner für ein gewiſſes Jahrgeld in Dienſt genommen. Nun hatte der Kellner aus einem Faſſe, welches gerade 12 Eimer hielt, fünf Mal nach einander, jedes Mal 6 Maß abgezapft und den Abgang immer mit Waſſer erſetzt. Da ihn der Wirth beim letzten Male ertappte, und der Kellner die Größe ſeines Diebſtahls eingeſtand, ſo ſagte der Wirth: da du heute gerade 4 Monate im Dienſte bei mir biſt und die Maß von dieſem Wein mir 1 fl. 48 kr. koſtet, ſo biſt du gerade für deinen Dienſt bezahlt, und ſomit biſt du entlaſſen. Wie viel Wein hat der Kellner entwendet, und wie viel Lohn hat er jährlich erhalten? — Antw. 29·2593 Maß, und der bedungene Jahreslohn betrug 158 fl.

Anmerkung. Wenn in gleichen Zeiten nicht gleiche Räume von einem bewegten Körper durchlaufen werden, ſo heißt die Bewegung ungleichförmig, im entgegengeſetzten Falle gleichförmig. Die Geſchwindigkeit irgend eines Körpers in irgend einem Augenblicke einer

ungleichförmigen Bewegung wird ausgedrückt durch die Anzahl Fuße, welche er zurücklegen würde, wenn er eine Sekunde hindurch mit der in jenem Augenblicke erlangten Geſchwindigkeit ſich gleichförmig fortbewegen würde.

Die ungleichförmige Bewegung heißt **gleichförmig beſchleunigt** oder **gleichförmig verzögert**, wenn die Geſchwindigkeiten wachſen oder abnehmen wie die Zeiten wachſen.

Die allgemeinen Geſetze für die Bewegung ſind folgende.

A. Bewegt ſich ein Körper gleichförmig, und hat er die Geſchwindigkeit C, d. h. legt er in der Zeiteinheit z. B. C Fuße zurück, ſo legt er in T Zeiteinheiten den Weg $S = CT$ zurück. Eben ſo iſt für einen andern Körper, der die Geſchwindigkeit c hat, $s = ct$, mithin

$S : s = CT : ct$; hieraus folgt
$S ; s = C : c$ für $T = t$,
$S : s = T : t$ für $C = c$, und
$C : c = t : T$ für $S = s$.

Bei der gleichförmigen Bewegung verhalten ſich demnach:

1) Die durchlaufenen Räume wie die Geſchwindigkeiten multiplicirt mit den Zeiten;
2) wie die Geſchwindigkeiten, wenn die Zeiten gleich ſind;
3) wie die Zeiten, wenn die Körper einerlei Geſchwindigkeit haben;
4) wenn die durchlaufenen Räume gleich ſind, ſo ſind die Geſchwindigkeiten den Zeiten umgekehrt proportionirt.

B. Wirkt eine an Stärke ſich gleich bleibende Kraft, wie z. B. die Erdſchwere, ununterbrochen auf einen Körper während der ganzen Dauer ſeiner Bewegung; ſo iſt dieſe Bewegung offenbar eine ungleichförmige, weil ſich die Geſchwindigkeit des Körpers in jedem Augenblicke ändert. Wir wollen hier bloß die gleichförmig beſchleunigte Bewegung betrachten (denn für die gleichförmig verzögerte Bewegung dürfen wir dann die Reſultate nur umkehren), und zwar die Geſetze des freien Falles aufſuchen.

1) Man denke ſich die Zeiteinheit, z. B. eine Sekunde, in n gleiche Theile getheilt, wobei n unendlich groß ſeyn ſoll, und ſtelle ſich vor, daß die Schwere auf den fallenden Körper in jedem ſolchen unendlich kleinen Zeittheilchen von neuem mit derſelben Energie, alſo gleichſam ſtoßweiſe wirkt, ſo daß der Körper in jedem Zeittheilchen ſeine Geſchwindigkeit um den Weg γ vermehrt; ſo legt er in dem

1ſten Zeittheilchen den Weg . . . . . . $= \gamma$ zurück,
2ten » wegen des Zuwachſes γ vermöge der Schwere, den Weg $\gamma + \gamma = 2\gamma$,
3ten » » » » » » $2\gamma + \gamma = 3\gamma$,
4ten » » » » » » $3\gamma + \gamma = 4\gamma$,
. . . . , ...
nten » » » » » » $= n\gamma$,

(n + 1,ten Zeittheilchen wegen des Zuwachſes γ vermöge der Schwere,
den Weg $= (n + 1)\gamma$,

. . . .

2 nten » » » » » » $= 2n\gamma$,

3 nten » » » » » » $= 3n\gamma$,

. . . .

t nten » » » » » » $= tn\gamma$.

Bezeichnet nun s den Fallraum für die Zeit t; ſo iſt

$s = \gamma + 2\gamma + 3\gamma + 4\gamma + .. + ng + .. + (tn-2)\gamma + (tn-1)\gamma + tn\gamma$,

oder

$$s = tn\gamma + (tn-1)\gamma + (tn-2)\gamma + ... + 3\gamma + 2\gamma + \gamma,$$

alſo durch Addition

$2s = (tn+1)\gamma + (tn+1)\gamma + (tn+1)\gamma + ...$

$... + (tn+1)\gamma + (tn+1)\gamma + (tn+1)\gamma$,

wenn man die jedes Mal über einander ſtehenden Glieder zuſammen nimmt.

Da nun dieſe Reihe tn Glieder hat, ſo erhält man $2s = tn(tn+1)\gamma$, alſo

$$s = \frac{tn}{2}(tn+1)\gamma.$$

Eben ſo iſt für die Zeit T der Fallraum

$$S = \frac{Tn}{2}(Tn+1)\gamma,$$

und daher

$$s : S = \frac{tn}{2}(tn+1) . \gamma : \frac{Tn}{2}(Tn+1)\gamma,$$

oder

$$s : S = t(tn+1) : T(Tn+1)$$
$$= t\left(t + \frac{1}{n}\right) : T\left(T + \frac{1}{n}\right),$$

und weil für $n = \infty$ der Bruch $\frac{1}{n} \doteq 0$ iſt,

$$s : S = t^2 : T^2,$$

d. h. die ganzen durchfallenen Räume verhalten ſich wie die Quadrate der entſprechenden Zeiten.

Für $t = 1''$ ſey $s = g$; ſo erhält man

$$g : S = 1 : T^2, \text{ alſo}$$

$$S = gT^2 \text{ und } T = \sqrt{\frac{S}{g}}.$$

2) Bedeutet s_n den Fallraum in n Sekunden, mithin s_{n-1} den Raum, welchen ein Körper in (n — 1) Sekunden durchfällt, ſo iſt

$$s_n - s_{n-1} = gn^2 - g(n-1)^2 = (2n-1)g = c_n$$

der Raum, welchen der fallende Körper in der nten Sekunde durchläuft, oder die Geſchwindigkeit deſſelben in der nten Sekunde.

Setzen wir nun nach und nach $n = 1, 2, 3, \ldots$; ſo erhalten wir $c_1 = g$, $c_2 = 3g$, $c_3 = 5g$, $c_4 = 7g$, $c_5 = 9g$ u. ſ. w., alſo

$$c_1 : c_2 : c_3 : c_4 : c_5 : \ldots = 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : \ldots$$

d. h. die Räume der einzelnen Zeiten wachſen wie die ungeraden Zahlen.

3) Wir haben oben (Nr. 1) den Weg, der im t nten Zeittheilchen, oder in der $t$ten Sekunde zurückgelegt wird, $= n t \gamma$ gefunden; würde nun die Schwere plötzlich aufhören, den Körper zu affiziren, ſo müßte der Köiper mit der bereits erlangten Geſchwindigkeit (der Endgeſchwindigkeit nach t Sekunden) gleichförmig fortgehen, alſo in jedem $n$ten Theilchen der nächſten Sekunde den Weg $n t \gamma$, mithin in n Zeittheilchen oder in einer Sekunde den Weg $c = n \cdot n t \gamma = n^2 t \gamma$ zurücklegen. Eben ſo findet man die Endgeſchwindigkeit nach T Sekunden gleich $C = n^2 T \gamma$, und daher hat man

$$C : c = n^2 T \gamma : n^2 t \gamma = T : t,$$

d. h. die Endgeſchwindigkeiten verhalten ſich wie die Zeiten, oder ſie wachſen wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, ...

Weil für $T = 1$ die Geſchwindigkeit $C = 3g - g = 2g$ wird, ſo iſt

$$2g : c = 1 : t, \text{ alſo } c = 2gt \text{ und } t = \frac{c}{2g}.$$

4) Nach Nr. 1 iſt der Fallraum von t Sekunden $s = gt^2$ gefunden worden, und nach Nr. 3 nach t Sekunden die Endgeſchwindigkeit $c = 2gt$; bewegt ſich nun ein Körper gleichförmig mit der Geſchwindigkeit $c = 2gt$ durch t Sekunden hindurch, ſo iſt der durchlaufene Raum $s' = 2gt \cdot t = 2gt^2$, alſo $s' = 2s$, d. h. wenn ein freifallender Körper mit der Geſchwindigkeit, welche er nach einer beſtimmten Zeit erlangt hat, ſich gleichförmig fortbewegen würde, ſo würde er in einer der Fallzeit gleichen Zeit einen doppelt ſo großen Raum zurücklegen, als der ganze Fallraum ausmacht.

Für Wien iſt $g = 15{\cdot}51509$; aber für Orte, welche eine andere geographiſche Lage haben, iſt der Werth von g auch ein anderer.

82) Wie tief fällt ein freifallender Körper in der 12ten Sekunde, wie tief fällt er in 12 Sekunden überhaupt, und welche Geſchwindigkeit hat er am Ende der 12ten Sekunde erlangt?

83) Wie lange und wie tief muß ein Körper fallen, um eine Geſchwindigkeit von 120 Fuß zu erreichen?

84) Wie hoch und wie lange wird ein Körper ſteigen, der mit einer Geſchwindigkeit von 84 Fuß vertikal in die Höhe geworfen wird?

Dieſe Frage iſt identiſch mit folgenden: Wie tief muß ein Körper fallen, um eine Geſchwindigkeit von 84 Fuß zu erlangen?

85) Eine in vertikaler Richtung abgeſchoſſene Kugel erreichte eine Höhe von 240 Fuß; mit welcher Geſchwindigkeit wurde ſie abgefeuert, und wie lange iſt ſie geſtiegen?

86) Von der höchſten Spitze eines Thurmes, der 72 Wiener Klafter hoch iſt, wird eine Kugel dem freien Falle überlaſſen, und zwei Sekunden ſpäter eine zweite eben ſo große und ſchwere Kugel nachgeworfen, und beide Kugeln erreichen zu gleicher Zeit den Boden. Wie lange fielen beide Kugeln, und mit welcher Geſchwindigkeit wurde die zweite Kugel nachgeworfen?

87) An einem Waſſerbehälter befinden ſich drei Röhren A, B, C; A und B führen das Waſſer zu, und aus C fließt es ab. A füllt den Behälter in a Stunden, B in b Stunden, und C leert ihn in c Stunden. Wenn nun alle drei Röhren zugleich geöffnet werden, in welcher Zeit füllt ſich der leere Behälter, oder leert ſich der volle?

88) A unternahm ein Geſchäft, zu welchem er ſeinen Freund B und ſeinen Bruder C einige Zeit ſpäter als Geſellſchafter nahm. B hatte 1200 fl. mehr eingelegt als A, und C 600 fl. weniger als A. Nachdem das Geſchäft ſeit ſeinem Beginnen 6 Jahre gewährt hatte, zeigte ſich ein reiner Gewinn von 7200 fl., und die eingelegten Kapitalien hatten auf dieſe Art $11\frac{1}{9}\,\%$ jährlich getragen. Bei der Theilung erhielt A 400 fl. mehr als B, und C 400 fl. weniger als B. Wie viel hatte jeder der Geſellſchafter eingelegt, wie lange war B und wie lange C in Kompagnie mit A?

89) Karl, ein vortrefflicher Rechner, ſagte ſeinem Freunde am 6. Jän. 1833: Heute iſt meines Vaters Geburtstag, und ich habe für ihn hier eine Rechnung gemacht, welche mir das ſonderbare Reſultat gibt, daß in dieſem Jahre das Alter meines Großvaters, das meiner Großmutter, meines Vaters, meiner Mutter, mein eigenes Alter, das meines Bruders und das meiner Schweſter lauter abſolute Primzahlen ſind. Vater und Mutter zählen zuſammen gerade 100 Jahre, und die Anzahl Jahre aller Familienglieder mit und ohne Großältern iſt wieder eine Primzahl, welche letztere der größte einfache Diviſor iſt von einer Zahl, welche die Differenz zwiſchen dem Nenner und Zähler eines Näherungsbruches von einem Kettenbruche darſtellt, bei welchem die Nenner der auf einander folgenden Glieder die abſoluten Primzahlen 1, 2, 3, 5, ... in ihrer natürlichen Ordnung ſind, der andere Faktor jener Differenz

iſt die ſo vielſte Potenz von 2, als der Index jenes reduzirten Werthes anzeigt. Sonderbar genug, die Zahlen, welche das Alter meiner Schweſter, meines Bruders und mein eigenes Alter ausdrücken, ſind die Nenner dreier auf einander folgender Glieder jenes Kettenbruches, und zwar entſpricht mein Alter dem oben genannten reduzirten Werthe als Nenner in der Kette, und das Alter meiner Schweſter iſt der Zeiger dieſes reduzirten Werthes. Mein Vater, der um 6 Jahre älter iſt als meine Mutter, wurde ein Jahr ſpäter geboren, als mein Großvater geheirathet hatte, und merkwürdig hiebei iſt, daß das Alter meines Großvaters der größte einfache Faktor von der Zahl iſt, welche das Geburtsjahr meines Vaters angibt, und daß die Zahl, welche das Geburtsjahr meiner Mutter bezeichnet, das jetzige Alter meiner Mutter und das Alter meiner Großmutter, welches dieſe als Braut hatte, als die beiden größten einfachen Faktoren enthält.

Wie alt war jedes Mitglied dieſer Familie Primzahl im Jahre 1833, und wann wurde jedes derſelben geboren?

90) A und B erbten eine gewiſſe Summe Geldes, und jeder unternahm für ſich ein Geſchäft mit ſeinem Antheile. Dem A trug ſein Kapital 5%, dem B aber 6%. Beide kaſſirten ihr Kapital ſammt Intereſſen am 14. Dezember 1832 ein, und erhielten zuſammen gerade ſo viel, als die Summe aller jener Jahreszahlen des 19ten Jahrhunderts, welche abſolute Primzahlen ſind, anzeigt. Der Antheil des A an der Erbſchaft betrug ſo viel, als die Summe der ungeraden Jahreszahlen im 19ten Jahrhundert, deren kleinſter Faktor 31 iſt, und der Antheil des B ſo viel, als die ungeraden Jahreszahlen deſſelben Jahrhunderts, deren kleinſter Faktor 17 iſt. Wie viel hat jeder von ihnen geerbt? Wie viel hat jeder am Ende an Kapital und Intereſſen erhalten? Wie lange waren die Kapitalien angelegt? An welchem Tage und in welchem Jahre haben ſie ihre Kapitalien angelegt?

b) Auflöſung der Gleichungen mit mehreren Unbekannten. (§. 213—219 der Alg.)

1) Gl. $\left\{\begin{matrix} x + y = s \\ x - y = d \end{matrix}\right\}.$

Aufl. $x = \frac{s+d}{2} = \frac{s}{2} + \frac{d}{2}$, $y = \frac{s-d}{2} = \frac{s}{2} - \frac{d}{2}$.

2) Gl. $\left\{\begin{matrix} ax + by = c \\ \alpha x + \beta y = \gamma \end{matrix}\right\}.$

Aufl. $x = \frac{b\gamma - c\beta}{\alpha b - a\beta} = \frac{c\beta - b\gamma}{a\beta - \alpha b}$,

$y = \frac{c\alpha - a\gamma}{\alpha b - a\beta} = \frac{a\gamma - c\alpha}{a\beta - \alpha b}$.

3) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{c}{xy} \\ \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{y} = \frac{\gamma}{xy} \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = \frac{c\alpha - a\gamma}{\alpha b - a\beta}$, $y = \frac{c\beta - b\gamma}{a\beta - \alpha b}$,

4) Gl. $\left\{\begin{array}{l} 3x + 5y = 21 \\ 7x + 4y = 26 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 2$, $y = 3$.

5) Gl. $\left\{\begin{array}{l} 3x + 7y = 2 \\ 6x + 9y = 24 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 10$, $y = -4$.

6) Gl. $\left\{\begin{array}{l} 7x + 3y = 78 \\ 7x - 6y = 33 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 9$, $y = 5$.

7) Gl. $\left\{\begin{array}{l} 5x - \frac{1}{2}y = 52 \\ 6y - \frac{1}{3}x = 92 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 12$, $y = 16$.

8) Gl. $\left\{\begin{array}{l} x + y = 4 \\ 3x - 2y = \frac{11}{3} \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 2\frac{1}{3}$, $y = 1\frac{2}{3}$.

9) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{4}x - \frac{5}{6}y = \frac{47}{80} \\ 3\frac{4}{5}x + 2\frac{7}{10}y = 5\frac{229}{400} \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = \frac{6}{5}$, $y = \frac{3}{8}$,

10) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{ax}{m} + \frac{by}{n} = c - \frac{1}{a} \\ \frac{mx}{a} - \frac{ny}{b} = d + \frac{b}{m} \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = \frac{mn^2(ac - 1) + ab^2(dm + b)}{a^2n^4 + b^2m^2}$,

$y = \frac{bn[m^3(ac - 1) - a^3(dm + b)]}{am(b^2m^2 + a^2n^2)}$,

11) Gl. $\left\{\begin{array}{l} bcx + 2b = cy \\ b^2 y - \frac{2b^3}{c} = c^3 x - \frac{a}{bc}(c^3 - b^3) \end{array}\right\}.$

Aufl. $x = \frac{a}{bc}$, $y = \frac{a + 2b}{c}$.

12) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{3mx}{2n} - \frac{5y}{2m} + n = \frac{3x}{2m} + 4m - \frac{5my}{2n} \\ m^2x - m^2n + (a+m+n)ny = \frac{amn^2}{m+n} + n^2x + 2mn^2 \end{array}\right\}.$

Aufl. $x = \frac{mn}{m-n}$, $y = \frac{mn}{m+n}$.

13) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{a}{m + px} = \frac{b}{n - py} \\ \frac{ax}{my} - c = b - \frac{x}{y} \end{array}\right\}.$

Aufl. $x = \frac{pm(b+c)[bm(b+c) + a(a+m)]}{(a+m)^2(an - bm)}$,

$y = \frac{p[bm(b+c) + a(a+m)]}{(a+m)(an - bm)}$.

14) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{x-y}{\sqrt{x+y}} - \frac{1}{4}\sqrt{x+y} = \frac{3(x-5)}{2\sqrt{x+y}} + \frac{1}{6}\sqrt{x+y} \\ \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{x\sqrt{x+y}\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} - \frac{y}{\sqrt{x}} \\ \qquad = \sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{x}{\sqrt{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} \end{array}\right\}.$

Aufl. $x = 2$, $y = 4$.

15) Gl. $\left\{\begin{array}{l} a_1 x + a_2 y + a_3 z = a_4 \\ b_1 x + b_2 y + b_3 z = b_4 \\ c_1 x + c_2 y + c_5 z = c_4 \end{array}\right\}.$

Aufl. $x = \frac{a_4(b_2 c_3 - b_3 c_2) + b_4(a_3 c_2 - a_2 c_3) + c_4(a_2 b_3 - a_3 b_2)}{a_1(b_2 c_3 - b_3 c_2) + b_1(a_3 c_2 - a_2 c_3) + c_1(a_2 b_3 - a_3 b_2)}$

$y = \frac{a_4(b_3 c_1 - b_1 c_3) + b_4(a_1 c_3 - a_3 c_1) + c_4(a_3 b_1 - a_1 b_3)}{a_1(b_2 c_3 - b_3 c_2) + b_1(a_3 c_2 - a_2 c_3) + c_1(a_2 b_3 - a_3 b_2)}$

$z = \frac{a_4(b_1 c_2 - b_2 c_1) + b_4(a_2 c_1 - a_1 c_2) + c_4(a_1 b_2 - a_2 b_1)}{a_1(b_2 c_3 - b_3 c_2) + b_1(a_3 c_2 - a_2 c_3) + c_1(a_2 b_3 - a_3 b_2)}$

16) Gl. $\left\{\begin{array}{l} a_1 x + a_2 y + a_3 z = a_4 \\ b_1 x + b_2 y + b_3 z = b_4 \\ c_1 x + c_2 y \qquad\; = c_4 \end{array}\right\}.$

Aufl. $x = \frac{c_2 (a_3 b_4 - a_4 b_3) + c_4 (a_2 b_3 - a_3 b_2)}{c_2 (a_3 b_1 - a_1 b_3) + c_1 (a_2 b_3 - a_3 b_2)}$,

$y = \frac{c_1 (a_4 b_3 - a_4 b_3) + c_4 (a_3 b_1 - a_1 b_3)}{c_2 (a_3 b_1 - a_1 b_3) + c_1 (a_2 b_3 - a_3 b_2)}$,

$z = \frac{a_4 (b_1 c_2 - b_2 c_1) + b_4 (a_2 c_1 - a_1 c_2) + c_4 (a_1 b_2 - a_2 b_1)}{c_2 (a_3 b_1 - a_1 b_3) + c_1 (a_2 b_3 - a_3 b_2)}$.

17) Gl. $\left\{\begin{array}{l} a_1 x + a_2 y + a_3 z = a_4 \\ b_1 x + b_2 y \qquad\quad = b_4 \\ c_1 x + c_2 y \qquad\quad = c_4 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = \frac{a_4 b_2 c_3 - a_2 b_4 c_3 - a_3 b_2 c_4}{a_1 b_2 c_3 - a_2 b_1 c_3 - a_3 b_2 c_1}$,

$y = \frac{c_3 (a_1 b_4 - a_4 b_1) + a_3 (b_1 c_4 - b_4 c_4)}{a_1 b_2 c_3 - a_2 b_1 c_3 - a_3 b_2 c_1}$,

$z = \frac{c_1 (a_2 b_4 - a_4 b_2) + c_4 (a_1 b_2 - a_2 b_1)}{a_1 b_2 c_3 - a_2 b_1 c_3 - a_3 b_2 c_1}$.

18) Gl. $\left\{\begin{array}{l} a_1 x + a_2 y = a_3 \\ b_1 x + b_2 z = b_3 \\ c_1 y + c_2 z = c_3 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = \frac{a_3 b_2 c_1 - a_2 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_2}{a_2 b_1 c_2 + a_1 b_2 c_1}$,

$y = \frac{a_3 b_1 c_2 - a_1 b_3 c_2 + a_1 b_2 c_3}{a_2 b_1 c_2 + a_1 b_2 c_1}$,

$z = \frac{a_2 b_1 c_3 - a_3 b_1 c_2 + a_1 b_3 c_1}{a_2 b_1 c_2 + a_1 b_2 c_1}$.

19) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = b \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = c \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = \frac{2}{a + b - c}$, $y = \frac{2}{a - b + c}$, $z = \frac{2}{b + c - a}$.

20) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} - \frac{6}{z} = 3 \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{y} + \frac{2}{z} = \frac{1}{6} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{2y} + \frac{1}{4z} = 2\frac{5}{6} \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$.

21) Gl. $\left\{\begin{array}{l} 3x + 2y + 5z = 38 \\ 5x - 3y + 10z = 59 \\ 20x + 11y - 15z = 7 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 3$, $y = 2$, $z = 5$.

22) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 6 \\ \frac{3x}{4} - \frac{5y}{8} + \frac{11z}{12} = 8 \\ \frac{7x}{10} + \frac{9y}{16} - \frac{13z}{20} = 7\frac{3}{5} \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 10$, $y = 8$, $z = 6$.

23) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{3x}{8} + \frac{7y}{15} = 46 \\ 2x - \frac{3z}{5} = 72 \\ \frac{y}{2} - \frac{3z}{8} = 15 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 48$, $y = 60$, $z = 40$.

24) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{5x + 7y}{x + y} = 6 \\ \frac{3(z - x)}{x - y + z} = 1 \\ \frac{2x + 3y - z}{\frac{1}{2}x + 3} = 4 \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 8$, $y = 8$, $z = 12$.

25) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{x + y}{xy} \\ \frac{x^2}{z}(x - 2) - 2(x + z) = z^2 \\ 2z - x = \frac{1}{4}y \end{array}\right\}$.

Aufl. $x = 5$, $y = 4$, $z = 3$.

26) Gl. $\left\{\begin{array}{l} 2x - 2y + z = 24 \\ \dfrac{3(x+z)}{5yz} - \dfrac{1}{15z} + \dfrac{4z-y}{15xy} = \dfrac{x+z}{5xz} + \dfrac{x}{3yz} + \dfrac{1}{15y} \\ \dfrac{6(x^3-y^3)}{xy(x-z)} + \dfrac{2(x+y)}{y} - \dfrac{x}{2y} - \dfrac{x}{2(x-z)} \\ \qquad = \dfrac{x+y}{2x} - \dfrac{2y}{x} + \dfrac{y}{2x}\left(\dfrac{x+y}{x-z}\right) \end{array}\right\}.$

Aufl. $x = 17$, $y = 15$, $z = 20$.

27) Gl. $\left\{\begin{array}{l} w + x + y + z = 7 \\ w - x + 2y - z = 6 \\ 3w + 3x - 2y + z = 5 \\ -6w + 5x + 3y - z = 4 \end{array}\right\}.$

Aufl. $w = 2$, $x = \frac{3}{2}$, $y = 3$, $z = \frac{1}{2}$.

28) Gl. $\left\{\begin{array}{l} v + w + x + y = 8 \\ v + w + x + z = 2 \\ v + w + y + z = 1 \\ v + x + y + z = 9 \\ w + x + y + z = 4 \end{array}\right\}.$

Aufl. $v = 2$, $w = -3$, $x = 5$, $y = 4$, $z = -2$.

29) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{w}{10} + \dfrac{x}{4} - \dfrac{y}{3} = 12 \\ \dfrac{w}{4} + \dfrac{y}{9} - \dfrac{z}{6} = 18 \\ \dfrac{w}{50} - \dfrac{x}{4} + \dfrac{z}{12} = 1 \\ \dfrac{x}{5} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{16} = 10 \end{array}\right\}.$

Aufl. $w = 100$, $x = 20$, $y = 9$, $z = 48$.

30) Gl. $\left\{\begin{array}{l} t + u + v + w + x + y + z = 56 \\ 6u - 3x + z = 14 \\ 3u - 5v + 6w + y + z = 22 \\ 7t + 3x = 36 \\ 5t + 10u - 3x + 3z = 71 \\ t - u + v - w + x - y + z = 14 \\ 2u + 3v + 4w + x + y - 2z = 42 \end{array}\right\}.$

Aufl. $t = 3$, $u = 2$, $v = 10$, $w = 6$, $x = 5$, $y = 13$, $z = 17$.

31) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{xy}{5x + 4y} = 6 \\ \dfrac{xz}{3x + 2z} = 8 \\ \dfrac{yz}{3y + 5z} = 6 \end{array}\right\}.$

Aufl. $x = 48$, $y = 60$, $z = 36$.

32) Gl. $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{w} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 4\tfrac{7}{10} \\ \dfrac{2}{w} + \dfrac{3}{x} + \dfrac{3}{y} + \dfrac{5}{z} = 15 \\ \dfrac{5}{w} - \dfrac{2}{x} + \dfrac{10}{z} = 18\tfrac{1}{6} \\ \dfrac{15}{2x} + \dfrac{9}{4y} - \dfrac{10}{3z} = 4 \end{array}\right\}.$

Aufl. $w = \frac{2}{3}$, $x = 1\frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{4}$, $z = \frac{5}{6}$.

33) Gl. $\left\{\begin{array}{l} w + v : u = 3 : 4 \\ \dfrac{2x + 3z}{u + v} = 3\tfrac{3}{4} \\ x^2 : y^2 = 576 : 1 \\ (2w + z) - \dfrac{v(v + 2w)}{z} : \left(1 + \dfrac{v}{w}\right)^2 = 3w^2 : z \\ (z + y) : [z(z - 1) - y(y + 1)] = 8 : 147 \\ 4\left(1 - \dfrac{y}{x}\right) : \left(\dfrac{1 - 4w}{w} + \dfrac{4y + 1}{x}\right) = \dfrac{7x + 10}{2x} \\ \qquad : \left(\dfrac{2 - 7w}{2w} - \dfrac{4}{x}\right) \end{array}\right\}.$

Aufl. $u = 16$, $v = 8$, $w = 4$, $x = 15$, $y = \frac{5}{8}$, $z = 20$.

34) Gl. $\left\{\begin{array}{l} 1)\ (\sqrt{w} + \sqrt{y}) : \sqrt{\left(\dfrac{x}{10}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\sqrt{wy}} = 2 : 1 \\ 2)\ 2\sqrt{x} : (1 + \sqrt{x}) = x : (2w - 3) \\ 3)\ x + y + z = 5w \\ 4)\ x - y = w \end{array}\right\}.$

35) Gl. $\left\{\begin{array}{l} 1)\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 5 \\ 2)\ \frac{w}{3} + \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 2 \\ 3)\ 5w + 5x + 5z = 15 \\ 4)\ \frac{4}{5}w + \frac{4}{5}y + \frac{4}{5}z = 16 \end{array}\right\}.$

Aufgaben, deren Auflöſungen auf Gleichungen mit mehreren Unbekannten führen.

1) Man ſoll zwei Zahlen ſuchen, deren Summe 72, und deren Unterſchied 28 iſt. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 50 und 22.

2) Zwei Mauleſel tragen zuſammen eine gewiſſe Laſt. Der Führer antwortete einem Neugierigen auf ſeine Frage, wie groß die ganze Laſt ſey? Folgendes: Die Laſt des erſten verhält ſich zur Laſt des zweiten wie 5 : 4; hätte aber der erſte ſo viel Pfunde über einen Zentner als der zweite darunter hat, ſo müßte das arme Thier noch ein Mal ſo viel tragen, als das andere dann zu tragen hätte. Wie viel Pfunde trug jeder Eſel? — Antw. Der erſte 100 Pf., der zweite 80.

3) Wie alt ſind Sie, lieber Jüngling? fragte ein Fremder, und erhielt zur Antwort: Vor 10 Jahren war mein Vater ſechs Mal ſo alt als ich war, und in 10 Jahren wird er gerade noch ein Mal ſo alt ſeyn, als ich ſeyn werde. Wie alt bin ich nun, und wie alt iſt mein Vater? — Antw. Der Jüngling 15 Jahre und der Vater 40.

4) Wie viel Flüſſigkeit iſt in dieſen beiden Gefäßen? fragte A den B, worauf dieſer antwortete: Fülle ich aus dem erſten Gefäße 12 Maß in das zweite, ſo enthalten beide gleich viel; dividire ich aber den ſiebenfachen Inhalt des erſten durch den Inhalt des zweiten, ſo finde ich gerade 9 zum Quotienten. Wie viel Maß ſind alſo in jedem Gefäße? — Antw. Im erſten 108 Maß, und im zweiten 84.

5) A vermachte ſeinen beiden Neffen ſeine ganze Baarſchaft, welche nur 700 Thaler betrug, mit folgender Beſtimmung: Die Antheile ſollen ſich verhalten wie die Quadrate der Zahlen 4 und 3, und zwar ſoll der ältere den größern Theil erhalten. Wie viel hat jeder von ihnen erhalten? — Ant. Der ältere 448, und der jüngere 252 Thaler.

6) A ſagt zu B, gib mir ſo viel Groſchen von deinem Gelde als ich Gulden habe, ſo habe ich fünf Mal ſo viel Geld als du. Nein, ſagt B zu A, gib du mir lieber ſo viele Sechſer als ich Gulden habe

und noch 86 fl. darüber, ſo habe ich gerade ſo viel wie du. Wie viel hat jeder? — Antw. A 250 fl., B 65 fl.

7) Es werden zwei Zahlen von folgender Beſchaffenheit geſucht: wenn man ihre Summe durch ihre Differenz dividirt, ſo ſoll der Quotient 12, der Reſt aber 1 ſeyn; die Differenz ihrer Quadrate aber ſoll das Dreifache ihrer Summe ſeyn. Welche Zahlen ſind es? — Antw. Die erſte iſt 20, die zweite 17.

8) Man ſoll zwei Zahlen von folgender Beſchaffenheit ſuchen: Der Würfel ihrer Differenz verhalte ſich zum Unterſchiede ihrer Würfel wie die Quadrate der Zahlen 2 und 7, das Siebenfache der erſten Zahl aber ſey um 1 kleiner als das Zwölffache der zweiten. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 5 und 3.

9) Ein Krämer hatte in der Stadt Zucker und Kaffee gekauft, und als ihn ſein Sohn um das Quantum jeder dieſer Waaren fragte, antwortete er ihm: $\frac{2}{5}$ vom Zucker wiegen 10 Pfund mehr als die Hälfte des Kaffees; hätte ich aber 10 Pfund Kaffee mehr gekauft, ſo würde dieſer gerade $\frac{2}{3}$mal ſo viel wiegen als der Zucker. Da du nun ein guter Rechenmeiſter biſt, ſo wirſt du mir ſchnell ſagen können, wie viel Pfund ich von jeder Waare gekauft habe? — Antw. 40 Pfund Kaffee und 75 Pfund Zucker.

10) A hatte zwei Uhren, deren Werth er auf folgende Weiſe angab. Gebe ich dieſes Petſchaft, deſſen Werth 24 Dukaten beträgt, zur erſten Uhr, ſo iſt dieſe noch ein Mal ſo viel werth als die andere; gebe ich aber jenes Petſchaft zur zweiten Uhr, ſo iſt letztere $\frac{1}{4}$ mehr werth als erſtere. Wie viel war jede Uhr werth? — Antw. Die erſte 48, die zweite 36 Dukaten.

11) Ein Student blieb in den Ferien einige Tage bei einem Pfarrer auf dem Lande, welcher ſeinen jungen Klienten immer ſehr angenehm und nützlich zu beſchäftigen ſuchte. Eines Tages führte der Pfarrer den Jüngling in ſeinen Garten zu einem Baſſin, der nach des Pfarrers Angabe gerade 224 Eimer Flüſſiges aufnehmen konnte, und gerade abgelaſſen war, und ſagte zu ihm: Sie ſehen hier in dieſem Becken 2 Röhren von einerlei Durchmeſſer, aus welchen das Waſſer aber mit verſchiedener Geſchwindigkeit ausſtrömt. Unterſuchen Sie mir nun, in wie viel Zeit jede Röhre allein, und in wie viel Zeit beide Röhren zuſammen das Becken füllen; endlich beſtimmen Sie mir das Verhältniß der Geſchwindigkeiten, mit welchen aus beiden Röhren das Waſſer ausſtrömt. Nun ſtellte der Jüngling einige Ver-

ſuche an, und fand, daß das Becken genau gefüllt werde, wenn die eine Röhre 10 Stunden, die andere aber 13 Stunden geöffnet bleibt. Bei andern Verſuchen aber fand er, daß wenn die erſte Röhre 12 Stunden lang geöffnet bleibt, die zweite genau 10 Stunden geöffnet bleiben müſſe, um den Behälter ganz anzufüllen. Welche Reſultate wird demnach der Student gefunden haben? — Antw. Aus der erſten Röhre ſtrömen in jeder Stunde 12 Eimer Waſſer, aus der zweiten in jeder Stunde 8 Eimer, demnach müſſen beide Röhren zugleich 11 Stunden 12 Minuten geöffnet bleiben, um den Behälter ganz anzufüllen, die erſte Röhre allein 18 Stunden 40 Minuten, die zweite allein aber 28 Stunden, folglich verhält ſich die Geſchwindigkeit der erſten Röhre zu der Geſchwindigkeit der zweiten Röhre wie 3 : 2.

12) Wie alt ſind Sie, mein Freund? fragte A den B; dieſer verſetzte: Mein Alter und das meines Bruders C zuſammen iſt gerade um die Hälfte des Alters, welches ich in 8 Jahren haben werde, kleiner als 100. Die Differenz zwiſchen meinem dreifachen Alter und dem doppelten Alter meines Bruders aber iſt nur um 10 größer als die Hälfte des Alters von uns beiden zuſammen. Wie alt war jeder? — Antw. B 40 und C 36 Jahre.

13) A hatte ſeit dem 24. Februar 1820 in einer Fabrik um den täglichen Lohn von 2 fl. 30 kr. mehrere Tage gearbeitet. Einige Tage ſpäter trat B in derſelben Fabrik als Arbeiter ein, erhielt aber täglich 3 fl. Lohn. Nach einiger Zeit entſtand zwiſchen A und B ein Streit, und beide wurden zugleich fortgeſchickt, nachdem ſie ihren Lohn in Summe 98 fl. erhalten hatten. Als ſie dieſe Summe theilten, ſprach B: wenn ich ſo lange gearbeitet hätte als du, und du ſo lange als ich, ſo würde ich um $\frac{5}{12}$ meines jetzigen Antheiles mehr erhalten als du. Wie viel Tage hat jeder derſelben gearbeitet, und in welchem Monate und an welchem Tage wurden beide ihres Dienſtes entlaſſen? — Antw. A 20 Tage, B 16 Tage, und beide wurden am 14. März nach den gewöhnlichen Arbeitsſtunden entlaſſen.

14) Man ſoll eine zweizifferige dekadiſche Zahl von folgender Beſchaffenheit finden. Kehrt man die Ordnung der Ziffern um, und dividirt durch die ſo erhaltene Zahl die verlangte Zahl, ſo erhält man 1 zum Quotienten und 9 zum Reſte; dividirt man aber die geſuchte Zahl durch die Summe ihrer Ziffern, ſo erhält man 5 zum Quotienten und 11 zum Reſte. Welche iſt die Zahl? — Antw. 76.

15) Man ſoll einen Bruch finden, der ſo beſchaffen iſt, daß

er, wenn man den Nenner um 1 vermehrt, in $\frac{1}{2}$ übergehe, aber wenn man Zähler und Nenner um 7 vermindert, ſich in $\frac{3}{7}$ verwandle. Welcher iſt dieſer Bruch? — Antw. $\frac{25}{49}$.

16) Es wird ein Bruch geſucht, der ſo beſchaffen iſt, daß, wenn man den Zähler um 1 vermehrt und den Nenner um 1 vermindert, $\frac{7}{8}$ erhalten werde, daß er ſich aber in $\frac{7}{9}$ verwandle, wenn man den Zähler um 6 vermindert, und den Nenner um 1 vermehrt. Wie heißt dieſer Bruch? — Antw. $\frac{76}{89}$.

17) Ein Fleiſchhauer hatte von einem Ökonomen eine große Quantität Schafe und Schweine gekauft, welche er in 2 gleichen Abtheilungen bezog. Jedes Schaf bezahlte er bei der erſten Lieferung mit 7 Thaler, und jedes Schwein mit 5 Thaler, und ſo mußte er bei dieſer Lieferung 596 Thaler bezahlen. Bei der zweiten Lieferung bezahlte er jedes Schaf um einen Thaler theurer, jedes Schwein aber um einen Thaler wohlfeiler, und demnach mußte er bei der zweiten Lieferung um 4 Thaler weniger zahlen, als bei der erſten. Wie viel Schafe und wie viel Schweine hat er gekauft? — Antw. 96 Schafe und 104 Schweine, alſo beſtand jede Lieferung aus 48 Schafen und 52 Schweinen

18) Auf einem Fruchtſpeicher lagen 88 Metzen Korn und 73 Metzen Weitzen vorräthig, welche licitando verkauft wurden. A, der jene Quantität Getreide um 673 fl. erſtanden hatte, trat an B 48 Metzen Korn und 43 Metzen Weitzen um den Licitationspreis ab, und deßhalb mußte B 383 fl. zahlen. Wie theuer wurde der Metzen Korn und wie theuer der Metzen Weitzen gekauft? — Antw. Der Metzen Korn um 3 fl. 30 kr., der Metzen Weitzen um 5 fl.

19) Drei Perſonen A, B und C legten eine gewiſſe Summe Geldes zuſammen, womit ſie eine gewiſſe Summe gewannen, von welcher C 485 fl. erhielt. Wenn nun C $\frac{5}{7}$mal ſo viel einlegte als A und B zuſammen, wenn ſich ferner die Einlage des A und B zu ihrem Gewinne verhält wie 160 : 97, und B vom Gewinne $\frac{1}{3}$ mehr erhielt als A, ſo fragt ſich nun, wie viel hat jeder eingelegt, wie groß war der ganze Gewinn? wie viel gebührte hiervon jedem der Intereſſenten? — Antw. A legte 480 fl. ein, B 640 fl., C 800 fl.; der gemeinſchaftliche Gewinn betrug 1164 fl., wovon A 291 fl., B 388 fl., und C 485 fl. erhielt.

20) Vier Kaufleute A, B, C und D traten in Kompagnie, und gewannen mit ihrer Einlage 30 Procent. Der C hatte $\frac{3}{7}$ der Einlage

des B mehr eingelegt als A, D aber $\frac{9}{20}$ Mal ſo viel als die drei erſtern zuſammen. Als ſie ihren Gewinn vertheilten, zeigte ſich, daß A und C zuſammen 312 Thaler, B und D aber zuſammen 384 Thaler vom gemeinſchaftlichen Gewinn erhielten. Wie viel hat nun jeder eingelegt, wie viel hat jeder gewonnen, und wie groß war der ganze Gewinn? — Antw. A legte 400 Thaler ein, B 560 Thaler, C 640 Thaler, und D 720 Thaler, ferner gewann A 120 Thaler, B 168, C 192 und D 216 Thaler, und der ganze Gewinn betrug demnach 696 Thaler.

21) Es hatte Jemand 2 Fäſſer, und in jedem derſelben war eine gewiſſe Quantität Wein. Damit in jedes Faß gleich viel kommen ſollte, gießt er aus dem erſten Faſſe ſo viel in das zweite, als ſchon darin war; hierauf gießt er wieder aus dem zweiten Faſſe in das erſte ſo viel, als noch darin war. Am Ende befinden ſich in jedem Faſſe 32 Maß. Wie viel Maß waren anfangs darin? — Antw. Im erſten 40, im zweiten 24 Maß.

22) Drei Perſonen A, B und C erhalten zuſammen 96 fl. zum Geſchenke, wovon ſich jeder einen Theil nahm. Da aber A mehr genommen hatte, als die übrigen zuſammen hatten, ſo gab er einem jeden ſo viel, als er ſchon hatte, wodurch B am meiſten erhielt. Deßhalb gab nun B dem A und C ſo viel, als jeder ſchon hatte, und ſo erhielt C am meiſten. Endlich gab auch C jedem der beiden erſtern ſo viel, als er ſchon hatte, und nun zeigte ſich's, daß ſie alle drei gleich viel hatten. Wie viel hatte ſich jeder anfangs genommen? — Antw. A 52 fl., B 28 fl. und C 16 fl.

23) Ein Mann, der nur Seitenverwandte hatte, machte folgendes Teſtament: Die Geſchenke, die ich meinen 17 Verwandten in männlicher und weiblicher Linie bei Lebszeiten machte, ſollen zur Verlaſſenſchaft gerechnet werden, und dann ſoll dieſe ganze Maſſe, die durch die Geſchenke um $\frac{1}{4}$ vermehrt wird, ſo getheilt werden, daß die männliche Linie ein Drittel mehr bekommt als die weibliche. Da nun auf dieſe Art jeder Erbe in männlicher Linie $7314\frac{2}{7}$ fl., und jeder Erbe in weiblicher Linie 3840 fl. erhalten hatte, ſo zeigte ſich's, daß jeder Erbe gerade ſo viel erhalten habe, als wenn die Geſchenke nicht zur Verlaſſenſchaft geſchlagen, ſondern dieſe letztere unter beide Linien zu zwei gleichen Theilen vertheilt worden wäre. Wie groß war die ganze Verlaſſenſchaftsmaſſe? Wie viel hatte jede Linie vom Erblaſſer bei ſeinem Leben zum Geſchenke erhalten? Wie groß war die Erbſchaft, die Donationen nicht mitgerechnet? Wie viel Erben waren in jeder Linie?

Wie viel erhielt jeder noch nach des Erblaſſers Tode? — Antw. Die ganze Verlaſſenſchaftsmaſſe (einſchlüſſig der Geſchenke) betrug 89600 fl., die Erbſchaft (ohne Geſchenke gerechnet) 71680 fl., die Geſchenke 17920 fl. In männlicher Linie waren 7 Erben, in weiblicher 10. Jeder Erbe in männlicher Linie hatte früher $2194\frac{2}{7}$ fl., und nach des Erblaſſers Tode noch 5120 fl.; jeder Erbe in weiblicher Linie aber beim Leben des Erblaſſers 256 fl., und nach deſſen Tode 3584 fl.

24) Man verlangt eine dreizifferige Zahl von der Beſchaffenheit, daß das Quadrat der Summe ihrer Ziffern um 292 größer werde als die Summe der Quadrate der einzelnen Ziffern; daß ferner die Ziffer der Hunderte mit der Summe der beiden andern Ziffern multiplicirt um 62 größer werde als das Produkt dieſer beiden Ziffern, und daß ſich endlich die Ziffer der Einheiten zur Ziffer der Hunderte verhalte wie die dreifache Summe der beiden erſten Ziffern rechts zu 52. Wie heißt dieſe Zahl? — Antw. 876.

25) Drei Perſonen A, B und C legten 1600 Gulden zuſammen, und gewannen damit eine gewiſſe Summe Geldes, wovon A und B zuſammen 480 fl., B und C aber zuſammen 360 fl. erhielten, denn A und B hatten zuſammen drei Mal ſo viel eingelegt als C. Wie viel hat alſo jeder eingelegt? Wie groß war der ganze Gewinn? Wie groß war der Antheil eines j den? — Antw. Die Einlage des A betrug 700, die des B 500, und die des C 400 fl.; der ganze Gewinn war 640 fl., wovon A 280, B 200, und C 160 fl. erhielt.

26) Ein gegebenes Stück Metall M, welches p Pfund wiegt, verliert im Waſſer a Pfund am Gewichte. Dieſes Stück Metall iſt aus drei andern Metallen, die wir mit A, B und C bezeichnen wollen, zuſammengeſetzt, und es iſt durch Verſuche bekannt, daß das Metall A m Procent, B aber m′ Procent, und C endlich m″ Procent am Gewichte im Waſſer verliert. Wie viel von jedem Metalle iſt in dem gegebenen zuſammengeſetzten Stücke M, wenn man weiß, daß der Gewichtsverluſt des Metalls C zum Gewichtsverluſte des Metalls B in der Miſchung M ſich verhalte wie 1 : n? — Antw. Das von A in der Miſchung befindliche Metall wiegt

$$\frac{m'' n (100 a - p m') + m' (100 a - p m'')}{m'' n (m - m') + m' (m - m'')},$$

$$\text{von B } \frac{m'' n (m p - 100 a)}{m'' n (m - m') + m' (m - m'')},$$

$$\text{von C } \frac{m' (m p - 100 a)}{m'' n (m - m') + m' (m - m'')}.$$

27) Es hatte Jemand ein Stück Metall, welches aus Gold, Silber und Kupfer zuſammengeſetzt war, und 108 Mark wog, im Waſſer aber nur 99 Mark. Wenn wir nun annehmen, daß das Gold $5\frac{3}{9}$ Procent, das Silber aber $9\frac{13}{18}$ Procent, und das Kupfer $11\frac{1}{9}$ Procent im Waſſer verliere, und wenn ſich der Gewichtsverluſt des in der Miſchung befindlichen Kupfers zum Gewichtsverluſte des in der Miſchung befindlichen Silbers verhält wie 6:7; ſo frägt ſich nun, wie viel von jeder Metallſorte in der Miſchung geweſen ſey? — Antw. 45 Mark Gold, 36 Mark Silber und 27 Mark Kupfer.

28) Man ſoll eine dreizifferige dekadiſche Zahl ſuchen von der Beſchaffenheit, daß ſie, durch die Summe ihrer Ziffern dividirt, 36 zum Quotienten gibt; zieht man aber die geſuchte Zahl von der umgekehrten ab, ſo ſoll die Differenz gleich 198 ſeyn, und endlich ſoll die Stelle der Zehner $\frac{2}{7}$ von der Summe der beiden andern Ziffern ſeyn. Welche Zahl iſt es? — Antw. 648.

29) Man ſoll drei Zahlen von der Beſchaffenheit finden, daß die Differenz der Würfel der erſten und dritten Zahl um ihr Produkt größer wird, als die Summe ihrer Quadrate. Dividirt man das Quadrat der Summe der zweiten und dritten Zahl durch die Summe ihrer Quadrate, ſo ſey der Quotient gleich 1, der Reſt aber gleich dem Quadrate der zweiten Zahl. Endlich iſt die um 1 verminderte zweite Zahl durch die Summen der beiden andern dividirt der dritte Näherungsbruch von $\frac{3292}{5575}$. Wie heißen dieſe drei Zahlen? — Antw. 3, 4 und 2.

30) Es werden zwei Zahlen verlangt, deren Differenz, Summe und Produkt ſich gegen einander verhalten wie die Zahlen 2, 3, 10, d. i. deren Differenz ſich zu ihrer Summe wie 2 zu 3, und deren Summe ſich zu ihrem Produkte wie 3 zu 10 verhält. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 20 und 4.

31) In einer Feſtung lagen Infanteriſten, Kavalleriſten und Artilleriſten, deren Stärke der Kommandant ſeinem neugierigen Freunde auf folgende Art angab: Hätte ich 200 Mann Infanterie weniger als ich habe, ſo könnte ich gerade 4 Mann Fußgeher auf 1 Kavalleriſten rechnen; dividire ich die Anzahl der Infanteriſten durch den Reſt der Beſatzung, ſo finde ich 3 zum Quotienten, und den dritten Theil der Artillerie zum Reſte; dividire ich aber die Anzahl der Infanteriſten und Artilleriſten durch die Anzahl der Reiter und Artilleriſten, ſo finde ich zwar auch 3 zum Quotienten, aber dann iſt der Reſt um 60 größer als die Anzahl der Artilleriſten. Wie ſtark war die Infanterie? Wie

ſtark die Kavallerie? Wie ſtark die Artillerie, und wie ſtark alſo die ganze Beſatzung? — Antw. 1800 Infanteriſten, 400 Kavalleriſten, 180 Artilleriſten, und die ganze Beſatzung alſo 2380 Mann.

32) Ein Pfarrer ſprach zu einem Studenten, der ihn in den Ferien beſuchte und ihn um Unterſtützung für die Folge bat: Gut, mein Sohn! da Sie ſo gute Zeugniſſe haben, ſo verſpreche ich Ihnen für das nächſte Semeſter einen Thaler mehr, als die Anzahl meiner Kühe, Ochſen und Pferde beträgt; denn die Zahlen, welche anzeigen, wie viel ich von jeder Gattung jener Hausthiere habe, mit einander multiplicirt, geben ein Produkt, welches eben ſo groß iſt als die Summe der drei erſten Potenzen der Anzahl meiner Ochſen; der Würfel dieſer Anzahl aber iſt um 1 größer als das achtfache Produkt der beiden andern Zahlen, und das Produkt der Zahlen, welche die Menge meiner Kühe und Pferde bezeichnen, um ihre Summe vermehrt, überſteigt die zwölffache Anzahl meiner Ochſen um drei Einheiten. Wenn Sie mir in einer Stunde, fuhr der Pfarrer fort, ſagen können, wie viel ich Ihnen verſprochen habe, ſo zahle ich Ihnen die verſprochene Summe auf der Stelle aus, wo nicht, ſo erhalten Sie nur die Hälfte. Wie viel hat der Pfarrer verſprochen, und wie viel Stücke Vieh hatte er von jenen drei Gattungen? — Antw. Der Pfarrer verſprach 30 Thaler, denn er hatte 13 Kühe, 9 Ochſen und 7 Pferde.

33) Man verlangt drei Zahlen von der Beſchaffenheit, daß das Produkt der beiden erſten um die dritte Zahl vermehrt, gleich 17 werde; die Summe der Würfel der beiden erſten Zahlen aber verhält ſich zu ihrem Produkte, wie die 19fache Summe jener zwei Zahlen zu 15; endlich ſoll der 15fache Kubus der Differenz zwiſchen der erſten und zweiten Zahl gleich dem achtfachen Produkte eben dieſer Zahlen ſeyn. Wie heißen dieſe drei Zahlen? — Antw. 5, 3 und 2.

34) A hatte ein gewiſſes Kapital zu beſtimmten Procenten auf beſtimmte Zeit ausgeliehen, unter der Bedingung, daß das Kapital ſammt Intereſſen nach Verlauf jener beſtimmten Zeit zurück gezahlt werde. Als ihn nun ein Geldmäkler um die Größe jenes Kapitals, ſo wie um den Zinsfuß fragte, antwortete A auf folgende, dem Mäkler räthſelhafte Weiſe: Die ſämmtlichen Intereſſen für die ganze Zeit, auf welche ich mein Kapital ausgeliehen habe, betragen gerade $\frac{9}{10}$ des ganzen Kapitals; multiplicire ich aber die jährlichen Intereſſen meines Kapitals mit 160, ſo finde ich genau mein Kapital auf die Zeiteinheit (1 Jahr) reducirt, d. i. eine Zahl, welche die Größe eines Kapitals

anzeigt, das in einem Jahre eben ſo viel Intereſſen abwirft, als mein Kapital auf jene beſtimmte Zeit; dividire ich endlich mein Kapital durch die Zeit, auf welche ich es ausgeliehen habe, ſo finde ich einen Quotienten, der um 5 größer iſt als die jährlichen Intereſſen von meinem ausgeliehenen Kapitale, der Reſt aber iſt um $\frac{1}{2}$ größer als die jährlichen Zinſen vom Hundert. Nun, ſagte A zum Mäkler, wiſſen Sie ſchon mehr, als Sie zu wiſſen verlangten. Wie groß war das ausgeliehene Kapital? Zu wie viel Procenten und auf wie lange war das Kapital ausgeliehen? — Antw. Das Kapital betrug 680 fl., welche zu $7\frac{1}{2}$ Procent auf 12 Jahre ausſtanden.

35) Ein Herr ſah auf ſeinen Spaziergängen mehrmals eine junge Dame, welche in einen kleinen Garten neben einer armſeligen Hütte ſchlich, daſelbſt eine Bäuerin mit Geſchenken überraſchte, und ſie ſo recht von Herzen liebkoſte. Dieſe Handlung erregte die innige Theilnahme jenes Herrn, und eines Tages faßte er den Muth, der Dame bei ihrem Weggehen den Weg zu vertreten, und ein Geſpräch mit ihr anzuknüpfen, in deſſen Verlauf er die Dame bat, ihm ihren Namen zu nennen, und ihm das zarte Verhältniß zwiſchen ihr und der Bäuerin mitzutheilen. Die Dame gab ihm folgenden Beſcheid: Mein Name beſteht aus vier Buchſtaben. Denken Sie ſich nun die Buchſtaben des Alphabets mit Zahlen der Ordnung nach bezeichnet, ſo können Sie das ganze Geheimniß durch Rechnung aus folgenden Angaben enträthſeln: Addiren Sie die Zeiger, welche die Buchſtaben meines Namens im Alphabete haben, ſo finden Sie ihre Summe gleich 30; multipliciren Sie den Unterſchied zwiſchen dem Zeiger des erſten und dem des letzten Buchſtaben mit 3, ſo finden Sie den Zeiger des zweiten; multipliciren Sie aber die Summe der Zeiger des erſten und letzten Buchſtaben mit 4, ſo finden Sie die Summe der Zeiger der beiden mittlern Buchſtaben; ziehen Sie endlich aus dem Zeiger des erſten und auch aus dem Zeiger des zweiten Buchſtaben die Quadratwurzel aus, ſo verhält ſich die Summe jener zwei Wurzeln zu ihrer Differenz wie $(17 + 4\sqrt{15})$ zu (-7). Kehren Sie meinen Namen um, ſo zeigt er Ihnen das Wort, was mir die Bäuerin einſt war, und ſo wird Ihnen mein jetziges Verhältniß zu ihr kein Räthſel mehr ſeyn. Wie hieß die Dame? Was war ihr einſt die Bäuerin? — Ant. Emma — Amme.

36) Vier Räuber A, B, C und D nahmen einem Reiſenden ſeine Börſe ab, in welcher ſich Frankenſtücke, Dukaten, Speciesthaler und

Zwanziger befanden. A nahm für ſich $\frac{4}{7}$ von den Frankenſtücken, $\frac{1}{5}$ von den Dukaten, und den ſiebenten Theil der Speciesthaler. Hierauf nahm B die übrigen Frankenſtücke, $\frac{3}{10}$ von den Dukaten, und $\frac{17}{77}$ von den Zwanzigern; dann nahm C für ſich den Reſt der Dukaten, und drei Mal ſo viel Speciesthaler als A. Was nun in der Börſe noch war, behielt D. Da ſie nun das Frankenſtück zu $23\frac{1}{2}$ kr., den Dukaten zu $4\frac{1}{2}$ fl., und den Speciesthaler zu 2 fl. C. M à 3 Zwanziger rechneten, ſo zeigte es ſich, daß jeder von ihnen gerade 300 fl. C. M. erhalten habe. Wie viel Stück von jeder der obigen Münzſorten waren in der Börſe des Reiſenden? — Antw. 840 Frankenſtücke, 80 Dukaten, 140 Speciesthaler und 693 Zwanziger.

37) Wie alt ſind Sie, mein Fräulein? fragte Jemand die geiſtreiche Emilie. Dieſe antwortete: Meine vier Tanten ſind zuſammen zwanzig Mal ſo alt als ich. Aber wie alt ſind denn Ihre Tanten? So hören Sie nur, fuhr Emilie fort. Wäre jede derſelben um 17 Jahre älter, ſo wären alle vier zuſammen vier Mal ſo alt als meine älteſte Tante. Dividire ich die Summe des Alters der erſten und des Alters der dritten durch die Summe des Alters der beiden andern, ſo finde ich 1 zum Quotienten und 12 zum Reſte; dividire ich aber die Jahre der Jüngern durch das Alter der Älteſten, ſo finde ich 2 zum Quotienten und $\frac{3}{8}$ des Alters der dritten zum Reſte, und, ſonderbar genug, die älteſte und jüngſte zählen zuſammen gerade ſo viel Jahre, als die beiden mittlern. Nun ſagen Sie mir geſchwind, wie alt bin ich? — Antw. Die erſte Tante 92, die zweite 86, die dritte 64, die vierte 58, und Emilie 15 Jahre.

38) Es werden drei Zahlen von folgender Beſchaffenheit geſucht: Zieht man von der erſten und auch von der zweiten Zahl 4 ab, ſo verhalten ſich die Differenzen wie 3 zu 4. Zieht man aber von der zweiten Zahl 4 ab, und addirt zur dritten Zahl 4, ſo verhält ſich jene Differenz zu dieſer Summe wie 2 zu 3. Dividirt man aber ſowohl die erſte als die dritte Zahl durch 9, ſo findet man im erſten Falle den Quotienten gleich 1, im andern gleich 2, und die Reſte beider Diviſionen verhalten ſich zu einander wie 5 zu 1. Welche Zahlen ſind es? — Antw. $\frac{33}{2}$, $\frac{62}{3}$, 21.

39) Drei Brüder A, B und C haben ihre Kapitalien, welche ſich verhielten wie die Zahlen 3, 4 und 6, auf verſchiedene Zeiten zu verſchiedenen Procenten angelegt. Die Intereſſen, welche ſie während

der ganzen Zeit von ihren reſpektiven Kapitalien bezogen, verhielten ſich wie 15 zu 20 zu 27. Hätten alle drei Brüder ihr Vermögen zu einer Maſſe vereinigt, und dieſe Geſammtſumme nach dem mittlern Zinsfuße (das arithmetiſche Mittel der einzelnen Zinsfüße) ſo lange ausgeliehen, als das Kapital des A ausſtand, ſo hätten ſie in dieſer Zeit 6500 fl. an Intereſſen bezogen; hätten ſie aber jenes Geſammtvermögen nach demſelben Zinsfuße ſo lange ausgeliehen, als das Kapital des B ausſtand, ſo hätten ſie nur 5200 fl. an Zinſen bezogen; hätten ſie endlich jenes gemeinſchaftliche Kapital nach dem mittlern Zinsfuße nur auf ſo viele Jahre angelegt, als das Kapital des C ausſtand, ſo hätten ſie gar nur 3900 fl. an Zinſen bezogen. Wenn nun A ſein Kapital zu $6\frac{8}{9}$ Procent auf ſo viele Jahre ausgeliehen hätte, als die Summe der einzelnen Zeiten betrug, ſo hätte er in dieſer Zeit gerade ſo viel Zinſen eingenommen, als alle drei Brüder im Ganzen zuſammen erhielten. Multiplicirt man die drei Zahlen, welche die Zeiten (während welchen die drei Kapitalien ausſtanden) bezeichnen, mit einander, ſo findet man das Produkt gleich 60. Wie viel hatte jeder der drei Brüder ausgeliehen? Wie lange und zu wie viel Procenten ſtanden die einzelnen Kapitalien aus? — Antw. A hatte 6000 fl. zu 4 pr. Ct. auf 5 Jahre ausgeliehen, B aber 8000 fl. zu 5 pr. Ct. auf 4 Jahre, und C 12000 fl zu 6 pr. Ct. auf 3 Jahre.

40) Sechs Perſonen hatten zuſammen mehrere Loſe einer Güterlotterie gekauft, mit welchen ſie 4800 fl. gewonnen haben. Als ſie nun den Gewinn repartiren wollten, ſprach einer von der Geſellſchaft: Dividirt man die Summe aller Einlagen durch die Summe der Einlagen der drei erſten Perſonen, ſo findet man 1 zum Quotienten und 35 zum Reſte. Dividirt man die ganze Einlage durch die Summe der Einlagen der erſten, zweiten und vierten Perſon, ſo findet man auch 1 zum Quotienten, aber 45 zum Reſte. Ferner gibt die ganze Einlage durch die Summe der Einlagen des dritten, vierten und fünften Theilnehmers dividirt, 3 zum Quotienten und 4 zum Reſte. Theilt man die ganze Einlage durch die Summe der Einlagen des zweiten, fünften und ſechsten Theilnehmers, ſo findet man 2 zum Quotienten und die Einlage des zweiten Mitſpielers zum Reſte. Die ganze Einlage durch die Summe der Einlagen der drei letzten Perſonen getheilt, gibt 4 zum Quotienten und die Summe der Einlagen des fünften und ſechsten zum Reſte. Endlich ſagte er, die Einlagen des zweiten, dritten und fünf-

ten zuſammen genommen, betragen gerade 77 fl. Wie viel hat nun jeder verhältnißmäßig ſeiner Einlage vom Gewinne zu erhalten? — Antw. Der erſte legte 60 fl. ein, mithin 1800 fl. vom Gew.

» zweite » 40 » » » 1200 » »
» dritte » 25 » » » 750 » »
» vierte » 15 » » » 450 » »
» fünfte » 12 » » » 360 » »
» ſechste » 8 » » » 240 » »

41) Im Januar 1833 ſaß Julius an ſeinem Pulte ganz in Gedanken vertieft, als ſein Freund Moriz eintrat und ihn um den Grund ſeiner ernſten Stimmung fragte. Julius antwortete: Vor einigen Tagen, nämlich am 3. Januar, ſtarb mein Großvater, und unter ſeinen hinterlaſſenen Papieren fand ich heute ein Dokument, welches — mir einſt ein großes Vermögen zuſichernd — mein Herz mit Freuden erfüllt hätte, wenn nicht meine armen Ältern gerade jetzt in dürftigen Umſtänden ſich befinden würden, und vieles entbehren müſſen, während ich einſt im Überfluſſe leben werde. Meines Großvaters Bruder war ein Mathematiker und dabei ein großer Sonderling, wie ſein Teſtament beweiſt, das ich hier vor mir habe. Er ſchreibt hier Folgendes: »Da ich mich dem Tode nahe fühle, und mein Sterbejahr gerade die einzige Jahreszahl des 18ten Jahrhunderts iſt, die eine Quadratzahl darſtellt, ſo vermache ich meinem lieben Bruder, oder im Falle ſeines frühern Ablebens, dem älteſten Sohne deſſelben ſo viele Gulden Conv. Geld, als die Summe aller jener Jahreszahlen des 19ten Jahrhunderts, welche abſolute Primzahlen ſind, beträgt, jedoch unter der Bedingung, daß das vollſtändig geſicherte Kapital ſammt einfachen Intereſſen erſt am 1. Januar in jenem Jahre des nächſten Jahrhunderts, deſſen Jahreszahl ebenfalls eine Quadratzahl iſt, aus der Kaſſe des Wechſelhauſes X, wo ich daſſelbe anlegte, erhoben werden darf, denn bis dorthin beträgt das Kapital ſammt Intereſſen gerade ſo viel, als die um mein ganzes Vermögen, d. i. um 49447 fl. verminderte Summe aller Jahreszahlen des 19ten Jahrhunderts, und ich würde, wenn ich bis dahin leben könnte, genau 7 Tage über das ſiebenfache jetzige Alter meines Bruders alt ſeyn.« Nun ſind meine beiden Ältern zuſammen gerade ſo alt, als mein eben verſtorbener Großvater war, meine Großmutter, die noch lebt, iſt auch ſchon ſehr alt, denn ihr gegenwärtiges Alter iſt der größte einfache Faktor der Jahreszahl meines Geburtsjah-

res, obgleich ich jetzt gerade ſo alt bin, als mein Großvater damals war, als ihm die ſonderbare Erbſchaft zufiel, von der er alſo nichts genoſſen hat, und welche auch mein Vater und meine Mutter nicht ſehr lange genießen werden, wenn ſie auch das Jahr, in welchem die Erbſchaft zahlbar iſt, erleben ſollten. Übrigens habe ich heute meinen Vater gebeten, daß er meiner lieben Tante die ſchriftliche Verſicherung geben möge, ihr bei Erhebung der Erbſchaft eine Summe auszuzahlen, welche gleich iſt der dreifachen Zahl ihres Geburtsjahres mehr ihrem fünffachen Alter in 10 Jahren, denn dann würden wir einſt eine runde Summe beziehen, und mein guter Vater hat bereits meine Bitte gewährt. Aber, verſetzte Moritz, jetzt weiß ich im Grunde noch nichts, obgleich ich alles Geſagte wohl verſtanden habe. Gut, fuhr Julius fort, ich gebe Ihnen noch die beiden Proportionen:

$$\alpha)\quad \sqrt{x} : \sqrt{x + y} = (y + 1) : \sqrt{2y^2 + 3y + 1},$$

$$\beta)\quad (x - y) : \sqrt{a} = \sqrt{b} : xy,$$

wo x das Alter meines Vaters, y das Alter meiner Mutter bezeichnet, und a das Jahr, in welchem mein Großonkel ſtarb, b aber das Jahr, in welchem mein Vater oder ich einſt die Erbſchaft erheben werde; auch ſage ich Ihnen noch den ſonderbaren Umſtand, daß das Produkt xy gerade das Geburtsjahr meiner lieben Tante ſey, daß meine beiden Ältern am 3. Januar, meine Großmutter aber am 4. Januar geboren ſey. Nun beantworten Sie mir gefälligſt folgende Fragen:

1) Wie viel vermachte mein Großonkel meinem Großvater?
2) Wie viel werde ich, und wie viel meine Tante einſt erhalten?
3) Wie viel Procent trägt die angelegte Erbſchaft?
4) Wann ſtarb mein Großonkel, und wann werden wir die Erbſchaft erheben?
5) Wie alt war mein Großvater, wie alt iſt meine Großmutter, mein Vater, meine Mutter, meine Tante und ich?
6) Wann wurde jedes von uns geboren, und in welcher Beziehung ſteht das Alter meiner beiden Ältern zu den beiden merkwürdigen Jahreszahlen a und b?
7) An welchem Tage und in welchem Jahre wurde mein Großonkel und mein Großvater geboren?
8) Welche andern hier nicht angegebenen Relationen finden zwiſchen den geſuchten Zahlen noch Statt?

B. Gleichungen vom zweiten Grade.

α) Mit einer unbekannten Größe.

(§. 220—238 der Alg.)

1) Gl. $x^2 = P$.

Aufl. $x = \pm \sqrt{P}$.

2) Gl. $x^2 + px = q$.

Aufl. $x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 + 4q}}{2}$.

3) Gl. $x^2 + 8x = 105$.

Aufl. $x = 7$, $x = -15$.

4) Gl. $x^2 - 10x = 24$.

Aufl. $x = 12$, $x = -2$.

5) Gl. $5x^2 - 20x = 585$.

Aufl. $x = 13$, $x = -9$.

6) Gl. $3x^2 - 5x = 2$.

Aufl. $x = 2$, $x = -\frac{1}{3}$.

7) Gl. $x^2 - \frac{4}{7}x = 188$.

Aufl. $x = 14$, $x = -13\frac{3}{7}$.

8) Gl. $\frac{2}{3}x^2 + 5x = -2\frac{1}{3}$.

Aufl. $x = \frac{-1}{2}$, $x = -7$.

9) Gl. $x^2 + \frac{x}{12} = \frac{1}{2}$.

Aufl. $x = \frac{2}{3}$, $x = -\frac{3}{4}$.

10) Gl. $\frac{5}{16}x^2 - \frac{9}{14}x = 6\frac{1}{5}$.

Aufl. $x = 5\frac{3}{5}$, $x = -3\frac{19}{38}$.

11) Gl. $x^2 + x + \frac{12}{7} = 0$.

Aufl. $x = -\frac{3}{7}$, $x = -\frac{4}{7}$.

12) Gl. $x^2 + \frac{41}{15}x - 2 = 0$.

Aufl. $x = \frac{3}{5}$, $x = -3\frac{1}{3}$.

13) Gl. $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Aufl. $x = 2 + \sqrt{3}$, $x = 2 - \sqrt{3}$,

oder $x = 3{\cdot}72105$, $x = 0{\cdot}26795 \ldots$

14) Gl. $x^2 + 5x + 5 = 0$.

Aufl, $x = \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}$, $x = \frac{-5 - \sqrt{5}}{2}$.

oder $x = -1{\cdot}381966 \ldots$, $x = -3{\cdot}618034 \ldots$

15) Gl. $3x^2 + x = 7$.

Aufl. $x = \frac{\sqrt{85} - 1}{6}$, $x = \frac{-\sqrt{85} - 1}{6}$,

oder $x = 1{\cdot}3699\ldots$, $x = -1{\cdot}7032\ldots$

16) Gl. $30 - 6x = 3x^2$.

Aufl. $x = -1 + \sqrt{11}$, $x = -1 - \sqrt{11}$,

oder $x = 2{\cdot}3166\ldots$, $x = -4{\cdot}3166\ldots$

17) Gl. $\frac{x}{3+x} + \frac{3-x}{2} = \frac{30}{3+x} - x$.

Aufl. $x = -1 + \sqrt{52}$, $x = -1 - \sqrt{52}$,

oder $x = 6{\cdot}21110\ldots$, $x = -8{\cdot}21110\ldots$

18) Gl. $x - \frac{x^2}{50} = 8$.

Aufl. $x = 40$, $x = 10$.

19) Gl. $\frac{18}{x-3} = \frac{35}{x} + 2$.

Aufl. $x = 5$, $x = -10{\cdot}5$.

20) Gl. $x^2 + 1 = x$.

Aufl. $x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{-3})$, $x = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{-3})$.

21) Gl. $3x - x^2 = 2$.

Aufl. $x = 2$, $x = 1$.

22) Gl. $\frac{2s}{x} = 2a + (x-1)d$.

Aufl. $x = \frac{-(2a-d) + \sqrt{(2a-d)^2 + 8sd}}{2d}$,

$x = \frac{-(2a-d) - \sqrt{(2a-d)^2 + 8sd}}{2d}$.

23) Gl. $\frac{a^2c}{x^2} = \frac{a^2d}{(b-x)^2}$.

Aufl. $x = \frac{b(c + \sqrt{cd})}{c-d}$, $x = \frac{b(c - \sqrt{cd})}{c-d}$.

24) Gl. $\frac{x}{am} - \frac{2}{a} = \frac{a}{mx} - \frac{m}{ax}$.

Aufl. $x = m + a$, $x = m - a$.

25) Gl. $x^2 + 28 = 16x$.

Aufl. $x = 14$, $x = 2$.

26) Gl. $\frac{x^2}{3} + x = 60.$

Aufl. $x = 12, \quad x = -15.$

27) Gl. $x^2 - \frac{7}{8}x + 4\frac{1}{4} = 0.$

Aufl. $x = \left(\frac{7 + \sqrt{-1039}}{16}\right), \quad x = \frac{7 - \sqrt{-1039}}{16}.$

28) Gl. $\frac{x}{x+8} = \frac{3}{x-20}.$

Aufl. $x = 24, \quad x = -1.$

29) Gl. $\frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}.$

Aufl. $x = 18, \quad x = -3.$

30) Gl. $\frac{4x-3}{6x+8} + \frac{69}{133} = \frac{2x}{2x-4}.$

Aufl. $x = 4\frac{1}{2}, \quad x = -\frac{68}{621}.$

31) Gl. $\frac{18+x}{39-13x} + \frac{15}{2x-6} = \frac{9\frac{3}{13}x + 4\frac{3}{13}}{12-7x}.$

Aufl. $x = 7\frac{22}{113}, \quad x = 2{\cdot}5.$

32) Gl. $x + \frac{b}{a} = \frac{mx^2}{n} + \frac{bmx}{an}.$

Aufl. $x = \frac{n}{m}, \quad x = \frac{-b}{a}.$

33) Gl. $\frac{mx}{abn} + \frac{ab}{mn} = \frac{nx}{abm} + \frac{2x}{n}.$

Aufl. $x = \frac{ab}{m+n}, \quad x = \frac{ab}{m-n}.$

34) Gl. $\frac{ax^2}{2b} + \left(\frac{a}{b} + 3\right)x - \frac{4a}{b} = \frac{bx^2}{2a} - \left(3 + \frac{b}{a}\right)x - \frac{4}{a}.$

Aufl. $x = 2\left(\frac{a-b}{a+b}\right), \quad x = 4\left(\frac{a+b}{b-a}\right).$

35) Gl. $4a^2x^2 + 19 = a(16x + 1).$

Aufl. $x = \frac{4 + \sqrt{a-3}}{2a}, \quad x = \frac{4 - \sqrt{a-3}}{2a}.$

36) Gl. $x^2 + \sqrt{10} = 5x - 9.$

Aufl. $x = \frac{1}{2}(5 + \sqrt{2} - \sqrt{5}), \quad x = \frac{1}{2}(5 - \sqrt{2} + \sqrt{5}).$

37) Gl. $mx^2 + mn = 2mx\sqrt{n} + nx^2.$

Aufl. $x = \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{m} + \sqrt{n}}, \quad x = \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{m} - \sqrt{n}}.$

38) Gl. $\frac{2n}{5m}\sqrt{2(m+5)} - \frac{25}{66}\left(2 + \frac{1}{m^2}\right)x^2 +$
$+ \frac{n.\sqrt{5}}{11}(2m^2+1)x = \frac{5\sqrt{m+5}}{3m^3}x.$

Aufl. $x = \frac{-22\sqrt{m+5}}{5m(2m^2+1)}$, $x = \frac{6m^2n\sqrt{2}}{25}$.

39) Gl. $\frac{x}{\sqrt{m}} \mp p\sqrt{x} = \frac{n\sqrt{m}}{m}$.

Aufl. $x = \frac{m(2n+p^2) + \sqrt{(2mn+mp^2+2n)(2mn+mp^2-2n)}}{2m}$

$x = \frac{m(2n+p^2) - \sqrt{(2mn+mp^2+2n)(2mn+mp^2-2n)}}{2m}$

40) Gl. $\sqrt{x-1} + 10\sqrt{2x-1} = 8\sqrt{3x+1}$.
Aufl. $x = 5$, $x = -7\frac{332}{719}$.

41) Gl. $\sqrt{x+3} + 3\sqrt{4x+1} = 3\sqrt{6x}$.
Aufl. $x = 6$, $x = \frac{6}{145}$.

42) Gl. $x^2\sqrt{3} - 2\sqrt{6}.x = 3\sqrt{300}$.
Aufl. $x = 5\sqrt{2}$, $x = -3\sqrt{2}$.

43) Gl. $x^2 - 4x\sqrt{3} + 2\sqrt{5} = 0$.
Aufl. $x = 2\sqrt{3} + \sqrt{12 - 2\sqrt{5}}$, $x = 2\sqrt{3} - \sqrt{12 - 2\sqrt{5}}$.

44) Gl. $ax^{2n} + bx^n = c$.

Aufl. $x = \sqrt[n]{\frac{-b + \sqrt{b^2+4ac}}{2a}}$, $x = \sqrt[n]{\frac{-b - \sqrt{b^2+4ac}}{2a}}$.

45) Gl. $x^4 - 5x^2 = 36$.
Aufl. $x = \pm 3$, $x = \pm 2\sqrt{-1}$.

46) Gl. $x^6 - 60x^3 = 256$.
Aufl. $x = 4$, $x = -\sqrt[3]{4}$.

47) Gl. $x^8 + 65x^4 = 1296$.
Aufl. $x = \pm 2$, $x = \pm 2\sqrt{-1}$, $x = \pm 3\sqrt[4]{-1}$.

48) Gl. $2\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} = 35$.
Aufl. $x = 625$, $x = 150{\cdot}0625$.

49) Gl. $2\frac{1}{2}\sqrt[6]{2(x-16)} - 1 = \sqrt[3]{2(x-16)}$.
Aufl. $x = 48$, $x = 16{\cdot}0078125$.

50) Gl. $3\sqrt{1+x} - 2\sqrt[4]{1+x} = 8$ aufzulöſen.

Ausziehung der Quadratwurzel aus einem Binom von der Form $A \pm \sqrt{B}$.

(§. 239 der Alg.)

Formeln.

I. $\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$

$= \sqrt{\frac{A + M}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - M}{2}}$.

II. $\sqrt{A \pm \sqrt{-B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 + B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 + B}}{2}}$.

Beiſpiele.

1) $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{2}$.

2) $\sqrt{43 - 12\sqrt{7}} = 6 - \sqrt{7}$.

3) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

4) $\sqrt{223 - 12\sqrt{92}} = 4 - 3\sqrt{23}$.

5) $\sqrt{57 - 12\sqrt{15}} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$.

6) $\sqrt{1 + \frac{2}{3}\sqrt{2}} = \frac{1}{3}\sqrt{6} + \frac{1}{3}\sqrt{2}$.

7) $\sqrt{(a+b)^2 + 4(a-b)\sqrt{ab}} = a - b + 2\sqrt{ab}$.

8) $\sqrt{2(a - \sqrt{ab}) + 2(\sqrt{a} - \sqrt{b})\sqrt{a-b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{a-b}$.

9) $\sqrt{m^2 + n + 2m\sqrt{n}} = m + \sqrt{n}$.

10) $\sqrt{mn(m + n - 2\sqrt{mn})} = m\sqrt{n} - n\sqrt{m}$.

11) $\sqrt{2(a + \sqrt{a^2 - b^2})} = \sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}$.

12) $\sqrt{\frac{x^2}{4} - \frac{a}{2}\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{a - \sqrt{x^2 - a^2}}{2}$.

13) $\sqrt{a(b + 1 + 2\sqrt{b})} = \sqrt{a} + \sqrt{ab} = (1 + \sqrt{b})\sqrt{a}$.

14) $\sqrt{a^2 + b^2 + 2(a-b)\sqrt{2ab}} = a - b + \sqrt{2ab}$.

15) $\sqrt{xy + \sqrt{x} + \sqrt{y} + 2\sqrt{xy\sqrt{x} + xy\sqrt{y}}} = \sqrt{xy} + \sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$.

16) $\sqrt{4\sqrt{2} + 2\sqrt{6}} = \sqrt[4]{18} + \sqrt[4]{2}$.

17) $\sqrt{3\sqrt{7} + 2\sqrt{14}} = \sqrt[4]{28} + \sqrt[4]{7}$.

18) $\sqrt[8]{2885 + 2040\sqrt{2}} = \sqrt[8]{5} + \sqrt[8]{80}$.

19) $\sqrt[4]{(x+y)^2+4(\sqrt{xy}+x+y)\sqrt{xy}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$.

20) $\sqrt[2]{(a+1+2\sqrt{a})\sqrt{b}}=\sqrt[4]{a^2 b}+\sqrt[4]{b}$.

21) $\sqrt{22+10\sqrt{-3}}=5+\sqrt{-3}$.

22) $\sqrt{18(1-2\sqrt{-2})}=6-3\sqrt{-2}$.

23) $\sqrt{56\sqrt{-5}-31}=7+4\sqrt{-5}$.

24) $\sqrt{30\sqrt{-1}-16}=-3-5\sqrt{-1}$.

25) $\sqrt{2+2\sqrt{-15}}=\sqrt{5}+\sqrt{-3}$.

26) $\sqrt{3-12\sqrt{-3}}=2\sqrt{3}-3\sqrt{-1}$.

27) $\sqrt[4]{-1}=\sqrt{\sqrt{-1}}=\sqrt{0+\sqrt{-1}}=\sqrt{\tfrac{1}{2}}+\sqrt{-\tfrac{1}{2}}$.

28) $\sqrt{-\sqrt{-1}}=\sqrt{0-\sqrt{-1}}=\sqrt{\tfrac{1}{2}}-\sqrt{-\tfrac{1}{2}}$.

29) $\sqrt{\tfrac{4}{3}\sqrt{-1}}=\sqrt{0+\tfrac{4}{3}\sqrt{-1}}=\sqrt{\tfrac{2}{3}}+\sqrt{-\tfrac{2}{3}}$.

30) $\sqrt{-10\sqrt{-1}}=\sqrt{5}-\sqrt{-5}$.

31) $2\sqrt{3\sqrt{-1}}=\sqrt{6}+\sqrt{-6}$.

32) $\sqrt{143-24\sqrt{-1}}=12-\sqrt{-1}$.

33) $\sqrt{84+13\sqrt{-1}}=\dfrac{13+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}=\tfrac{1}{2}(13\sqrt{2}+\sqrt{-2})$.

34) $\sqrt{2-\sqrt{-1}}=\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{5}}{2}}-\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{5}}{2}}$.

35) $\sqrt{am^2-an+2am\sqrt{-n}}=m\sqrt{a}+\sqrt{-an}$
$=(m+\sqrt{-n})\sqrt{a}$.

36) $\sqrt{-2(a+b)\sqrt{-1}}=\sqrt{a+b}-\sqrt{-(a+b)}$.

37) $\sqrt{a[1-\sqrt{-(3m^2-1)}]}=$
$=\sqrt{\dfrac{a}{2}(1+m\sqrt{3})}-\sqrt{\dfrac{a}{2}(1-m\sqrt{3})}$.

38) $\sqrt{\dfrac{a^2 m}{n}(5+12\sqrt{-1})}=$
$=3a\sqrt{\dfrac{m}{n}}+2a\sqrt{\dfrac{m}{n}}\sqrt{-1}=a\sqrt{\dfrac{m}{n}}(3+2\sqrt{-1})$.

39) $\sqrt[4]{a^2(n^4-6n^2+1+4n(n^2-1)\sqrt{-1})}=$
$=\sqrt{a}-n\sqrt{-a}=(1-n\sqrt{-1})\sqrt{a}$.

40) $\sqrt{\frac{2a}{m}\sqrt{-1}} = (1+\sqrt{-1})\sqrt{\frac{a}{m}}$.

41) $a\sqrt{x\sqrt{-23+4\sqrt{-6}}} = (\sqrt{3}+\sqrt{-2}) \,.\, a\sqrt{x}$.

42) $\sqrt{\frac{a}{m}(am^2-1)+2a\sqrt{-a}} = a\sqrt{m}+\sqrt{-\frac{a}{m}}$.

β) Mit mehreren unbekannten Größen.

1) Gl. $\begin{pmatrix} ax + by = c \\ Ax^2 + By^2 = C \end{pmatrix}$.

Aufl. $x = \frac{Bac \pm b\sqrt{ACb^2 - ABc^2 + BCa^2}}{Ab^2 + Ba^2}$,

$y = \frac{Abc \mp a\sqrt{ACb^2 - ABc^2 + BCa^2}}{Ab^2 + Ba^2}$.

2) Gl. $\begin{pmatrix} 5x - 4y = 7 \\ 3x^2 + 2y^2 = 35 \end{pmatrix}$.

Aufl. $\begin{pmatrix} x = -1\frac{4}{7} \\ y = -3\frac{5}{7} \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} x = 3 \\ y = 2 \end{pmatrix}$,

3) Gl. $\begin{Bmatrix} \frac{12x}{y} = \frac{5\frac{1}{3}y}{x} \\ 5xy + 4x + 3y = 154 \end{Bmatrix}$.

Aufl. $\begin{pmatrix} x = 4 \\ y = 6 \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} x = -5\frac{2}{15} \\ y = -7\cdot7 \end{pmatrix}$.

4) Gl. $\begin{pmatrix} xy = x + y \\ x + y + x^2 + y^2 = a \end{pmatrix}$.

Aufl. $x = \frac{1 \pm \sqrt{4a+1} \pm \sqrt{2(2a-3) \mp 6\sqrt{4a+1}}}{4}$,

$y = \frac{1 \pm \sqrt{4a+1} \mp \sqrt{2(2a-3) \mp 6\sqrt{4a+1}}}{4}$.

5) Gl. $\begin{pmatrix} (x-y)(x^2-y^2) = a \\ (x+y)(x^2+y^2) = b \end{pmatrix}$.

Aufl. $\begin{Bmatrix} x = \frac{\sqrt{2b-a} + \sqrt{a}}{2\sqrt[6]{2b-a}} \\ y = \frac{\sqrt{2b-a} - \sqrt{a}}{2\sqrt[6]{2b-a}} \end{Bmatrix}$,

oder $\left\{\begin{aligned} x &= \frac{\frac{\sqrt{2b-a}-\sqrt{a}}{6}}{2\sqrt{2b-a}} \\ y &= \frac{\frac{\sqrt{2b-a}+\sqrt{a}}{6}}{2\sqrt{2b-a}} \end{aligned}\right\}$.

6) Gl. $\left(\begin{aligned} 4x - 5y &= 2 \\ 192x^3 - 375y^3 &= 364xy \end{aligned}\right)$.

Aufl. $\left(\begin{aligned} x &= 3 \\ y &= 2 \end{aligned}\right)$ oder $\left(\begin{aligned} x &= -2{\cdot}5 \\ y &= -2{\cdot}4 \end{aligned}\right)$.

7) Gl. $\left\{\begin{aligned} y : z &= 8 : 5 \\ x^2 - 20 &= 2yz \\ x^2 + y^2 + z^2 &= 189 \end{aligned}\right\}$.

Aufl. $x = 10,\ y = 8,\ z = 5$.

8) Gl. $\left\{\begin{aligned} \frac{xyz}{x+y} &= m \\ \frac{xyz}{x+z} &= n \\ \frac{xyz}{y+z} &= p \end{aligned}\right\}$.

Aufl. $x = \pm\sqrt{\frac{2mnp(mp - mn + np)}{(mp + mn - np)(np + mn - mp)}}$,

$y = \pm\sqrt{\frac{2mnp(np + mn - mp)}{(mp + mn - np)(mp - mn + np)}}$,

$z = \pm\sqrt{\frac{2mnp(mp + mn - np)}{(mp - mn + np)(np + mn - mp)}}$.

9) Gl. $\left\{\begin{aligned} x^3 + y^3 + z^3 &= 3240 \\ xy + xz + yz &= 440 - z^2 \\ \frac{x^3 + y^3}{18} &= (x-y)^2 + xy \end{aligned}\right\}$.

Aufl. $x = 8,\ y = 10,\ z = 12$.

10) Gl. $\left\{\begin{aligned} x + y &= 18 \\ x^3 + y^3 &= 1512 \end{aligned}\right\}$.

11) Gl. $\left\{\begin{aligned} 2x - 3y &= 75 \\ 8x^3 - 27.y^3 &= 2657475 \end{aligned}\right\}$.

12) Gl. $\left\{\begin{aligned} x + y &= 30 \\ x^4 + y^4 &= 112082 \end{aligned}\right\}$.

13) Gl. $\left\{\begin{array}{l}(x-y)(x^2+y^2)=a\\ x^2+y^2+x-y=b\end{array}\right\}.$

14) Gl. $\left\{\begin{array}{r}(x^2+y^2)(x^3+y^3)=a\\ x+y=b\end{array}\right\}.$

15) Gl. $\left\{\begin{array}{l}x^2+y^2+z^2=a\\ x+y+z=b\\ xy=c\end{array}\right\}.$

16) Gl. $\left\{\begin{array}{l}\frac{wxyz}{w+x+y}=4\\ \frac{7.wxyz}{w+x+z}=24\\ \frac{wxyz}{w+y+z}=3\\ \frac{3.wxyz}{x+y+z}=8\end{array}\right\}.$

17) Gl. $\left\{\begin{array}{l}x^4+y^4=881\\ 4:y=\sqrt{x(x+4)}:\sqrt{5y+25}\end{array}\right\}.$

18) Gl. $\left\{\begin{array}{l}u^2y=845\\ uy^3=1625\\ w^2+x^2+z^2=39+2uy+u^2+y^2\\ y^3+y^2+u^2=80+wx+wz+xz\\ w^3-4w^2+w=35+w^2y-2uw\end{array}\right\}.$

19) Gl. $\left\{\begin{array}{l}x^4+y^4=706\\ x^2-y^2=16\end{array}\right\}.$

20) Gl. $\left\{\begin{array}{l}x^3-y^3=296\\ (x+y)^2=148+xy\end{array}\right\}.$

21) Gl. $\left\{\begin{array}{l}4x^4+9y^4=5328\\ 2x^2-3y^2=60\end{array}\right\}.$

22) Gl. $\left\{\begin{array}{l}x^2+y^2-40=6x+6y-2xy\\ \frac{3}{2}(x^2+y^2)+x=28+y+3xy\end{array}\right\}.$

23) Gl. $\left\{\begin{array}{l}5+2\sqrt[4]{16x-32y}=\sqrt{x-2y}\\ 15+2\sqrt[6]{2x+y}=\sqrt[3]{2x+y}\end{array}\right\}.$

24) Gl. $\left\{\begin{array}{r}x\sqrt{x}+y\sqrt{y}+z\sqrt{z}=160\\ xyz\sqrt{xyz}=27000\\ x^3+y^3+z^3=16418\end{array}\right\}.$

* Mehrere wichtige Aufgaben dieſer Art befinden ſich ſchon im Lehrbuche.

Aufgaben, deren Auflöſung auf Gleichungen des zweiten Grades führt.

1. Aufgabe. Es hatte Jemand mehrere Schafe gekauft, und zahlte für jedes Stück drei Mal ſo viel Gulden, als es Schafe waren, weßhalb er gerade 108 fl. zahlen mußte. Wie viel Schafe hat er alſo gekauft, und zu welchem Preiſe? — Antw. 6 Schafe, jedes zu 18 fl.

2. Aufgabe. A hatte für 300 fl. mehrere ſeidene Tücher gekauft, und zwar koſtete ihm jedes Stück $\frac{3}{4}$ Mal ſo viel Gulden als es Stücke waren. Wie viel Tücher, und zu welchem Preiſe hat A eingekauft? — Antw. 20 Stück, jedes zu 15 fl.

3. Aufgabe. Ein Knabe antwortete auf die Frage, wie alt er ſey? Folgendes: Wenn ich die Zahl 432 durch mein Alter dividire, ſo finde ich mein dreifaches Alter zum Quotienten. Wie alt war wohl der Knabe? — Antw. 12 Jahre.

4. Aufgabe. Wie viel verzehrſt du monatlich? fragte A den B, und erhielt zur Antwort: Wenn ich 588 fl. durch meine Ausgaben dividire, ſo finde ich den dritten Theil meiner Auslagen zum Quotienten. Wie viel gab B monatlich aus? — Antw. 42 Gulden.

5. Aufgabe. Man verlangt eine Zahl, deren Quadrat um ihr Sechsfaches vermehrt, gleich 72 wird. Wie heißt dieſe Zahl? — Antw. 3 oder — 9.

6. Aufgabe. Wie viel Gulden haſt du in der Taſche? fragte Jemand den A. Dieſer erwiederte: wenn ich das Quadrat der Anzahl meiner Gulden um $3\frac{1}{4}$ vermehre, ſo finde ich gerade das Siebenfache meines Geldes. Wie viel habe ich alſo? — Antw. $6\frac{1}{2}$ fl. oder $\frac{1}{2}$ fl.

7. Aufgabe. Ein Lehrer fragte ſeinen Schüler, wie alt ſein jüngerer Bruder ſey. Der Schüler antwortete: Mein Vater iſt 48 Jahre alt, und meine Mutter 39. Dividiren Sie nun das jetzige Alter meines Vaters durch das Alter meines Bruders in 3 Jahren, ſo finden Sie einen Quotienten, der um 5 kleiner iſt als der Quotient, den Sie finden, wenn Sie das Alter meines Vaters und das dreifache Alter meiner Mutter zuſammen genommen durch das Alter dividiren, welches mein Bruder in 10 Jahren haben wird. — Wie alt war der kleine Knabe? — Antw. 5 Jahre, oder auch $5\frac{2}{5}$ Jahre.

8. Aufgabe. Man verlangt eine Zahl, deren Fünffaches um 2 kleiner iſt, als ihr dreifaches Quadrat. Welche iſt dieſe Zahl? — Antw. 2, oder $-\frac{1}{3}$.

9. Aufgabe. Es hat Jemand dreierlei Waaren, die zuſammen 131 fl. 15 kr. koſten. Das Pfund einer jeden Sorte koſtet ſo viele Groſchen als er Pfunde davon vorräthig hat. Er hat aber von der zweiten Sorte um den vierten Theil mehr als von der erſten, und von der dritten Sorte 15 Pfund mehr als von der zweiten. Wie viel Pfunde hat er von jeder Sorte? — Antw. Von der erſten 20, von der zweiten 25, und von der dritten 40 Pfunde.

10 Aufgabe. Ein Fabrikant beſchäftigte mehrere Arbeiter und mußte ihnen zuſammen wöchentlich 196 fl. Lohn zahlen. Die Arbeiter waren in drei Klaſſen getheilt, und jeder Arbeiter erhielt wöchentlich ſo viele Gulden Lohn, als Perſonen in ſeiner Klaſſe waren. In der zweiten Klaſſe waren 8 Arbeiter weniger als in der erſten, und in der dritten Klaſſe waren um die Hälfte mehr Arbeiter als in der zweiten. Wie viel Arbeiter waren in jeder Klaſſe? — Antw. In der erſten 12, in der zweiten 4, und in der dritten 6 Arbeiter.

11. Aufgabe. Man ſoll zwei Zahlen ſuchen, die um 9 Einheiten von einander unterſchieden ſind, deren Produkt aber gleich 360 iſt. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 24 und 15.

12. Aufgabe. Man ſoll eine Zahl ſuchen, deren Quadrat um 156 größer iſt, als ſie ſelbſt. Welche Zahl iſt es? — Antw. 13.

13. Aufgabe. Es ſoll eine Zahl von ſolcher Beſchaffenheit gefunden werden, daß, wenn man $\frac{3}{4}$ derſelben mit $\frac{7}{8}$ von ihr multiplizirt, und zum Produkte das Einfache der geſuchten Zahl addirt, das ſo gefundene Reſultat eben ſo viel unter 100 betrage, als der vierte Theil der 75fachen geſuchten Zahl über 100 beträgt. Welche Zahl iſt es? — Antw. 8.

14. Aufgabe. Im Jahre 1816 fragte Jemand einen Offizier, wie alt er ſey, worauf letzterer erwiederte: Wenn ich mein Alter vor 3 Jahren mit meinem Alter in 8 Jahren multiplizire, ſo finde ich gerade mein Geburtsjahr. Wie alt war der Offizier? — Antw 40 Jahre.

15 Aufgabe. Ein Student A ſagte ſeinem Freunde B, daß er jährlich 2400 fl. W. W. zu verzehren habe. Als nun B ſagte, aber wie viel biſt du denn deinem Koſtherrn ſchuldig? erwiederte A: Mei-

nem Schneider bin ich 30 fl. mehr, und meinem Schuſter 20 fl. weniger ſchuldig, als meinem Koſtherrn. Wenn ich aber jene beiden Schulden mit einander multipliziren würde, ſo betrüge das Produkt gerade ſo viel als meine jährlichen Einnahmen. Wie viel war A ſeinem Koſtherrn, wie viel ſeinem Schneider, und wie viel ſeinem Schuſter ſchuldig? — Antw. Dem Koſtherrn 50, dem Schneider 80, und dem Schuſter 30 fl.

16. Aufgabe. Es verkauft Jemand ein Pferd um 24 Karolin, und verliert dadurch ſo viel vom Hundert, als ihm das Pferd gekoſtet hatte; wie theuer hat er das Pferd gekauft? — Antw. Um 60 oder um 40 Karolin.

17. Aufgabe. A hatte ſeinen Freunden 175 fl. hinterlaſſen, welche ſie unter ſich gleich vertheilen ſollten. Da inzwiſchen auch zwei von ſeinen Freunden ſtarben, ſo wurde dadurch der Antheil eines jeden der übrigen um 10 fl. vermehrt. Wie groß war die Anzahl der noch lebenden Theilnehmer? — Antw. 5.

18. Aufgabe. A hatte den Kindern ſeines Bruders und ſeiner Schweſter 1800 fl. hinterlaſſen, welche in zwei gleiche Theile vertheilt werden ſollten. Da der Bruder des Erblaſſers 2 Kinder weniger hatte als ſeine Schweſter, ſo erhielt jedes Kind des Bruders um 75 fl. mehr als ein Kind der Schweſter. Wie viel Kinder hatte der Bruder, wie viel die Schweſter? Wie viel bekam jedes Kind? — Antw. Der Bruder hatte 4 Kinder, wovon jebes 225 fl. bekam; die Schweſter aber hatte 6 Kinder, wovon jedes 150 fl. erhielt.

19. Aufgabe. Ein Lehrer gab ſeinem Schüler zwei ganze Zahlen zu multipliziren, welche um 6 Einheiten von einander verſchieden waren. Als der Schüler die Multiplikation verrichtet hatte, mußte er die Probe machen, zu welchem Zwecke er das vorhin gefundene Produkt durch den kleinern Faktor richtig dividirte; der Quotient war 87, und der Reſt 40; alſo hatte der Schüler falſch multiplizirt, weßhalb er den Fehler verbeſſern mußte. Als der Schüler den Fehler gefunden hatte, ſagte er, er hätte vorhin bei der Addition der Partialprodukte eine 3 ausgelaſſen, worauf der Lehrer ſagte: nein, du haſt nicht 3, ſondern 300 bei jener Addition ausgelaſſen. Welche Zahlen hatte wohl der Schüler mit einander zu multipliziren? — Antw. 85 und 91.

20. Aufgabe. Man verlangt zwei Zahlen, wovon die eine um 3 größer iſt als die andere, und die zugleich die Eigenſchaft ha-

ben, daß wenn man die Zahl 60 durch jede derſelben dividirt, und die gefundenen Quotienten addirt, die Summe derſelben gleich $11\frac{2}{3}$ gefunden werde. Welche Zahlen müſſen das ſeyn? — Antw. 9 und 12.

21. Aufgabe. Wie alt ſind Sie, mein Herr? ſo fragte ein Fremder den A, welcher jenem zur Antwort gab: Wenn ich den fünften Theil meines Alters auf's Quadrat erhebe, ſo iſt das Reſultat um 16 kleiner als mein doppeltes Alter. Berechnen Sie nun mein Alter nach algebraiſchen Grundſätzen, ſo finden Sie mich einmal um einige Jahre älter als ich gerade ausſehe, und das andere Mal finden Sie mich bei weitem jünger, denn Sie würden im letzten Falle das Alter meines erſtgebornen Sohnes finden. Wie alt war A, und wie alt ſein Sohn? -- Antw. A war 40, und ſein Sohn 10 Jahre alt.

22. Aufgabe. Man verlangt 2 Zahlen, deren Summe gleich iſt ihrem Produkte, die Summe ihrer Quadrate aber um die Summe der Zahlen ſelbſt vermehrt, ſoll gleich 12 werden. Wie heißen dieſe beiden Zahlen? — Antw. 2 und 2.

23. Aufgabe. Es werden zwei Zahlen von folgender Beſchaffenheit geſucht: Die Differenz derſelben mit der Differenz ihrer Quadrate multiplizirt ſey gleich 32; ihre Summe aber mit der Summe ihrer Quadrate multiplizirt ſey gleich 272. Welche ſind dieſe beiden Zahlen? — Antw. 5 und 3.

24. Aufgabe. Als Kajus um ſein Alter gefragt wurde, gab er zur Antwort: Wenn ich mein Alter mit dem Alter meines Bruders, der um 5 Jahre jünger iſt als ich, multiplizire, ſo finde ich gerade 300 zum Produkte. Wie alt bin ich, und wie alt iſt mein Bruder? — Antw. Kajus war 20, und ſein Bruder 15 Jahre alt.

25. Aufgabe. Sempronius ſagte, wenn ich die Anzahl meiner Pferde mit der Anzahl meiner Ochſen multiplizire, ſo finde ich 108, denn es ſind zuſammen gerade 21 Stück. Wie viel Pferde und wie viel Ochſen hatte Sempronius? — Antw. 12 Pferde und 9 Ochſen.

26. Aufgabe. Titus ſagte, er habe Thaler und Dukaten in ſeiner Taſche, und zwar gebe die Anzahl der Stücke von der erſten Geldſorte mit jener von der zweiten multiplizirt 36 zum Produkte; die Summe der Würfel beider Zahlen aber betrage 1755. Wie viel Thaler und wie viel Dukaten hatte Titus? — Antw. 12 Thaler und 3 Dukaten, oder umgekehrt.

27. Aufgabe. Man verlangt 3 Zahlen von folgender Beſchaffenheit. Das Produkt derſelben durch die Summe der beiden erſten dividirt, gibt 75 zum Quotienten; dasſelbe Produkt aber durch die Summe der erſten und dritten dividirt, gibt 46 zum Quotus und 4 zum Reſte. Endlich gibt jenes Produkt durch die Summe der beiden letzten Zahlen dividirt, 40 zum Quotienten. Wie heißen jene drei Zahlen? — Antw. Die erſte 6, die zweite 10, und die dritte 20.

28. Aufgabe. Es kauft Jemand eine goldene Doſe, welche er nach einiger Zeit wieder um 119 fl. verkauft. Bei dieſem Handel gewinnt er ſo viele Prozente, wie viele Gulden ihm die Doſe gekoſtet hat. Wie theuer hat er die Doſe gekauft? — Antw. Um 70 fl.

29. Aufgabe. Ein Jugendfreund hatte einſt 27 Kinder, theils Knaben, theils Mädchen, um ſich verſammelt. Zur Jauſe erhielten ſowohl die Knaben als auch die Mädchen 60 Äpfel, und da zeigte ſich bei der Theilung, daß jeder Knabe einen Apfel mehr erhalten habe, als ein Mädchen. Wie viel Knaben und wie viel Mädchen waren alſo in der Geſellſchaft? — Antw. 12 Knaben und 15 Mädchen.

30. Aufgabe. Man verlangt eine Zahl, die zum Dreifachen ihrer Quadratwurzel addirt, die Summe 700 gibt. Welche Zahl iſt es? — Antw. 625.

31. Aufgabe. Es werden zwei Zahlen geſucht, deren Differenz zur Differenz ihrer Quadrate addirt, die Summe 76 gibt, und deren Summe zur Summe ihrer Quadrate addirt, die Zahl 188 gibt. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 11 und 7.

32. Aufgabe. Man will drei Zahlen haben von der Beſchaffenheit, daß die erſte mit der Summe der beiden andern multiplizirt 4800, die zweite aber mit der Summe der beiden andern multiplizirt 3744, und endlich die dritte mit der Summe der beiden erſtern multiplizirt 2784 zum Produkte gebe. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 80, 36 und 24.

33. Aufgabe. Es wird eine Zahl geſucht, die aus drei Ziffern von der Beſchaffenheit beſteht, daß die Summe der Quadrate der einzelnen Ziffern, ohne auf ihren Lokalwerth zu ſehen, gleich 70, das Quadrat der mittlern Ziffern aber um 11 kleiner ſey, als das doppelte Produkt der beiden äußern Ziffern; daß endlich, wenn man von der verlangten Zahl die Zahl 297 abzieht, die geſuchten drei Zif-

fern, aus welchen die verlangte Zahl beſteht, in umgekehrter Ordnung zum Vorſcheine kommen. Welche Zahl iſt es? — Antw. 653.

34. Aufgabe. Es gibt drei Zahlen, welche in einer ſtatigen geometriſchen Proportion ſtehen, und die Eigenſchaft haben, daß ihre Summe gleich 65, ihr Produkt aber gleich 3375 ſey. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 5, 15 und 45.

35. Aufgabe. Bezeichnet man die Buchſtaben des Alphabets der Ordnung nach mit 1, 2, 3, 4, . . .; ſo heiße ich wxyz. Man kennt und liebt mich allgemein, denn ich beglücke den Sterblichen, wenn harte Noth ihn drückt, erreg in ihm der Hoffnung freudiges Gefühl, wenn er ſich ſchon verloren glaubt, kurz, meine Elemente ſcheinen nur zum Wohl der Menſchen geſchaffen zu ſeyn, denn yzwx findeſt du im reichen Ungerlande, deſſen Bewohner liebkoſend alt es nennen, und wzyx lebt Segen ſpendend auf Afrikas heißem Boden in mancherlei Geſtalten. — Meine Elemente findet man durch die Auflöſung folgender Gleichungen:

$$\alpha)\quad w^4 y + w y^4 + (x+7)^2 (w-y)^2 + 6wy = \\ = (w^2 y - w y^2)^2 - 6(w-y)^2 + w^3 y^3 - wy(x+7)^2;$$

$$\beta)\quad \frac{2wy + 7x + 55}{wy - x - 7} = wy + x;$$

$$\gamma)\quad wy + wz + yz = 108 - w^2;$$

$$\delta)\quad w^3 + y^3 + z^3 = 476.$$

36. Aufgabe. Vier Brüder erbten von einem Verwandten eine gewiſſe Summe Geldes, von welcher jeder gerade ſo viele Dukaten erhielt, als er Jahre zählte. Mit dieſer Summe kauften ſie gemeinſchaftlich mehrere Loſe eines Staatslotterie-Anlehens, und erhielten bei der bald darauf erfolgten Ziehung 7000 Dukaten zurück, die ſie anfänglich zwar nach Verhältniß ihrer Beiträge theilten, dann aber wieder zuſammen gaben und damit gemeinſchaftlich ein Geſchäft unternahmen, welches die drei jüngern Brüder abwechſelnd durch 20 Jahre verwalteten. Nun theilten die vier Brüder den ganzen Fond von $15484\frac{1}{2}$ Dukaten unter ſich zu gleichen Theilen, damit die jüngern Brüder durch die reſpektiven Übrrſchüſſe für die bei der Adminiſtration gehabten Bemühungen entſchädigt würden. — Bezeichnet man die Alterszahlen der vier Brüder der Ordnung nach mit u, x, y und z, ſo findet man die entſprechenden numeriſchen Werthe aus folgenden vier Gleichungen:

I. $(x + z) : 4\sqrt{z} = 19\sqrt{x} : 3\sqrt{155}.$

II. $7\left[z - x + \frac{xz}{z - x}\right] : 43\left[u + x - \frac{ux}{u + x}\right] =$

$= 37\left(\frac{x - u}{z - x}\right) : 19\left(\frac{x + z}{u + x}\right) x.$

III. $(z^2 - y^2) : (z^3 + y^3) = 8 : 1729.$

IV. $(45x - 31y) : y = 62\sqrt{2(z - y)} : 37.$

Durch die Auflöſung dieſer vier Gleichungen wird man in den Stand geſetzt, nachſtehende Fragen zu beantworten:

α) Wie viele Dukaten hat jeder der vier Brüder geerbt?

β) Wie viel gebührte jedem von dem gemachten Gewinne ohne und mit Rückſicht auf die Verwaltungskoſten?

γ) Wie viel Procent hat jedem ſein Antheil ohne Rückſicht auf die Verwaltungskoſten jährlich getragen?

δ) Wie rentirte ſich das erwähnte Geſchäft im Durchſchnitte mit und ohne Berückſichtigung der Verwaltungskoſten?

ε) Wie viel Procent vom Einlagskapital betrugen die jährlichen Verwaltungskoſten, und wie hoch beliefen ſich letztere überhaupt?

ζ) Wie lange hat jeder der drei jüngern Brüder das Vermögen verwaltet?

Es wird hier vorausgeſetzt, daß die Verwaltungskoſten erſt am Schluſſe des ganzen Geſchäftes in Rechnung kommen, daß alſo keiner der Intereſſenten früher irgend etwas vom gemeinſchaftlichen Fonde bezogen hat.

II. Unbeſtimmte Aufgaben.

(§. 238—242 der Alg.)

1. Aufgabe. Welche Zahlen laſſen durch 5 dividirt 1, und durch 11 dividirt 2 zum Reſte? — Antw. 46, 101, 156, 211, 266, 321, 376, . . ., überhaupt alle Zahlen von der Form $N = 55n - 9$, wo n jede beliebige ganze Zahl bezeichnet.

2. Aufgabe. Welche Zahlen ſind durch 7 theilbar, und laſſen durch 6 dividirt 1 zum Reſte? — Antw. 7, 49, 91, 133, 175, . . ., überhaupt alle Zahlen von der Form $N = 7(6n + 1)$.

3. Aufgabe. Welche Zahlen laſſen durch 6 dividirt 1, durch 7 dividirt 2, durch 8 aber 3, und durch 9 endlich 4 zum Reſte? —

Antw. 499, 1003, 1507, 2011, 2511, 3019, . . ., und überhaupt alle Zahlen von der Form N = 504 p — 5, wo p jede beliebige ganze Zahl bezeichnet.

4. Aufgabe. Ein Bauer hatte zwiſchen 700 und 800 Nüſſe zu Markte gebracht, und als er um die beſtimmte Menge derſelben gefragt wurde, gab er zur Antwort: Verkaufe ich 12 Nüſſe um einen Groſchen, ſo bleiben mir 11 Stück übrig; verkaufe ich aber 15 Nüſſe um einen Groſchen, ſo bleiben mir 2 Nüſſe übrig. Wie viel Nüſſe hat der Bauer zu Markte gebracht? — Antw. 707 oder 767.

5. Aufgabe. Ein Knabe ſah auf dem Tiſche ſeines Vaters viele Groſchen liegen, und fragte, wie viel Stücke es ſeyen. Das ſage ich dir nicht, mein Sohn! antwortete der Vater, das mußt du mir ausrechnen. Wenn ich jedem der Zigeuner, die mir heute auf dem Spaziergange begegneten, 5 Groſchen gegeben hätte, ſo wären mir 3 übrig geblieben; würde ich aber jedem der Männer, die in der Fabrik des N arbeiten, 6 Groſchen geben, ſo würden mir 5 Stück übrig bleiben, obgleich ich nicht ganz 6 Gulden habe. Wie viel Groſchen habe ich alſo? Wie viel Zigeuner haben wir heute geſehen, und wie viel Perſonen arbeiten in der Fabrik des N? — Antw. 113 Groſchen, 22 Zigeuner und 18 Arbeiter.

6. Aufgabe. Welche Zahlen laſſen durch 5, 6, 7 und 8 dividirt nach der Reihe die Reſte 3, 1, 0 und 5? — Antw. 133, 973, 1813, 2653, 3493 u. ſ. w., überhaupt alle Zahlen von der Form 840 n + 133.

7. Aufgabe. Welche Zahlen laſſen den Reſt 3, man mag ſie durch 5, 7 oder 9 dividiren? — Antw. 3, 318, 633, 948, 1263, 1578, . . ., und überhaupt alle Zahlen von der Form 315 n + 3.

8. Aufgabe. Welche Zahlen laſſen durch 20 dividirt 13, durch 13 getheilt aber 7 zum Reſte? — Antw. 33, 293, 553, 813, 1073, 1333, 1593 u. ſ. w., überhaupt alle Zahlen von der Form 260 n + 33.

9. Aufgabe. Welche von den durch 3 theilbaren Zahlen laſſen durch 6 dividirt 2 zum Reſte? — Antw. Keine. — Warum?

10. Aufgabe. Welche Zahlen laſſen durch 3, 4, 5 und 6 dividirt 2 zum Reſte, durch 7 dividirt aber 3? — Antw. 122, 542, 962, 1382, 1802, 2222, 2642 u. ſ. w., und im Allgemeinen alle Zahlen von der Form 420 m + 122.

11. Aufgabe. Welche Zahlen laſſen durch 3 oder 6 dividirt 2, und durch 4 oder 8 dividirt 3 zum Reſte? — Antw. Keine. — Warum?

12. Aufgabe. Welche von den durch 5 theilbaren Zahlen laſſen durch 11 dividirt 2, und durch 13 dividirt 11 zum Reſte? — Antw. 310, 1025, 1740, 2455, 3170, 3885 u. ſ. w., allgemein jede Zahl von der Form 5 (143 m — 81).

13. Aufgabe. Ein Bauer fragte ſeinen Nachbarn, wie viel Garben er geerntet habe, und erhielt zur Antwort: Du ſagteſt mir, du hätteſt gerade 7000 Garben geerntet, ich aber habe nicht ganz ſo viel erhalten, doch beträgt der Unterſchied nicht 200 Garben. Es mögen nun 7 oder 8 Garben eine Metze Getreide geben, ſo bleibt mir keine übrig; ſollten aber 9 oder gar 11 Garben auf die Metze gerechnet werden, ſo würde mir in beiden Fällen eine Garbe übrig bleiben. — Antw. 6832 Garben.

14. Aufgabe. Wie ſtark iſt Ihre Kompagnie? fragte Jemand einen Hauptmann, und dieſer erwiederte: Laſſe ich meine Kompagnie (welche zwar über 100 Mann ſtark, aber doch nicht vollzählig iſt, weil ſie ſonſt 150 Köpfe zählen müßte) 5 Mann hoch aufmarſchiren, ſo bleiben mir 3 Mann übrig; laſſe ich ſie 6 Mann hoch aufmarſchiren, ſo bleibt mir 1 Mann übrig; und laſſe ich ſie 8 Mann hoch ausrücken, ſo bleiben mir gar 5 Mann übrig, was ich durchaus nicht leiden kann, und deßhalb laſſe ich meine Kompagnie immer 7 Mann hoch aufmarſchiren, damit jede Reihe vollſtändig iſt. Wie ſtark war alſo die Kompagnie? — Antw. 133 Mann.

15. Aufgabe. Ein Vogelhändler zählte den Vorrath an Kanarienvögeln, der nicht 200 Stück betrug, zwei Mal nach einander, und gab das erſte Mal immer 3 Vögel in einen Käfig, wo ihm 2 übrig blieben; das zweite Mal gab er immer 5 Vögel in einen Käfig, wo ihm nur einer übrig blieb, worüber er ſich denn gewaltig ärgerte. Nun verkaufte er 6 Vögel und einige Käfige dazu, weßhalb er eine neue Anordnung traf, indem er immer 7 Vögel in einen Käfig ſperrte, aber da blieben ihm 3 übrig. Nun ſperrte er in jeden Käfig noch 4 Vögel mehr, und da blieben ihm wieder 3 Vögel übrig, worüber er die Geduld verlor, und keine weitern Verſuche mehr anſtellte. Wie viel Vögel hatte der Vogelhändler? — Antw. 86 Vögel.

16. Aufgabe. Als ein Lehrer gefragt wurde, wie viel Schüler er habe, antwortete er: Ich habe zwiſchen 200 und 300 Schüler,

aber genau weiß ich ihre Anzahl nicht, doch erinnere ich mich, daß, wenn ich 2 Schüler weniger hätte, als ich habe, ihre Anzahl ein Vielfaches von 3 wäre; hätte ich aber 3 Schüler weniger, ſo wäre ihre Anzahl ein Vielfaches von 7; hätte ich endlich einen Schüler mehr als ich habe, ſo wäre ihre Anzahl theilbar durch 10. Wie viel Schüler habe ich alſo? — Antw. 269.

17. *Aufgabe.* A erzählte ſeinem Freunde, daß er einen außerordentlich reichen Ökonomen kenne, der 704 Stück Rindvieh, nämlich Ochſen und Kühe habe, und daß derſelbe alſo 19 Mal ſo viel Ochſen, und 23 Mal ſo viel Kühe habe als er. Wie viel Ochſen und wie viel Kühe hatte alſo A? — Antw. 31 Ochſen und 5 Kühe, oder 8 Ochſen und 24 Kühe.

18. *Aufgabe.* Ein Knabe von 14 Jahren, der plötzlich ſeinen Vater und mit ihm jede Unterſtützung verloren hatte, ging zu einem Kaufmanne, und bat, als Lehrjunge aufgenommen zu werden. Kannſt du auch gut rechnen? fragte der Kaufmann, und als er eine bejahende Antwort erhielt, gab er dem Knaben folgende Aufgabe: Heute verlangte Jemand von mir für 183 fl. 12 kr. W. W. Kaffee und Zucker. Nun koſtet das Pfund Kaffee 2 fl. 36 kr. und das Pfund Zucker 1 fl. 24 kr., berechne mir alſo, auf wie vielerlei Art ich das Verlangen des Käufers hätte erfüllen können, und beſtimme mir, wie ich es wirklich erfüllt habe, indem ich dir noch ſage, daß ſowohl das Gewicht des überſchickten Kaffees als auch das Gewicht des Zuckers durch gerade Zahlen ausgedrückt werden müſſen, damit ihre Summe gerade durch 10 theilbar würde.

Antw. Entweder	1	Pfund	Kaffee	und	129	Pfund	Zucker,
oder	8	»	»	»	116	»	»
»	15	»	»	»	103	»	»
»	22	»	»	»	90	»	»
»	29	»	»	»	77	»	»
»	36	»	»	»	64	»	»
»	43	»	»	»	51	»	»
»	50	»	»	»	38	»	»
»	57	»	»	»	25	»	»
»	64	»	»	»	12	»	»

Demnach hat der Kaufmann 36 Pfund Kaffee und 64 Pfund Zucker überſendet.

19. Aufgabe. Eine Bäuerin brachte 100 Stück Geflügel zu Markte, und zwar Hühner, Gänſe und Änten, und als ſie gefragt wurde, wie viel Stücke ſie von jeder Sorte habe, gab ſie zur Antwort: Ich weiß das nicht mehr genau, aber das weiß ich, daß die dreifache Anzahl meiner Hühner und die fünffache Anzahl meiner Gänſe zuſammen gerade fünfzehn Mal ſo viel beträgt als die Anzahl meiner Änten. Wie viel Stücke hat nun die Bäuerin von jeder Sorte zu Markte gebracht?

Antw.	Entweder	80 Hühner,	3 Gänſe	und	17 Änten,
	oder	70 »	12 »	»	18 »
	»	60 »	21 »	»	19 »
	»	50 »	30 »	»	20 »
	»	40 »	39 »	»	21 »
	»	30 »	48 »	»	22 »
	»	20 »	57 »	»	23 »
	»	10 »	66 »	»	24 »

20. Aufgabe. Drei Studenten A, B und C wohnten zuſammen, und A gab, als er gefragt wurde, wie viel jeder von ihnen monatlich zu verzehren habe, folgende Antwort, um den neugierigen Frager in Ungewißheit zu laſſen: Hätte ich fünf Mal ſo viel monatlich zu verzehren, als ich wirklich habe, ſo würden mir doch noch 18 Gulden fehlen, bis ich vier Mal ſo viel hätte als B, und C bekommt in 3 Monaten nur um 6 Gulden weniger als B in 4 Monaten. Wie viel hat alſo jeder von uns monatlich zu verzehren?

Antw.	A	6	oder	18	oder	30	oder	42	oder	54	oder	66	u. ſ. w.
	B	12	»	27	»	42	»	57	»	72	»	87	»
	C	14	»	34	»	54	»	74	»	94	»	114	»

21. Aufgabe. In einem Garten arbeiteten 26 Perſonen, Männer, Weiber und Kinder durch 8 Tage, und zwar erhielt jeder Mann einen Thaler, jede Frau einen Gulden, und jedes Kind 40 Kreuzer täglichen Lohn, weßhalb der Eigenthümer des Gartens in jenen 8 Tagen eine Auslage von 240 Gulden hatte. Wie viel Männer, wie viel Weiber und wie viel Kinder haben denn nun im Garten wohl gearbeitet?

Antw.	Entweder	10	oder	12	oder	14 Männer,
	»	13	»	8	»	3 Weiber, und
	»	3	»	6	»	9 Kinder.

22. Aufgabe. A bittet den B, er möge ihm 88 Gulden leihen. Wenn nun B nur Zehngulden-, Fünfgulden- und Zweiguldenſcheine hat, wie viel von jeder Sorte muß er geben, damit er jene Summe zahlen kann, wenn die Anzahl ſeiner Fünfguldenſcheine zur Anzahl ſeiner Zweiguldenſcheine ſich verhält wie 7 : 3? — Antw. Er kann jene Summe gar nicht zahlen. Warum?

23. Aufgabe. A kaufte ſich mehrere Sacktücher von drei verſchiedenen Gattungen. Die Anzahl von der erſten Gattung mit 4 multiplizirt, und um die fünffache Anzahl von der dritten Gattung vermehrt, beträgt 13 Stück mehr als die doppelte Anzahl von der zweiten Gattung; aber das Siebenfache der Anzahl von der zweiten Gattung und das Fünffache der Anzahl von der dritten Gattung zuſammen ſind um 10 Stück mehr als die dreifache Anzahl von der erſten Gattung anzeigt. Wie viel Stücke hat A von jeder Gattung gekauft? — Antw. Von der erſten 3, von der zweiten 2, und von der dritten 1 Stück.

24. Aufgabe. Einige Räuber nahmen einem Reiſenden ſeine Börſe ab, in welcher 259 Geldſtücke waren, nämlich Dukaten, Zweiguldenſtücke, und mehrere kleine Päckchen, deren jedes einen Thaler in Scheidemünze enthielt; und der Werth des geſammten geraubten Geldes betrug 700 Gulden. Wie viel Stücke waren von jeder Münzſorte in der Börſe, wenn der Dukaten zu 4 fl. 30 kr. gerechnet wurde? — Antw. Die Anzahl der Dukaten war 103, 102, 101, 100, 99, 98 u ſ. w. — Die Anzahl der Zweiguldenſtücke war 5, 11, 17, 23, 29, 35 u. ſ. w. — Die Anzahl der Thaler war 151, 146, 141, 136, 131, 126 u. ſ. w.

* Wie vielerlei Auflöſungen ſind hier möglich?

25. Aufgabe. Man ſoll die Zahl 24 in drei Theile zerlegen, von der Beſchaffenheit, daß das Dreifache des erſten, das Vierfache des zweiten, und das Fünffache des dritten Theiles zuſammen genommen, d. i. die Summe dieſer 3 Produkte gleich der Zahl 98 werde. Welche Theile ſind es? — Antw. 10, 2 und 12; oder 9, 4 und 11; oder 8, 6 und 10; oder 7, 8 und 9; oder 6, 10 und 8; oder 5, 12 und 7; oder 4, 14 und 6; oder 3, 16 und 5; oder 2, 18 und 4; oder 1, 20 und 3.

26. Aufgabe. Eine Hausfrau brachte 162 Stück Obſt, nämlich Äpfel, Birnen, Nüſſe und Aprikoſen nach Hauſe, und zwar machten die Nüſſe und die Aprikoſen noch ein Mal ſo viel Stücke als

die Äpfel und Birnen zuſammen. Bei Tiſche erzählte ſie, daß ſie 2 Äpfel für einen Groſchen, aber 5 Birnen für einen Groſchen, und 10 Nüſſe um dasſelbe Geld erhalten, und daß ſie 5 Kreuzer für 6 Aprikoſen bezahlt habe; alſo, fuhr ſie fort, bekam ich auf meinen Zweiguldenzettel nur 8 Kreuzer heraus. Wie viel Stücke hatte die Frau von jeder Obſtgattung gekauft?

Antw. Entweder 40 Äpfel, 14 Birnen, 87 Nüſſe und 21 Aprikoſen.
oder 24 » 30 » 60 » » 48 »
» 8 » 46 » 33 » » 75 »

27. Aufgabe. Man verlangt zwei ganze poſitive Zahlen, deren Produkt und Summe zuſammen genommen die Zahl 116 gibt. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 8 und 12.

28. Aufgabe. Es werden zwei ganze poſitive Zahlen geſucht von der Beſchaffenheit, daß die Differenz zwiſchen ihrem Produkte und dem Zwölffachen ihres Unterſchiedes gleich 36 werde. Wie heißen dieſe Zahlen? — Antw. 6 und 6, oder 15 und 8, oder 24 und 9, oder 42 und 10, oder 96 und 11.

29. Aufgabe. Man verlangt zwei Zahlen von der Beſchaffenheit, daß die Summe ihrer Quadrate wieder ein Quadrat werde. Wie werden dieſe Zahlen gefunden? — Antw. Es ſeyen m und n zwei unbeſtimmte, willkürliche Zahlen, ſo iſt die eine geſuchte Zahl $x = m^2 - n^2$, und die andere $y = 2mn$; z. B. 3 und 4, 6 und 8, 5 und 12, 12 und 16, 20 und 21 u. ſ. w.

30. Aufgabe. Es werden zwei ſolche Zahlen geſucht, daß die Differenz ihrer Quadrate auch eine Quadratzahl ſey. Wie werden dieſe Zahlen gefunden? — Antw. Die eine geſuchte Zahl iſt $x = m^2 + n^2$, und die andere $y = 2mn$ oder auch $y = m^2 - n^2$, wo m und n willkürliche Zahlen bezeichnen. Z. B. 5 und 4, 10 und 6, 13 und 12, 17 und 8, 20 und 16, 25 und 24 u. ſ. w.

31. Aufgabe. Man verlangt zwei ganze poſitive Zahlen, deren Eigenſchaften durch die Gleichung $5x^2 + 4y = 80$ ausgedrückt werden. Wie heißen dieſe Zahlen? — Antw. 2 und 15.

32. Aufgabe. Man verlangt zwei Zahlen, deren Eigenſchaften durch die Gleichung $4x^2 + 3x - y^2 = 21$ gegeben werden. Wie heißen dieſe Zahlen? — Antw. 7 und 14, oder 21·25 und 43, oder $12\frac{2}{3}$ und $25\frac{2}{3}$, u. ſ. w.

33. Aufgabe. Man verlangt zwei Zahlen von der Beſchaffenheit, daß ihr Produkt und der Quotient aus der einen Zahl in die

andere zuſammen genommen gleich 40 ſey. Wie heißen dieſe Zahlen? — Antw. 20 und 1, oder 16 und 2, oder 12 und 3, u. ſ. w.

34. Aufgabe. Man verlangt zwei ganze poſitive Zahlen von der Beſchaffenheit, daß die Differenz ihrer Quadrate und der doppelte Unterſchied beider Zahlen zuſammen genommen gleich 36 werde. Wie heißen dieſe beiden Zahlen? — Antw. 7 und 9.

35. Aufgabe. Man verlangt zwei poſitive Zahlen, deren Eigenſchaften durch die Gleichung $y^2 = 2x^2 - 3x + 25$ gegeben werden. Wie heißen dieſe Zahlen? — Antw. 5 und $\frac{3}{2}$, oder 18 und 13, oder 12 und 8·5, oder $6\frac{4}{7}$ und $3\frac{6}{7}$, u. ſ. w.

36. Aufgabe. Man verlangt zwei ganze poſitive Zahlen, deren Eigenſchaften durch die Gleichung $y^2 = 14 + 7x + 4x^2$ gegeben ſind. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 5 und 1, oder 22 und 10.

37. Aufgabe. Es werden zwei ganze poſitive Zahlen von der Beſchaffenheit geſucht, daß ihre Eigenſchaften durch die Gleichung $(x+y)(x-y) + 3(2x-y) = 32$ ausgedrückt werden. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 6 und 5, oder 36 und 37.

38. Aufgabe. Man verlangt zwei ganze poſitive Zahlen von der Beſchaffenheit, daß das halbe Quadrat einer derſelben um 1 größer ſey, als das Quadrat der andern Zahl. Wie heißen beide Zahlen? Antw. 2 und 1, oder 10 und 7.

39. Aufgabe. A fragte den B, wie viel Pferde er im Stalle habe, worauf B folgende räthſelhafte Antwort gab: Mein Bruder hat ein Pferd mehr, und meine Schweſter ein's weniger als ich; multiplizire ich aber die Anzahl der Pferde meines Bruders mit der Anzahl der Pferde meiner Schweſter, ſo finde ich dieſelbe Zahl, welche ich erhalte, wenn ich die Anzahl der Pferde meines Vaters mit der Anzahl Pferde meines Onkels (der doch nur halb ſo viele Pferde hat als mein Vater) multiplizire. Wie viel Pferde habe ich alſo, und jede der genannten Perſonen? — Antw. B hatte 3, ſein Bruder 4, ſeine Schweſter 2, ſein Vater 4, und ſein Onkel 2 Pferde.

40. Aufgabe. Man ſoll zwei poſitive rationale Zahlen ſuchen, welche der Gleichung

$$2x^2 + y^2 = 5 + x$$

Genüge leiſten. — Es kommt hier bloß darauf an, die allgemeine Form der numeriſchen Werthe von x und y zu beſtimmen.

Aufgaben für die Anwendung der Progreſſionen.
(§. 243—257 der Alg.)

1. **Aufgabe.** Eine Frau, welche ihr Glück in der Zahlenlotterie verſuchte, ſetzte das erſte Mal 6 Kreuzer, dann 9, dann 12 Kreuzer, und ſo jedes folgende Mal um einen Groſchen mehr, bis ſie endlich in der 25ſten Ziehung gewinnt. Wie viel hat ſie das letzte Mal, und wie viel im Ganzen geſetzt? — Antw. Das letzte Mal 1 fl. 18 kr., und im Ganzen 17 fl. 30 kr.

2. **Aufgabe.** Ein Vater verſprach ſeinem ſtudierenden Sohne für die erſte fehlerfreie Aufgabe in jedem Monate 5 Kreuzer Conv. M., und für jede folgende fehlerfreie Aufgabe immer um 5 Kreuzer mehr, und ſo mußte der Vater ſeinem Sohne für die am letzten März fehlerfrei gelieferte Aufgabe gerade einen Thaler zahlen. Wie viel fehlerfreie Aufgaben hat der Sohn im März geliefert, und wie viel Geld hat er von ſeinem Vater erhalten? — Antw. 18 gute Aufgaben, wofür er 14 fl. 15 kr. erhielt.

3. **Aufgabe.** Als Cajus ſeinen Vater Geld zählen ſah, fragte er ihn, wie viel Geld es ſey? worauf ihm ſein Vater antwortete: Ich habe 253 Gulden in lauter Sechskreuzer-Stücken. Lege ich dieſe Geldſtücke in der Form eines Trapezes auf den Tiſch, ſo daß in die erſte Reihe 10 Stück, in die letzte aber 100 Stück zu liegen kommen, ſo erhalte ich gerade ſo viele Reihen, als ich Jahre zähle, und wenn du mir nun mein Alter berechnen kannſt, ſo ſchenke ich dir ſo viele Geldſtücke, wie viel in jeder Reihe mehr liegen, als in der unmittelbar vorhergehenden. Wie alt war der Vater, und wie viel Geldſtücke erhielt Cajus im Falle der richtigen Auflöſung der an ihn geſtellten Frage? — Antw. Der Vater war 46 Jahre alt, und Cajus erhielt 2 Geldſtücke.

4. **Aufgabe.** Es ließ Jemand einen Körper von einer Höhe von 960 Fuß fallen, und in 8 Sekunden hatte der Körper die Erde erreicht. Wenn wir nun vorausſetzen, daß der Körper in der erſten Sekunde gerade 15 Fuß zurückgelegt hat, ſo entſteht die Frage, um wie viel hat die Geſchwindigkeit des Körpers in jeder folgenden Sekunde zugenommen? — Antw. Um 30 Fuß.

5. **Aufgabe.** A erzählte ſeinem Freunde, er habe den Weg von Wien bis Lemberg, alſo einen Weg von 102 Meilen, in 17 Tagen zu Fuß zurückgelegt, was ihm gar nicht beſchwerlich gefallen ſey, indem er am erſten Tage nur eine kleine Strecke zurückgelegt habe, am

zweiten Tage aber eine halbe Meile mehr, und ſo an jedem folgenden Tage immer eine halbe Meile mehr, als am vorhergehenden Tage. Wie viel Meilen hat A am erſten Tage gemacht? — Antw. 2 Meilen,

6. Aufgabe. A nahm einen Bedienten auf und ſagte ihm: ich gebe dir im erſten Jahre nur 30 Gulden Lohn, wenn du aber dich ſo benimmſt, wie ich es wünſche und verlange, ſo bekommſt du im zweiten Jahre 40 Gulden, im dritten 50, und ſo in jedem folgenden Jahre 10 Gulden mehr. Bleibſt du endlich 10 Jahre oder gar noch länger in meinen Dienſten, ſo ſichere ich dir den letzten Jahrgehalt als lebenslängliche Penſion zu. Nun blieb der Bediente wirklich über 10 Jahre bei ſeinem Herrn, und da er ſich ein kleines Sümmchen erſpart hatte, ſo legte er ſeinen ganzen Gehalt im letzten Jahre zu $4\frac{1}{2}$ Procent an, und erhielt ſo in 20 Jahren 126 Gulden an Intereſſen. Wie lange war jener Bedienter bei A in Dienſten, und wie viel Lohn hatte er im letzten Jahre erhalten? — Antw. Er ſtand 12 Jahre in Dienſten, und erhielt alſo im letzten Jahre 140 Gulden,

7. Aufgabe. Ein alter Kaufmann, der nur noch wenige Tage zu leben hatte, ließ ſeinen Sohn, der ein lockerer Geſelle war, zu ſich kommen, um ihn zur Thätigkeit und Ordnung aufzufordern, und ſagte ihm unter andern: Ich treibe das Handelsgeſchäft nun gerade 50 Jahre, und bin es endlich müde, weßhalb ich dir mein ganzes Vermögen übergeben will, wenn du mir verſprichſt, ein ordentlicher Mann zu ſeyn. Ich habe mit Wenigem angefangen, denn ich hatte nur 2000 fl, und beſitze nun ein großes Vermögen. Verbindeſt du demnach, wie ich, Klugheit mit Sparſamkeit, ſo kannſt du es weit bringen; denn ſiehe, ich verglich geſtern alle meine Bücher und Journale, und fand folgendes merkwürdige Reſultat: Im erſten Jahre meines öffentlichen Lebens als Kaufmann gewann ich außer der Summe, die ich zur Beſtreitung meiner Bedürfniſſe nöthig hatte, mit jenem kleinen Kapitale 2 Procent, im zweiten Jahre 4, im dritten 6, und ſo in jedem folgenden Jahre 2 Procent mehr, als im vorhergehenden Jahre, bei welcher Rechnung, wie dir einleuchtend ſeyn wird, immer jenes anfängliche Kapital zu Grunde gelegt iſt, und heute, am Ende des 50ſten Jahres meines kaufmänniſchen Lebens, trete ich dir die ganze ſehr beträchtliche Summe mit der Hoffnung ab, daß du nach 50 Jahren ſo getroſt deinem Ende entgegen ſehen kannſt, wie ich. Wie groß war das Vermögen, welches der Kaufmann ſeinem Sohne abtrat? — Antw. 53000 fl.

8. Aufgabe. Ein Jugendfreund übergab einem Lehrer eine gewiſſe Summe Geldes, um ſie unter ſeine 25 armen Schüler auf folgende Art zu vertheilen: Der Lehrer ſollte eine ſchriftliche Ausarbeitung machen laſſen, die Schüler nach der Qualität ihrer Arbeit klaſſificiren, und dem erſten das Meiſte geben, dem zweiten etwas weniger, dem dritten um eben ſo viel weniger, u. ſ. w. Auf dieſe Art erhielt der dritte und vierzehnte zuſammen 30 Gulden, der ſiebente und letzte aber zuſammen 20 Gulden. Wie viel erhielt jeder dieſer vier Schüler, und wie viel erhielten alle 25 Schüler zuſammen? — Antw. Der dritte 18 fl. 40 kr., der ſiebente 16 fl., der vierzehnte 11 fl. 20 kr, der letzte 4 fl, und alle Schüler zuſammen 300 fl.

9. Aufgabe. A hatte eine gewiſſe Schuld an B zu entrichten, und kam mit ihm überein, dieſelbe in 15 monatlichen Raten ſo abzutragen, daß er im erſten Monate 12 fl., im nächſten Monate einige Gulden mehr, und ſo in jedem folgenden Monate um eben ſo viel mehr abbezahlen ſollte. Wie viel ſchuldete A an B, wenn das letzte Ratum 54 fl. betrug, und um wie viel ſtiegen die einzelnen Raten? — Antw. Die ganze Schuld betrug 495 fl., und demnach mußte er in jedem folgenden Monate 3 fl. mehr bezahlen.

10. Aufgabe. Man ſoll zwiſchen 0 und 12 ſo viele Zahlen einſchalten, daß dieſe mit den zwei gegebenen Zahlen eine arithmetiſche Progreſſion bilden, deren Summe gleich 150 werde. Wie groß iſt die Differenz der Reihe, und wie viele Glieder müſſen zwiſchen 0 und 12 eingeſchaltet werden? — Antw. Die Differenz der Reihe iſt $\frac{1}{2}$, und es liegen zwiſchen 0 und 12 demnach 23 Glieder.

11. Aufgabe. Wie viel Tauben haſt du hier? fragte ein Herr einen Bauernjungen. Dieſer verſetzte: Wenn Sie meine Tauben kaufen wollen, ſo zahlen Sie mir für die erſte einen Groſchen, für die zweite 4 Kreuzer, und ſo für jede folgende einen Kreuzer mehr. Wollen Sie alſo den Handel ſchließen, ſo zahlen Sie mir Summa Summarum 6 Gulden und 5 Groſchen. Der Herr nahm die Tauben um den verlangten Preis, und fand, daß ihm jede Taube im Durchſchnitt weniger koſtete, als die Anzahl der Tauben anzeigte. Wie viel Tauben waren es, und wie theuer kam eine im Durchſchnitte? — Antw. Es waren 25 Tauben, deren jede alſo auf 15 kr. kam.

12. Aufgabe. Man ſoll eine arithmetiſche Progreſſion bilden von der Beſchaffenheit, daß das ſiebente und ſiebzehnte Glied addirt, 8 zur Summe gebe, und das Produkt aus dem erſten Glied in das

achtzehnte gleich 2 werde. Endlich ſey 7 das letzte Glied der verlangten Reihe. Welche Zahlen bilden dieſe Reihe? Wie viel Glieder hat die Reihe? Wie groß iſt ihre Summe? — Antwort. Die Reihe iſt ÷ $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$. 1 . $\frac{4}{3}$. $\frac{5}{3}$. 2 . . . 7; ſie hat alſo 21 Glieder, und ihre Summe iſt = 77.

13. Aufgabe. Man ſoll zwiſchen 5 und 135 zwei Glieder einſchalten, ſo, daß eine geometriſche Progreſſion von 4 Gliedern erhalten werde. Wie heißen die beiden eingeſchalteten Glieder? — Antw. 15 und 45.

14. Aufgabe. Es wird eine geometriſche Progreſſion verlangt, deren erſtes Glied = 1, deren letztes = $38\frac{227}{512}$, und deren Summe = $113\frac{169}{512}$ iſt. Wie heißt der Exponent der Reihe? Wie viel Glieder hat die Reihe? — Antw. Der Exponent der Reihe iſt $\frac{3}{2}$, und die Reihe hat 10 Glieder.

15. Aufgabe. Die Summe einer geometriſchen Progreſſion von 12 Gliedern iſt = 797160, und der Quotient der Reihe = 3. Wie heißt das erſte und letzte Glied? — Antw. Das erſte Glied iſt 3, das letzte aber 531441.

16. Aufgabe. Man hat eine geometriſche Progreſſion von der Beſchaffenheit, daß die Summe der drei erſten Glieder = 28, die Summe der drei folgenden Glieder aber = $3\frac{1}{2}$ iſt. Welche Zahlen ſind es? — Antw. 16, 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, . . .

17. Aufgabe. Man ſoll eine geometriſche Progreſſion von neun Gliedern bilden, welche ſo beſchaffen iſt, daß das Produkt der beiden äußern Glieder = 321489, die Summe des vierten und ſechsten Gliedes aber = 1890 werde. Welche Zahlen bilden dieſe Progreſſion? — Antw. 7, 21, 63, 189, 567, 1701, 5103, 15309, 45927.

18. Aufgabe. Es gibt vier Zahlen, die in geometriſcher Progreſſion, und vier Zahlen, die in arithmetiſcher Progreſſion ſtehen, und zugleich die Eigenſchaft haben, daß, wenn man von den Gliedern der geometriſchen Progreſſion die gleichnamigen Glieder (d i. jene, welche gleiche Indices haben) der arithmetiſchen Progreſſion abzieht, nach und nach die Reſte 1, 5, 19 und 53 erhalten werden. Welches ſind die verlangten Zahlen? — Antw. ÷÷ 10 : 20 : 40 : 80,

und ÷ 9 ÷ 15 ÷ 21 ÷ 27.

19. Aufgabe. Man hat eine ſteigende arithmetiſche Progreſſion von drei Gliedern, deren erſtes Glied = 12, und deren Differenz 2 iſt. Man ſoll eine geometriſche Progreſſion bilden, bei welcher der Quo-

tient auch 2 iſt, und die Summe der erſten drei Glieder eben ſo groß iſt, als die Summe der drei erſten Glieder jener arithmetiſchen Progreſſion. Wie heißt die geometriſche Progreſſion? —

Antw. $\div\!\div$ 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192 : 384 : . . .

20. Aufgabe. Man ſoll zwiſchen je zwei Gliedern der Progreſſion $\div\!\div$ 1 : 12 : 12^2 : 12^3 : . . . zwei Glieder ſo einſchalten, daß wieder eine geometriſche Progreſſion erhalten werde, und dieſe neue Reihe ſo weit fortſetzen, bis man zur Zahl 1728 kommt. Wie viel Glieder wird man alſo nehmen müſſen? — Antw. 10 Glieder.

21. Aufgabe. Wie heißt die arithmetiſche Progreſſion, in welcher ein gewiſſes Glied das Vierfache des ſechsten Gliedes und deſſen Index dem achten Gliede der Progreſſion gleich iſt, bei welcher endlich die Summe der vier erſten Glieder gleich iſt dem vierzehnten Gliede?

Antw. $\div$ 7 . 10 . 13 . 16 . 19 . . . . 88.

22. Aufgabe. In einer arithmetiſchen Progreſſion iſt die Summe des erſten und ſiebenten Gliedes = 29, das dritte und ſechste Glied zuſammen = 33·5, und die Summe aller Glieder = 966; man beſtimme die Progreſſion, das letzte Glied und die Anzahl der Glieder.

23. Aufgabe. In einer geometriſchen Progreſſion iſt die Summe der erſten fünf Glieder = 155, und die Summe der folgenden fünf Glieder = 4960; man ſoll die Progreſſion ſelbſt beſtimmen.

24. Aufgabe. Dividirt man die erſten vier Glieder einer geometriſchen Progreſſion durch die gleichnamigen Glieder einer gewiſſen arithmetiſchen Progreſſion, ſo findet man der Ordnung nach die Quotienten 2, 6, 24 und 108; man ſoll die Anfangsglieder beider Progreſſionen berechnen.

Die Auflöſung dieſer Aufgabe wird zu mehreren bemerkenswerthen Fragen Veranlaſſung geben, welche der fleißige Schüler gehörig erörtern wird.

Logarithmen.

1) $\text{Log. } A . B = \text{Log. } A + \text{Log. } B.$

2) $\text{Log. } \frac{A}{B} = \text{Log. } A - \text{Log. } B.$

3) $\text{Log. } A^n = n . \text{Log. } A.$

4) $\text{Log}\ \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \cdot \text{Log}.\ A.$

5) $\text{Log}.\ a\,b\,c\,d = \text{Log}.\ a + \text{Log}.\ b + \text{Log}.\ c + \text{Log}.\ d.$

6) $\text{Log}.\ \frac{a\,b}{c\,d} = \text{Log}.\ a + \text{Log}.\ b - \text{Log}.\ c - \text{Log}.\ d.$

7) $\text{Log}.\ a^m\,b^n\,c^p = m\,\text{Log}.\ a + n\,\text{Log}.\ b + p\,\text{Log}.\ c.$

8) $\text{Log}.\ \frac{a^m\,b^n}{c^p} = m\,\text{Log}.\ a + n\,\text{Log}\ b - p\,\text{Log}.\ c.$

9) $\text{Log}.\ a^{-m} = -\ m\,\text{Log}.\ a.$

10) $\text{Log}.\ \frac{a^n\,b^m\,c^{-p}}{d^q} = n\,\text{Log}.\ a + m\,\text{Log}.\ b - p\,\text{Log}.\ c - q\,\text{Log}.\ d.$

11) $\text{Log}.\ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{1}{n}\,(\text{Log}.\ a - \text{Log}.\ b).$

12) $\text{Log}.\ \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \frac{1}{n}\,\text{Log}.\ a - \frac{1}{m}\,\text{Log}.\ b.$

13) $\text{Log}.\ \frac{\sqrt[n]{a\,b}}{\sqrt[m]{c\,d}} = \frac{1}{n}\,\text{Log}.\ a + \frac{1}{n}\,\text{Log}.\ b - \frac{1}{m}\,\text{Log}.\ c - \frac{1}{m}\,\text{Log}.\ d.$

14) $\text{Log}.\ \frac{a\,\sqrt[n]{b}}{c\,\sqrt[m]{d}} = \text{Log}.\ a + \frac{1}{n}\,\text{Log}.\ b - \text{Log}.\ c - \frac{1}{m}\,\text{Log}.\ d.$

15) $\text{Log}.\ \sqrt[n]{\frac{a^m\,\sqrt[m]{b}}{c^p\,\sqrt[q]{d}}} = \frac{1}{n}\left[\ m\,\text{Log}.a + \frac{1}{m}\,\text{Log}.b - p\,\text{Log}.c - \frac{1}{q}\,\text{Log}.d\right].$

16) $\text{Log}.\ \frac{(a+x)^m}{(a-x)^n} = m\,\text{Log}.\ (a+x) - n\,\text{Log}.\ (a-x).$

17) $\text{Log}.\ \frac{a^2 - x^2}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \text{Log}.\ (a+x) + \text{Log}.\ (a-x) - \frac{1}{2}\,\text{Log}.\ (a^2 + x^2).$

18) $\text{Log}.\ \frac{1}{a^3\,\sqrt[4]{1 - x^2}} = -\ 3\,\text{Log}.\ a - \frac{1}{4}\,\text{Log}.\ (1+x) - \frac{1}{4}\,\text{Log}.\ (1-x).$

19) $\text{Log}.\ \frac{a+x}{a\,\sqrt[3]{a\,b^4}} = \text{Log}.\ (a+x) - \frac{4}{3}\,\text{Log}.\ a - \frac{4}{3}\,\text{Log}\ b.$

20) $\text{Log.}\,\frac{a^n\sqrt{1+x}}{(1-x)\sqrt[m]{c}} = n\,\text{Log.}a + \tfrac{1}{2}\text{Log.}(1+x) - \text{Log.}(1-x) - \frac{1}{m}\,\text{Log.}c.$

21) $\text{Log.}\,\frac{(a^4-x^4)\sqrt{1-x^2}}{\sqrt[3]{15+7x-2x^2}} = \text{Log.}(a^2+x^2) + \text{Log.}(a+x)$
$+ \text{Log.}(a-x) + \tfrac{1}{2}\text{Log.}(1+x) + \tfrac{1}{2}\text{Log.}(1-x)$
$- \tfrac{1}{3}\text{Log.}(3+2x) - \tfrac{1}{3}\text{Log.}(5-x).$

22) $\text{Log.}\,\sqrt{\frac{12a^3\sqrt[3]{ab}}{35b\sqrt{a^2b}}} = \tfrac{1}{2}\text{Log.}3 + \text{Log}\,2 - \tfrac{1}{2}\text{Log.}5$
$- \tfrac{1}{2}\text{Log.}7 + \tfrac{17}{12}\text{Log.}a - \tfrac{5}{12}\text{Log.}b.$

23) $\text{Log.}\,a^x = x\,\text{Log.}a.$

24) $\text{Log.}(x^{\text{Log.}a} \,.\, a^{\text{Log.}x}) = 2\,\text{Log.}x \,.\, \text{Log.}a.$

25) $\text{Log.}(301 \times 593) = 5{\cdot}2516212.$

26) $\text{Log.}(713 \times 857) = 5{\cdot}7860703.$

27) $\text{Log}\,(4729 \times 3712) = 7{\cdot}2443773.$

28) $\text{Log.}(7348 \times 6400) = 7{\cdot}6723491.$

29) $\text{Log.}(59 \times 67 \times 314) = 6{\cdot}0938564.$

30) $\text{Log.}\,\tfrac{7}{4} = 0{\cdot}2430380.$

31) $\text{Log.}\,\tfrac{367}{79} = 0{\cdot}6670390.$

32) $\text{Log.}\,\tfrac{763}{312} = 0{\cdot}3883699.$

33) $\text{Log.}\,2\tfrac{3}{4} = 0{\cdot}4393327.$

34) $\text{Log.}\,23\tfrac{5}{7} = 1{\cdot}3750101.$

35) $\text{Log.}\,354\tfrac{13}{20} = 2{\cdot}5498000.$

36) $\text{Log.}\,\tfrac{3}{4} = -\,0{\cdot}1249387 = 0{\cdot}8750613 - 1.$

37) $\text{Log}\,\tfrac{1}{5} = -\,0{\cdot}6989700 = 0{\cdot}3010300 - 1.$

38) $\text{Log.}\,\tfrac{3}{17} = -\,0{\cdot}7533276 = 0{\cdot}2466724 - 1.$

39) $\text{Log.}\,\tfrac{35}{87} = -\,0{\cdot}3954513 = 0{\cdot}6045487 - 1.$

40) $\text{Log.}\,\tfrac{37}{542} = -\,1{\cdot}1665981 = 0{\cdot}8334019 - 2.$

41) $\text{Log.}\,\tfrac{12}{4937} = -\,2{\cdot}6142819 = 0{\cdot}3857181 - 3.$

42) $\text{Log.}\,\tfrac{971}{85963} = -\,1{\cdot}9470924 = 0{\cdot}0529076 - 2.$

43) $\text{Log.}\,47{\cdot}8 = 1{\cdot}6794279.$

44) $\text{Log.}\,630{\cdot}5 = 2{\cdot}7996851.$

45) Log. 7·49 = 0·8744818.

46) Log. 0·723 = 0·8591383 — 1.

47) Log. 1·9458 = 0·2890982.

48) Log. 53800 = 4·7307823.

49) Log 538 = 2·7307823.

50) Log. 53·8 = 1·7307823.

51) Log. 5·38 = 0·7307823.

52) Log. 0·538 = 0·7307823 — 1.

53) Log. 0·0538 = 0·7307823 — 2.

54) Log. 0·00538 = 0·7307823 — 3.

55) Log. 0·000538 = 0·7307823 — 4.

56) Log. $\frac{743 \times 512}{619}$ = 2·7885682.

57) Log. $\frac{827 \times 314}{539 \times 675}$ = 0·8535425 — 1.

58) Log. $\frac{7369}{473 \times 5670}$ = 0·4289644 — 3.

59) Log. $\frac{83 \times 24\frac{3}{5}}{87 \times 3{\cdot}8}$ = 0·7907103.

60) Log. $\frac{7\frac{3}{4} \times 5\frac{6}{7}}{2\frac{1}{3} \times 40\frac{3}{8}}$ = 0·6529349 — 1.

61) Log. $\frac{0{\cdot}3478 \times 3{\cdot}257}{4{\cdot}569 \times 2{\cdot}48}$ = 0·9998745 — 2.

62) Log. 31^3 = 4·4740851.

63) Log. 29^4 = 5·8495920.

64) Log. 318^7 = 17·5169898.

65) Log. $\frac{94^3 . 5^4 . 6^2}{17^2 . 13^3}$ = 4·4688383.

66) Log. $\left(\frac{43}{5}\right)^3$ = 2·8034954.

67) Log. $\left(\frac{316}{47}\right)^5$ = 4·1379460.

68) Log. $\left(\frac{3}{4}\right)^{30}$ = 0·2518379 — 4.

69) Log. $\left(\frac{1}{12}\right)^{15}$ = 0·8122820 — 17.

70) Log. $\left(\frac{3\frac{4}{5} \cdot 2{\cdot}8}{6\frac{1}{2}}\right)^3 = 0{\cdot}6420846.$

71) Log. $\left(\frac{73^2 \cdot (40{\cdot}35)^3}{12^3 \cdot (4\frac{3}{5})^2}\right)^2 = 7{\cdot}9622338.$

72) Log. $\left(\frac{63\,(2{\cdot}345)^4}{7{\cdot}48}\right)^3 = 7{\cdot}2180303.$

73) Log. $\sqrt{29} = 0{\cdot}7311990.$

74) Log $\sqrt[3]{47} = 0{\cdot}5573660.$

75) Log. $\sqrt[4]{83} = 0{\cdot}4797695.$

76) Log. $\sqrt{3728} = 1{\cdot}7857380.$

77) Log. $\sqrt{5476980} = 3{\cdot}3692705.$

78) Log $\sqrt[3]{8943} = 1{\cdot}3171611.$

79) Log. $\sqrt[5]{73496} = 0{\cdot}9732527.$

80) Log. $\sqrt[7]{48763} = 0{\cdot}6697272.$

81) Log. $\sqrt[200]{99} = 0{\cdot}0099782.$

82) Log. $\sqrt[100]{100} = 0{\cdot}02.$

83) Log. $\sqrt{\frac{13}{5}} = 0{\cdot}2074866.$

84) Log. $\sqrt{\frac{817}{59}} = 0{\cdot}5706851.$

85) Log. $\sqrt[3]{\frac{85}{19}} = 0{\cdot}2168884.$

86) Log. $\sqrt{\frac{3}{7}} = 0{\cdot}8160117 - 1.$

87) Log. $\sqrt[3]{\frac{5}{18}} = 0{\cdot}8145658 - 1.$

88) Log. $\sqrt{0{\cdot}4789} = 0{\cdot}8401224 - 1.$

89) Log. $\sqrt{0{\cdot}00763} = 0{\cdot}9412623 - 2.$

90) Log. $\sqrt[3]{0{\cdot}047635} = 0{\cdot}5593087 - 1.$

91) Log. $\sqrt[5]{\frac{3{\cdot}47}{4{\cdot}4}} = 0{\cdot}9793754 - 1.$

92) Log. $\sqrt[7]{\frac{12\frac{3}{4}}{0{\cdot}7638}} = 0{\cdot}1746472.$

93) Log. $\sqrt[11]{\frac{560{\cdot}897}{8\frac{13}{19}}} = 0{\cdot}1645593.$

94) Log. $\sqrt[7]{\frac{48\sqrt{13}}{2\sqrt{5}\sqrt[3]{6}}} = 0{\cdot}1897592.$

95) Log. $\sqrt[3]{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = 0{\cdot}9167075 - 1.$

96) Log. $\sqrt[5]{\left(\frac{8}{3}\right)^3} = 0{\cdot}2555812.$

97) Log. $\sqrt[13]{\left(\frac{1}{8}\right)^5} = 0{\cdot}6526577 - 1.$

98) Log. $\sqrt[27]{\left(\frac{8{\cdot}34}{7\frac{3}{5}}\right)^8} = 0{\cdot}0119563.$

99) Log. $\sqrt[11]{\frac{63{\cdot}49\sqrt[3]{7\frac{3}{8}}}{6\frac{3}{4}\sqrt{0{\cdot}729}}} = 0{\cdot}1210265.$

100) Log. $\sqrt[5]{\frac{12{\cdot}8^{\text{Log. }3} \,.\, \text{Log. }(23)^{2{\cdot}8}}{(\text{Log. }218)^{\text{Log.}^2 4}}} = 0{\cdot}1951487.$

Anwendung der Logarithmen auf die Auflöſung verſchiedener Aufgaben.

1. Aufgabe. Ein junger Edelmann machte, als er kaum großjährig geworden war, unvermuthet eine Erbſchaft von 20000 Thalern. Da er ſelbſt reich genug war, und die Ökonomie wohl verſtand, ſo legte er jene Erbſchaft zu 4 Procent an, mit der Beſtimmung, daß die jährlichen Intereſſen wieder zum Kapitale geſchlagen werden, das Kapital ſammt Intereſſen aber erſt nach 30 Jahren an ſeine einſtigen Töchter zahlbar ſeyn ſollte, um ſeinen Söhnen das Majoratsgut ungeſchmälert hinterlaſſen zu können. Wie viel hatten demnach ſeine Töchter nach Verlauf jener Zeit zu fordern? — Antw. 64867·8 Thaler beinahe.

2. Aufgabe. Als dem A ein Sohn geboren wurde, wollte er für ihn ein Kapital zu 4 Procent auf Zins von Zins in einer Sparkaſſe anlegen, damit er bei ſeiner Großjährigkeit, alſo nach 24 Jahren, ein Vermögen von 12000 Gulden beſitze. Wie groß mußte die Einlage oder das urſprüngliche Kapital ſeyn? — Antw. 4681 fl. 28 kr.

3. Aufgabe. Es hatte Jemand ſein Vermögen von 8760 Thalern zu $5\frac{1}{2}$ Procent auf Zins von Zins angelegt, und als er nach einer vieljährigen Abweſenheit ſein Kapital ſammt Zinſen erheben wollte, fand er, daß er beinahe 25000 Thaler zu fordern habe. Wie lange ſtand das urſprüngliche Kapital aus? — Antw. 19 Jahre und 7 Monate.

4. Aufgabe. A hatte ein Kapital von 7348 Thaler auf Zins von Zins ausgeliehen, und nach 15 Jahren 15800 Thaler dafür erhalten. Zu wie viel Procent ſtand das Kapital aus? — Antw. Zu 5·24 Procent beinahe.

5. Aufgabe. Wenn Jemand am Tage der Geburt Chriſti einen Kreuzer zu 5 Procent auf Zins von Zins angelegt hätte, wie groß wäre am Ende des Jahres 1823 das Kapital ſammt Intereſſen? — Antw. Über $7078523 \cdot 10^{30}$ Gulden, alſo eine Summe, die auf der ganzen Erde nicht aufzutreiben wäre.

Ein Engländer fand, daß 1 Penny von Geburt Chriſti bis zum Weihnachtsabend 1815 auf Zins von Zins angelegt, die Summe von 36.515.920.279.303.446.291.658.556.232.190.076 Thaler Conv. Geld erreichen würde. Dieſe Summe in eine Kugel verwandelt, hätte einen Durchmeſſer von 153335 geogr. Meilen und $1639\frac{1}{2}$ Fuß. Die Kugel würde alſo größer ſeyn als alle Planeten des Sonnenſyſtems, und wenn die Erde von Gold wäre, würde ſie nicht hinreichen, das Intereſſe obiger Summe auch nur für eine Stunde zu bezahlen.

6. Aufgabe. Ein Kapital von 6740 Gulden ſtand zu $4\frac{1}{2}$ Procent auf Zins von Zins aus. Wie groß iſt ſein Werth nach 32 Jahren 6 Monaten? — Antw. 14436·7 fl. beinahe.

7. Aufgabe. Ein Vater hinterließ ein Vermögen von 25800 fl., welches ſeine beiden Söhne unter ſich theilen ſollten. A legte ſein Kapital zu 5 Procent auf Zins von Zins an, mit der Bedingung, daß die Intereſſen immer vierteljährig gerechnet werden; B aber legte ſeinen Antheil auch zu 5 Procent an, aber die Intereſſen wurden nur jährlich in Rechnung gebracht. Nach 20 Jahren nahmen beide Brüder ihr Vermögen zurück; wie viel hat alſo jeder zu fordern? — Antw. A 34848·95 fl., und B 34227·54 fl. beinahe.

8. Aufgabe. A hatte dem B 900 fl. geliehen, ließ ſich aber dafür einen Schuldbrief von 1200 fl. ausſtellen, die nach 5 Jahren

ohne Zinſen zahlbar ſind. Wie viel Procent hat A gerechnet? — Antw. 5·92, alſo nicht ganz 6 Procent.

9. Aufgabe. Ein Forſtrevier iſt zu 36480 Klaftern abgeſchätzt, und angeſtellten Verſuchen gemäß vermehrt es ſich bei der Schonung um 3 Procent. Wie groß wird in dem geſchonten Reviere die Zahl der Klaftern nach 25 Jahren ſeyn? — Antw. 76380·9 Klafter.

10. Aufgabe. Wenn wir annehmen, daß die Bevölkerung von Wien 300000 Menſchen beträgt, und daß ſie im Durchſchnitt jährlich um 2 Procent gewachſen ſey, ſo iſt nun die Frage, wann betrug die Anzahl der Einwohner Wiens nur 20000 Menſchen? — Antw. Ungefähr im Jahre 1686.

11. Aufgabe. Eine Schuld von 8670 Thalern ſteht zu 6 Procent auf Zinſeszinſen. Wenn nun nach 6 Jahren 670 Thaler, nach 9 Jahren 2000, und nach 12 Jahren 4000 Thaler abgetragen werden, wie viel hat der Schuldner am Ende des fünfzehnten Jahres noch zu zahlen? — Antw. 12045·14 Thaler beinahe.

12. Aufgabe. A hat an B die Summe von 4875 fl. nach 5 Jahren ohne Intereſſen zu zahlen. Wie viel kann er für dieſe Summe baar bezahlen, wenn 5 Procent Diskonto gerechnet werden, und zwar auf Zins vom Zinſe? — Antw. 3819·9 fl.

13. Aufgabe. Als A ſein Landgut verkaufen wollte, bot ihm B 24000 Thaler gegen gleich baare Bezahlung, C aber 30000 Thaler nach 4 Jahren ohne Zinſen zahlbar, und D 36000 Thaler, wovon er 6000 Thaler ſogleich, 12000 Thaler nach 4 Jahren, und den Reſt nach 8 Jahren, jedoch ohne Zinſen zahlen wollte. Welcher von den Kaufluſtigen hat wohl den vortheilhafteſten Antrag gemacht, wenn die Zinſen zu 5 Procent gerechnet werden? — Antw. C hat den vortheilhafteſten Antrag gemacht, weil er eigentlich 24681 Thaler anbot, D aber nur 24531, alſo 150 Thaler weniger als C.

14. Aufgabe. Es legt Jemand ein Kapital von 3740 fl. zu 4 Procent auf Zins vom Zinſe an, und vermehrt überdieß jährlich dieſen Fond um 450 fl. Wie groß iſt das Kapital ſammt Zuſchüſſen und Intereſſen nach 8 Jahren? — Antw. 9264·84 fl.

15. Aufgabe. A hatte ein Landgut um 30000 fl. gekauft, blieb aber dieſe Summe ſchuldig und zahlte jährlich 2000 fl. In wie viel Jahren war wohl die ganze Schuld getilgt, wenn $4\frac{1}{2}$ Procent und Zins vom Zinſe gerechnet wurden? — Antw. Nach 22 Jahren, 7 Monaten und 2 Tagen beiläufig.

16. Aufgabe. Ein junger Sauſewind hatte ein Vermögen von 58780 Thalern, und glaubte, daß er ein ſo großes Kapital in ſeinem Leben nicht verzehren könne. Er übergab jene ganze Summe einem Handlungshauſe gegen 5 Procent, und ließ ſich jährlich vom Kapitale und den Intereſſen zuſammen 3000 Thaler auszahlen, um damit ſeine Bedürfniſſe zu beſtreiten. Wie viel hatte er wohl von ſeinem Vermögen nach 50 Jahren, wo er gerade 75 Jahre alt war, noch übrig? — Antw. 11609 Thaler.

17. Aufgabe. A hatte eine Jahrrente zu beziehen, die er immer zu $5\frac{3}{4}$ Procent auslieh, und zwar auf Zins vom Zinſe, weil er durch eigenen Fleiß ſich ſeinen ganzen Unterhalt verſchaffte. Nachdem er dieſe Rente durch 19 Jahre bezogen hatte, ſtarb er und hinterließ ſeinem Neffen das ſo geſammelte Kapital, welches ſich gerade auf 85760 Thaler belief. Wie groß war wohl jene Jahrrente? — Antw. 2394·72 Thaler beinahe.

18. Aufgabe. A ſchuldet an B 3981·58 fl., und verſchiedene Unglücksfälle ſetzten ihn außer Stand, die Zahlung ſogleich zu leiſten. B, ein ſehr menſchenfreundlicher Mann, hat mit ſeinem Schuldner Mitleid, und kommt mit ihm überein, ſeine Schuld in 12 gleichen jährlichen Raten abzutragen, indem er nicht mehr als 3 Procent rechnet. Wie viel hat alſo A jährlich an B zu zahlen? — Antw. 400 fl.

19. Aufgabe. Es hatte Jemand ein gewiſſes Kapital auf 3 Jahre 8 Monate zu 10 Procent ausgeliehen, und nach Verlauf jener Zeit 13310 Thaler an Kapital und Zinſen erhalten. Wie groß war das urſprüngliche Kapital, wenn Zins vom Zinſe gerechnet wird? — Antw. 9375 Thaler.

20. Aufgabe. Es ſchuldet Jemand 50000 fl. zu 10 Procent verzinslich, welche Schuld er in 4 Jahren abtragen will, indem er am Ende eines jeden Jahres immer eine gleiche Summe zahlt. Wie viel beträgt jedes Ratum, wenn Zins vom Zinſe gerechnet wird? — Antwort. 15773 fl. 32·4 kr. beinahe.

21. Aufgabe. Drei Brüder treten in Kompagnie, und jeder gibt einen gleichen Beitrag Der älteſte ſchießt alle Vierteljahr ſo viel nach, als ſeine Einlage beträgt, und gewinnt $6\frac{2}{3}$ Procent. Der mittlere Bruder vermehrt alle 4 Monate den Fond mit einer Summe, die ſeiner Einlage gleich iſt, und gewinnt 10 Procent; der jüngſte endlich vermehrt den Fond alle halbe Jahre um ſeine Einlage, und gewinnt 15 Procent. Am Ende des erſten Jahres zeigte der Abſchluß der Rech-

nung, daß der zweite Bruder 408 fl. mehr gewonnen habe, als der jüngſte. Wie viel betrug die Einlage eines jeden, und wie viel hat jeder gewonnen? — Antw. Jeder legte 48000 fl. ein; der erſte gewann 14138·785 fl., der zweite 15888 fl., und der dritte 14480 fl.

22. Aufgabe. A hatte dem B ein Kapital von 3804 Thalern unter der Bedingung geliehen, daß er daſſelbe am Ende des erſten Jahres ohne Intereſſen zurück zahlen ſollte; würde er aber ſein Verſprechen nicht pünktlich erfüllen, ſo müßte er im folgenden Jahre 5 Procent, im nächſtfolgenden 10 Procent, im folgenden Jahre 20 Procent, und hätte er auch da ſeine Schuld noch nicht entrichtet, im nächſten Jahre 25 Procent zahlen. Nun ſah ſich B in die Nothwendigkeit verſetzt, obige Schuld in fünf gleichen Zahlungen am Ende eines jeden der fünf auf einander folgenden Jahre abzutragen. Wie viel betrug wohl jede dieſer Partialzahlungen? — Antw. 924 Thaler.

23. Aufgabe. Es hat Jemand eine Jahrrente von 2000 Thalern auf 30 Jahre um 34580 Thaler gekauft. Wie viel Procent hat der Entrepreneur gerechnet? — Antw. 4 Procent.

24. Aufgabe. Ein Staat A ſchuldet 50 Millionen Gulden zu 3 Procent verzinslich. Dieſe Schuld will A in 25 Jahren dadurch abtragen, daß er jährlich eine beſtimmte Summe zahlt, und in jedem folgenden Jahre überdieß diejenige Summe beilegt, die ihm der jährliche Zins von dem jedesmal Gezahlten abwerfen würde, oder die er ohnedieß hätte zahlen müſſen, wenn er nichts am Kapitale von 50 Mill. abgetragen hätte. Wie viel muß der Staat demnach jährlich an Kapital zahlen? — Antw. 1371400 fl. beinahe am Kapital, und 1500000 fl. an Intereſſen, alſo im Ganzen 2871400 fl.

25. Aufgabe. Man beſtimme den Werth von x aus der Gleichung

$$3^x - 5 . 3^{x-2} = 4.$$

Ant. Es iſt $x = 2$.

26. Aufgabe. Welchen Werth hat x in der Gleichung

$$5^{x^2 - 5x + 10} = 625?$$

Antw. Es iſt $x = 3$, oder $x = -2$.

27. Aufgabe. Welchen Werth hat x in der Gleichung

$$5^{2^x} = 390625?$$

Antw. $x = 3$.

28. Aufgabe. Welchen Werth hat x in der Gleichung

$$3^{4x} - 5 . 3^{2x} = 6^{156}?$$

Antw. $x = 2$.

29. Aufgabe. Welchen Werth hat x in der Gleichung

$$4^{9x} + 6 . 4^{6x} + 12 . 4^{3x} = 992.$$

Antw. $x = \frac{1}{3}$.

30. Aufgabe. Welche Werthe haben x und y in den beiden zuſammengeſetzten Gleichungen

$$\left\{\begin{array}{ll} 1) & a^{2xy} - m a^{xy} = b \\ 2) & a^x = \frac{c}{a^y} \end{array}\right\}?$$

Antw. $x = \frac{\text{Log.}c \pm \sqrt{\text{Log.}^2 c - 4\text{Log.}a\, \text{Log.}(m \pm \sqrt{4b + m^2})} + 4\text{Log.}2\text{Log.}a}{2\,\text{Log.}\,a}$

und $y = \frac{\text{Log.}c \mp \sqrt{\text{Log.}^2 c - 4\text{Log.}a\, \text{Log.}(m \pm \sqrt{4b + m^2})} + 4\text{Log.}2\text{Log.}a}{2\,\text{Log.}\,a}$

31. Aufgabe. Welche Werthe haben x und y in den Gleichungen

$$\left\{\begin{array}{ll} 1) & a^{x^{\text{Log.}y}} = A \\ 2) & a(xy)^m = B \end{array}\right\},$$

wo a die Baſis des logarithmiſchen Syſtemes bezeichnen ſoll?

Antw. $\text{Log.}\,x = \frac{\text{Log.}\,B - 1 \pm \sqrt{(\text{Log.}\,B - 1)^2 - 4m^2\,\text{Log.}\,\text{Log.}\,A}}{2m}$

$= s \pm d$ der Kürze wegen,

und $\text{Log.}\,y = \frac{\text{Log.}\,B - 1 \mp \sqrt{(\text{Log.}\,B - 1)^2 - 4m^2\,\text{Log.}\,\text{Log.}\,A}}{2m}$

$= s \mp d$ der Kürze halber,

folglich $x = a^{s \pm d}$, und $y = a^{s \mp d}$.

32. Aufgabe. Man beſtimme x und y aus den Gleichungen

$$\left\{\begin{array}{ll} 1) & a^{x^2 - y^2} = b \\ 2) & a^{\text{Log.}\,x + \text{Log.}\,y} = \frac{c}{a} \end{array}\right\},$$

wo a die Baſis des logarithmiſchen Syſtems iſt.

Aufl. Es iſt $x = \sqrt{\frac{1}{2}\text{Log.}\,b \pm \sqrt{\frac{c^2}{a^2} + \frac{1}{4}\text{Log.}^2\,b}}$

und $y = \sqrt{-\frac{1}{2}\text{Log.}\,b \pm \sqrt{\frac{c^2}{a^2} + \frac{1}{4}\text{Log.}^2\,b}}.$

33. Aufgabe. Man beſtimme x aus der Gleichung

$$a^{x^4} = \frac{a^{6x^2}}{a^9},$$

wo a die Baſis des Syſtemes ſeyn mag.

Aufl. Es iſt $x = \pm\sqrt{3}$.

34. Aufgabe. Man beſtimme x aus der Gleichung

$$4^{\sqrt{x+1}} = 64.2^{\sqrt{x+1}}.$$

Aufl. Es iſt $x = 15$, oder $x = 4\frac{1}{16}$.

Vermiſchte Fragen.

1) Was iſt eine Größe? — Wie unterſcheidet ſich die Größe im engeren Sinne — Quantität — von der Größe im weiteren Sinne — Quantum?

2) Wie unterſcheidet ſich die Größe im engeren Sinne von einer benannten Zahl?

3) Welcher Unterſchied findet zwiſchen einer abſtrakten, einer abſoluten und einer unbenannten Zahl Statt?

4) Was iſt Null, und was hat man ſich unter $+b$ und $-b$ zu denken?

5) Was iſt eine algebraiſche Summe, und laſſen ſich die Glieder derſelben beliebig verſetzen?

6) Welches iſt die praktiſche Regel für das Zuſammenfaſſen zweier oder mehrerer Glieder einer algebraiſchen Summe in ein Glied?

7) Welcher Unterſchied findet zwiſchen einer gebrochenen Zahl und einem Bruche Statt?

8) Für welchen Werth von c iſt die Gleichung $\frac{a}{b \pm c} = \frac{a}{b} \pm \frac{a}{c}$ wahr?

9) Für welchen Werth von c gilt die Gleichung

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+c} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-c}?$$

10) Wenn $a > b$ und $c > d$ iſt, muß dann nothwendig auch allemal $ac > bd$, oder $a - c > b - d$, oder $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ ſeyn? — Unter welcher Vorausſetzung iſt immer $ac > bd$?

11) Was bedeuten die Ausdrücke $\frac{0}{0}$, $\frac{0}{a}$, $\frac{0}{-a}$ und $\frac{a}{0}$?

12) Unter welcher Modifikation läßt ſich der Quotient

$(A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} + A_3 x^{n-3} + \ldots$
$\ldots + A_{n-3} x^3 + A_{n-2} x^2 + A_{n-1} x + A_n) : (ax \pm b)$

nach der §. 58 der Alg. angegebenen Regel entwickeln?

13) Wenn $a > b$ und $c > d$ iſt, wie werden die Quotienten $\frac{a}{c}$ und $\frac{b}{d}$ beſchaffen ſeyn?

14) Wie würde das Kennzeichen der Theilbarkeit einer Zahl N durch 7 heißen, und wie für den Diviſor 37?

15) Wie läßt ſich die §. 74, Nr. 5 gegebene Regel mit Hülfe des §. 58, Anm. der Alg. rechtfertigen?

16) Gibt es zwei Brüche, deren algebraiſche Summe und deren Produkt zugleich eine ganze Zahl iſt?

17) Welcher Unterſchied findet Statt zwiſchen dem Rechnen mit Decimalbrüchen und dem Rechnen mit ganzen Zahlen?

18) Wenn zwei gemeine Brüche, deren Nenner 43 und 59 ſind, in Decimalbrüche verwandelt werden, wie vielzifferig werden die reſpektiven Perioden ſeyn, und wie vielerlei Gattungen von Perioden geſtatten jene beiden Nenner?

19) Was geſchieht, wenn man bei einem Decimalbruche das Komma oder den Punkt um n Stellen rechts oder links rückt?

20) Was heißt, ein Decimalbruch hat eine Genauigkeit von r Stellen?

21) Wie läßt ſich der Grad der Genauigkeit eines Produktes aus zwei unvollſtändigen Decimalbrüchen beurtheilen?

22) Wenn $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots$ einzifferige Zahlen bezeichnen, n aber eine beliebige ganze poſitive Zahl iſt, wie läßt ſich dann das Produkt

$$\left(1 + \frac{\alpha}{10^n}\right)\left(1 + \frac{\beta}{10^{n+1}}\right)\left(1 + \frac{\gamma}{10^{n+2}}\right)\left(1 + \frac{\delta}{10^{n+3}}\right) \ldots \text{ bilden,}$$

und welche Vorſichten ſind dabei zu berückſichtigen?

23) Welcher Kettenbruch und welcher gemeine Bruch entſpricht der Reihe

$$2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{33} - \frac{1}{517} + \frac{1}{11562} - \frac{1}{132594}?$$

24) Welcher Kettenbruch entſpricht der Reihe

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{21} + \frac{1}{266} - \frac{1}{10374} + \frac{1}{233961} - \frac{1}{3171757} + \frac{1}{253559559}?$$

25) Den Kettenbruch

$$3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6}}}}}}}$$

in eine Reihe von der Form $A+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}+\frac{1}{D}+\ldots$ zu verwandeln.

26) Den Decimalbruch 0·9300675 in eine Reihe zu verwandeln von der Form

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{a\,b}+\frac{1}{b\,c}-\frac{1}{c\,d}+\frac{1}{d\,e}-\ldots$$

27) Sey $\frac{16915}{12418}-1=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4}}}}}}}}}$;

welchen Werth hat x?

28) Sey $1031\,.\,x-2847\,.\,y=1$; man beſtimme x und y, d. h. man ſuche von 1031 und 2847 ſolche Vielfache, daß der Unterſchied derſelben gleich 1 ſey.

29) Welchen Werth haben die Ausdrücke

$$\binom{7}{5}+\binom{7}{4}\binom{9}{1}+\binom{7}{3}\binom{9}{2}+\binom{7}{2}\binom{9}{3}+\binom{7}{1}\binom{9}{4}+\binom{9}{5},$$

ferner

$$\binom{13}{6}+\binom{13}{5}\binom{13}{1}+\binom{13}{4}\binom{13}{2}+\binom{13}{3}\binom{13}{3}$$
$$+\binom{13}{2}\binom{13}{4}+\binom{13}{1}\binom{13}{5}+\binom{13}{6}$$

und

$$\binom{8}{8}+\binom{8}{7}\binom{8}{1}+\binom{8}{6}\binom{8}{2}+\binom{8}{5}\binom{8}{3}+\binom{8}{4}\binom{8}{4}$$
$$+\binom{8}{3}\binom{8}{5}+\binom{8}{2}\binom{8}{6}+\binom{8}{1}\binom{8}{7}+\binom{8}{8}?$$

30) Wie viele einfache und zuſammengeſetzte Diviſoren haben die Ausdrücke

$720\,a^3\,b^2\,x$; $12\,x^3\,y^2+72\,x^2y^2+96\,xy^2$; $150\,a^3b^2(1-x^2)^3(2+x)^2$?

31) Wie viele vierzifferige Zahlen und wie viele zehnzifferige Zahlen gibt es in unſerem decadiſchen Syſteme?

32) Welche Bedeutungen und reſpektiven numeriſchen Werthe haben die Ausdrücke

$$0^n;\ 0^0;\ \sqrt[n]{0};\ \sqrt[0]{+1};\ \sqrt[0]{-1};\ \sqrt[0]{+a};\ \sqrt[0]{-a};\ \sqrt[0]{0};\ 0^{-n}?$$

33) In welchen Fällen iſt $(a-b)^n = (b-a)^n$, und wann iſt $(a-b)^n = -(b-a)^n$?

34) Welcher Unterſchied iſt zwiſchen $a^2 - b^2$ und $(a-b)^2$, zwiſchen (a^2+b^2) und $(a+b)^2$, zwiſchen a^3+b^3 und $(a+b)^3$, zwiſchen a^3-b^3 und $(a-b)^3$?

35) Sind die Ausdrücke $\sqrt[n]{a \pm b}$ und $\sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$ gleichbedeutend?

36) Man hat einen Keſſel mit heißem Waſſer, deſſen Temperatur $= 80^0$ R. iſt, und Waſſer von der Temperatur $= 10^0$ R.; man will ein Bad bereiten, deſſen Temperatur $= 18^0$ R.; wie viel muß man von jeder Gattung Waſſer nehmen, wenn die Badwanne 84 Maß fordert?

37) Wie viel beträgt die Summe aller numeriſchen Koeffizienten in der Entwicklung von $(a+b)^{10}$, $(a-b)^{12}$, $(a+b+c)^6$, $(a+b+c)^8$, $(a+b+c+d)^3$, $(a+b+c+d+e)^7$, $(a+b+c+d)^n$, u. ſ. w.

38) Iſt 0^n immer $=0$?

39) Laſſen ſich die Brüche von der Form $\dfrac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}+\ldots}$ nach der gewöhnlichen Methode immer mit rationalem Nenner darſtellen, und wenn es nicht möglich iſt, wie viele Glieder kann der Nenner höchſtens haben, um den verlangten Zweck zu erreichen?

40) Man ſoll $\sqrt[8]{-1}$ auf die Form $a + b\sqrt{-1}$ zurückführen.

41) Welche Bedeutung haben die Ausdrücke: rational, irrational, reell, imaginär, Näherungswerth, endliche und unendliche Größe?

42) Kann eine Größe ohne Ende wachſen oder abnehmen, ohne eine feſtgeſetzte Grenze zu überſchreiten? — Wie unterſcheiden ſich derlei Größen von den unendlichen?

43) Wie vielerlei Gattungen von unmöglichen Größen haben wir in der Elementar-Mathematik kennen gelernt, und wie unterſcheiden ſich dieſelben von einander?

44) Gibt es auch ſolche Größen, welche bloß der Form nach imaginär ſind?

45) In welchem Falle führt die Transformation eines reellen Ausdruckes auf eine imaginäre Form, und worin liegt der Grund davon?

46) Wie laſſen ſich die Leibrenten und die Zeitrenten berechnen, und welche Data ſind zur Ausführung der Rechnung erforderlich?

47) Wie laſſen ſich die ſogenannten Zauber-Quadrate berechnen?

48) Sind die beiden dekadiſchen Zahlen A und B mit denſelben Ziffern geſchrieben und folgen in der Zahl B die Ziffern genau in der umgekehrten Ordnung wie in der Zahl A, ſo iſt die Differenz A — B ſtets theilbar durch 9. Wie läßt ſich dieſer Satz allgemein beweiſen?

Tafeln

über die

Vergleichung der vorzüglichſten Maße, Gewichte und Münzen mit den öſterreichiſchen und franzöſiſchen.

I. Tabelle der Längenmaße.

Amſterdam. Seit dem Jahre 1816 ſind die neuen franzöſiſchen Maße und Gewichte (ſiehe Paris) mit niederländiſchen Benennungen eingeführt worden, und zwar der Mètre als Elle = 10 Palmen = 100 Duimen = 1000 Streepen.

Eine alte Elle = 2·18 Wien. Fuß = 0·6903 Mètres.

Ein alter Fuß = $\frac{1}{6}$ Faden = 0·823 Wien. F. = 0·87137 Par. F. = 0·283056 Mètres.

Seit dem Jahre 1816 ſind die franzöſiſchen Maße eingeführt, nur mit andern Benennungen. Die Elle zu 10 Palmen à 10 Duimen à 10 Streepen iſt = 1 Meter.

Antwerpen. Eine Elle in Seide = 2·195 W. Fuß = = 0·6943 Mètres.

Eine Elle in Wolle = 2·164 W. Fuß = = 0·6844 Mètres.

Seit 1836 ſind in Antwerpen und ganz Belgien die franzöſiſchen Maße und Gewichte eingeführt, und zwar unter den franzöſiſchen Benennungen.

Augsburg. Ein Fuß = 0·905 W. Fuß = 0·879167 Par. Fuß = = 0·285588 Mètres.

Eine Elle, die große = 1·927 W. Fuß.

» » die kleine = 1·873 W. Fuß. — Siehe Baiern.

Baden. Eine Elle = 2 Fuß = 0·6 Mètres = 1·895 W. Fuß.

Ein Fuß = 0·3 Mètres = 0·948 W. Fuß; 10 Fuß = 1 Ruthe und 6 Fuß = 1 Klafter.

Baiern. Siehe München.

Berlin. Die neue Elle = 25·5 Par. Zoll = 2·107 Wien. Fuß = 0·6669 Mètres; der neue Fuß = 0·314 Mètres = 0·99 Wien. Fuß; 12 Fuß = 1 Ruthe.

Die alte Elle = 2·110 W. Fuß = 0·6677 Mètres.

Breslau. Die alte Elle = 1·819 W. Fuß = 0·739 W. Ell.

Ein Fuß = 0·895 Wien. Fuß. — Seit 1816 wie Berlin.

Brüſſel. Siehe Antwerpen.

Conſtantinopel. Die große Elle (Pik) = 2·113 Wien. Fuß = 0·88 Wien. Ell. = 296·6 Par. Lin. = 0·6691 Mètres = 304 Par. Lin. für Seidenwaaren und Tuch.

Die kleine Elle (Endasch) = 0·837 W. Ell. = 287·2 Par. L. = 0·6479 Mètres.

Dresden. Eine Elle = 1·791 W. F. = 251·14 Par. L. = 0·5665 Mèt.

Ein Werk-Fuß = 0·823 W. F = 0·872 Par. F. = 0·28326 Mèt.

Ein Feld-Fuß = 1·322533 Par. F. = 0·429611 Mètres.

3 Ell. = 1 Klafter und 7 Ell. 14 Zoll = 1 Ruthe à 10 Dec. F.; 10 Ruthen = 1 Kette.

England. Die Elle (Yard imperial) = 3 Fuß = 1·173 W. Ell. = 405·342 Par. L. = 0·91438 Mètres.

Der Fuß (Foot) = 0·964 Wien. Fuß = 0·938281 Par. Fuß = 0·304795 Mètres.

Ein Faden = 6 Fuß.

Frankfurt a. M. Eine Elle = 1·730 W. F. = 0·702 W. Ell. = 242·61 Par. L. = 0·5473 Mètres.

Ein Fuß = 0·902 W. F. = 0·876267 Par. F. = 0·28465 Met.

Genua. Der Palmo = $\frac{1}{10}$ Canna = 0·319 W. Ell. = 0·791 W. F. = 110·75 Par. L. = 0·2498 Mètres.

Für das Zollhaus, ſo wie für Leinenwaaren und Landesfabrikate iſt die Canna à 10 Palmi = 1104 Par. L. = 2·49 Mètres = 3·197 W. Ell.

Für ausländiſche Wollen- und Baumwollzeuge iſt die Canna grossa à 12 Palmi = 1325 Par. Lin. = 2·989 Mètres = 3·836 W. Ell.

Die Canna piccola à 8 Palmi = 993·8 Par. L. = 2·241 Mètres = 2·877 W. Ell.

Der Braccio à 2$\frac{1}{3}$ Palmi = 257·6 Par. Lin.

Hamburg. Die Elle = 0·736 W. Ell. = 254 Par. L. = 0·5730 Mèt.

Der Fuß = 0·905 W. F. = 0·881944 Par. F. = 0·28649 Mèt.

Hannover. Seit 1837 der Fuß = 0·924 W. Fuß = 129·48 Par. Lin. = 0·292 Mètres.

Die Elle = 2 Han. Fuß = 0·749 W. Ell. = 258·96 Par. Lin. = 0·5841 Mètres.

Holland. Siehe Amſterdam.

Königsberg. Die Elle = 1·816 W. F. = 254·8 Par. Lin.
Der Fuß = 0·971 W. F. — Die neuen Maße wie in Berlin.

Kopenhagen. Die Elle = 0·806 W. Ell. = 0·6277 Mètres.
Der Fuß = 0·993 W. F.

Leipzig. Eine Elle = 0·725 W. Ell = 250·46 Par. L. = 0·5653 Mèt.
Ein Fuß = 0·895 W. F. = 125·23 Par. L. = 0·2825 Mèt.
Die Leipziger Brabanter Elle = 0·88 W. Ell.

Liſſabon. Der Palmo = $\frac{1}{3}$ Covado (Elle) = $\frac{1}{5}$ Vara = 0·696 W. F. = 0·672917 Par. F. = 0·21859 Mètres; die Elle = 1·5 Palmos.

Livorno. Der Braccio = 0·74898 W. Ell. = 258·73 Par. Lin. = 0·5836 Mètres.
Ein Brasse = 1·794793 Par. F. = 0·583028 Mètres.

London. Siehe England.

Madrid. Siehe Spanien.

Mailand. Wie Paris. Der Metro = 10 Palmi = 100 Diti = 1000 Atomi = 2·3 alte Mail. Fuß = 1·68 alte Braccia.

München. Eine Elle = 1·069 Wien. Ell. = 369·27 Par. Lin. = 0·8330 Mètres.
Ein Fuß = 0·924 W. F. = 0·898472 Par F. = 0·291859 Mèt.

Neapel. Seit dem Jahre 1840 der Palmo (Fuß) = 10 Décime = 100 Centésime = 0·8369 W. Fuß = 117·275 Par. Lin. = 0·26455 Mètres.
Die Canna (Elle) = 10 Palmi = 3·395 W. Ell. = 1172·75 Par. L. = 2·6455 Mètres.

Paris. Eine Elle = 531·96 Par. L. = 1·2 Mètres = 3·784 W. F.
Eine Elle zur Seide = 527·5 Par. L. = 1·19 Mètres.
» » für Tuch = 526·4 » = 1·1875 Mètres.
» » » Leinwand = 524· Par L. = 1·1821 Mètres.
Ein Fuß (alte) = $\frac{1}{6}$ Toise = 1·028 W. F. = 0·324839 Mètres.
Ein Mètre = 1·28338 Wien. Ell. n. Stampfer = 3·1634463 Wien. Fuß n. Stampfer.

Petersburg. Siehe Rußland.

Polen. Eine Elle = 1·822 Wiener Fuß = 259·16 Par. Linien = 0·5846 Mètres.
Der Fuß = 0·911 Wiener Fuß = 0·916667 Pariſer Fuß = 0·297769 Mètres.

Rußland. Die Arſchin = 2·252 Wien. Fuß = 0·9127 Wien. Ell. = 315·4 Par. L. = 0·7115 Mètres.

Der Fuß = 0·964 W. Fuß und die Saschen (Faden) = 7 Fuß = 6·749 W. Ell.

Sachſen. Siehe Dresden.

Schleſien. Siehe Breslau.

Schweden. Eine Elle = 0·726 W. Ell. = 263·2 Par. L. = 0·5937 Mèt.

Der Fuß = 0·766 W. F. = 0·913799 Par. F. = 0·296839 Mèt.

Spanien. Die Vara (in Kaſtilien) = 1·072 W. Ell. = 370·2 Par. L. = 0·835 Mètres.

Ein Fuß (Pies) = 0·357 Wien. Ell. = 123·384 Par. Lin. = 0·2783 Mètres.

Stockholm. Siehe Schweden.

Trieſt. Wie in Öſterreich; ſiehe Wien. Übrigens hat man noch:

Eine Elle zur Wolle = 0·8685 Wien. Ell. = 300 Par. Lin. = 0·6767 Mètres.

Eine Elle zur Seide = 0·8239 Wien. Ell. = 284·6 Par. L. = 0·642 Mètres.

Turin. Seit der früheren franzöſiſchen Regierung ſind die neuen franzöſiſchen Maße eingeführt; ſiehe Paris. Übrigens werden auch die alten Maße noch häufig gebraucht, nämlich:

Die alte Elle (Raso) in Piemont = 1·908 W. F.

» » » » in Sardinien = 1·737 W. F.

» » » » in Savoyen = 1·816 W. F.

Der alte Fuß = 1·083 W. F. = 1·0544 Par. F. = 0·3425 Mèt.

Ungarn. Die Elle = 2·464 W. F. = 247·4 Par. L. = 0·5581 Mèt.

Der Fuß = 1 W. F. = 0·97314 Par. F. = 0·31611095 Mètres.

Venedig hat die bei Mailand erwähnten neuen metriſchen Maße; im gewöhnlichen Verkehre aber ſind auch noch die alten Maße im Gebrauche, nämlich:

Der Braccio (Seiden-Elle à 12 Once, à 12 Punti, à 12 Atomi) = 0·8193 Wien. Ell. = 283 Par. Lin. = 0·6384 Mètres.

Der Braccio di panno (Wollen-Elle) = 0·8739 Wien. Ell. = 301·88 Par. Lin. = 0·681 Mètres.

Der Piede (Fuß à 12 Pollici) = 1·1 Wien. F. = 154 Par. Lin. = 0·3474 Mètres.

Warſchau. Siehe Polen.

Wien. Die Elle = 2·464 W. F. = 355·4 Par. L. = 0·779192 Mètres (n. Stampfer).

Ein Fuß = 0·97312 Par. F. = 0·31611095 Metres.
» » = 1·03712 Londoner Fuß = 1·00718 Rhein. Fuß = 1·00736 Preuß. Fuß = 0·4058442 Wien. Ell.

Es ſind	56	Wien. Fuß		=	59 Badiſche F.
	12	»	»	=	13 Baier. F.
	27	»	»	=	28 Engliſche F.
	186	»	»	=	181 alt Par. F.
	79	»	»	=	25 Mètres.
	29	»	»	=	32 Hamburg. F.
	73	»	»	=	79 Hannov. F.
	16	»	»	=	17 Rhein. F.
	471	»	»	=	500 Polniſche F.
	26	»	»	=	25 Portugieſ. F.
	140	»	»	=	141 Preuß. F.
	9	»	»	=	4 Arſchinen (ruſſiſch).
	43	»	»	=	48 Sächſiſche F.
	545	»	»	=	503 Sardin. F.
	31	»	»	=	33 Schwediſche F.
	42	»	»	=	47 Spaniſche F.
	29	»	»	=	32 Würtemb. F.
	14	Wien.	Ell.	=	19 Hamburg. Ell.
	3	»	»	=	4 Polniſche Ell.
	83	»	»	=	59 Varas (portug.).
	73	»	»	=	80 Arſchinen (ruſſ.).
	8	»	»	=	11 Sächſiſche Ell.
	36	»	»	=	53 Turiner Ell.
	16	»	»	=	21 Schwediſche Ell.
	99	»	»	=	91 Castil. Varas.
	3	»	»	=	4 Florentiner Ell.
	22	»	»	=	25 Pik (türkiſche Ell.).
	67	»	»	=	85 Würtemb. Ell.

Würtemberg. Eine Elle = 0·7883 Wien. Ell. = 272·3 Par. L. = 0·6143 Mètres.

Ein Fuß = 10 Zoll = 100 Lin. = 127 franz. Lin. = 0·28649 Mèt. = 0·906 Wien. Fuß.

II. Tabelle der Körpermaße.

Amſterdam. Seit 1816 ſind die franzöſiſchen Maße mit beſonderen Namen eingeführt.

1 Kubikelle = 1000 Kub. Palmen à 1000 Kub. Duimen à 1000 Kub. Streepen.

Seit 1823 iſt

1 Laſt (Getreidemaß) = 30 Mudden (Hectolitres).

1 Mudde (Zack) = 10 Schepels (Décalitres) à 10 Koppen.

1 Koppe (Litre) = 10 Maatje (Décilitres).

1 Vat (Weinmaß) oder Hectolitre = 100 Kans (Litres).

1 Kans = 10 Maatjes = 100 Vingerhoed (Centilitres).

Im Handel kommen noch folgende alte Maße vor:

1 Ahm (Weinmaß) = 4 Ankers à 2 Stekan à 8 Stopen à 2 Mengelen à 2 Pinten à 4 Mutsjes.

1 Ahm = 2·68 Wien. Eimer.

1 Oxhoft = 45 Mingelen.

1 Pipe = 340 Mingelen.

1 Tonne (Biermaß) = 157·25 Kans.

1 Vat oder Pipe Baumöl = 717 Mingelen.

1 Quardeel Thran = 12 Stekan à 16 Mingelen.

Antwerpen. Seit 1836 die neuen franzöſiſchen Maße. Von den alten Maßen iſt

1 Laſt = 150 Mucken = 373·871 W. Achtel.

1 Sack = $\frac{1}{36}$ Laſt = 3 Scheepel = 12 Vierdevats = = 15·156 W. Achtel.

1 Stoop = $\frac{1}{8}$ Steekanne = $\frac{1}{16}$ Anker = 1·647 W. Maß.

Baden. 1 Zuber = 10 Malter = 100 Seſter = 1000 Meßlein = 195·145 W. Achtel.

1 Fuder = 10 Ohm = 100 Stützen = 1000 Maß = 10000 Glas = 995·839 W. Maß.

Baiern. 1 C' = 0·02486 Mètres cub. = 0·7252 Par C''.

1 Scheffel = 6 Metzen = 28·907 W. Achtel = 222·357 Litres = 11208 Par. C''.

1 Eimer (Wein) = 60 Maß = 45·35 W. Maß.

1 » (Bier) = 64 Maß = 47·902 W. Maß.

Berlin. 108 Kubik-Fuß = 1 Klafter als Maß für Brennholz, Mauerwerk, Steine u. ſ. f.

1 Quart = 0·81 Wien. Maß.

3 Quart = 1 Metze, und 27 Quart = 1 Kub. Fuß.

1 Fuder = 4 Oxhoft = 3 Eimer, und

1 Eimer = $\frac{1}{2}$ Ohm = 60 Quart = 1·184 Wien. Eim.

1 Scheffel à 16 Metzen (geſtrichen) = 0·894 Wien. Metzen.

1 Wispel (Getreide) = 2 Malter = 24 Scheffel = 96 Viertel = 384 Metzen.

1 Laſt Getreide = 60 Scheffel.

1 Tonne (Salz, Kalk, Aſche u. ſ. f.) = 4 Scheffel = $7\frac{1}{9}$ preuß. Kub. Fuß.

Breslau. 1 Scheffel = 4 Viertel = 16 Metzen = 9·619 W. Achtel.

Conſtantinopel. 1 Kisloz = 35·1134 Litres = 1778 Par. C″ = 0·5709 W. Metz.

1 Alma = 5·2368 Litres = 264 Par. C′ = 0·368 Wien. Maß.

Dresden. 1 C′ = 0·02273 Cub. Mètres = 0·78769 Par. C′.

1 Scheffel = 16 Metzen = 13·672 W. Achtel = 107·4341 Litres = 5416 Par. C″.

1 Eimer = 1·161 Wien. Eim. = 46·44 W. Maß = 67·3 Litres.

1 Oxhoft = 3 Eim.

1 Ohm = 2 Eim. = 4 Anker = 144 Kannen.

England. 1 Kubik-Yard = 27 Kub. Fuß = 0·826 Pariſ. Kub. Fuß, und 1 Schiffslaſt = 42 engl. Kub. Fuß.

1 Bushel = $\frac{1}{2}$ Strick = $\frac{1}{8}$ Quarter = $\frac{1}{40}$ Wej = $\frac{1}{80}$ Load (Laſt) = 4 Pecks = 8 Gallons = 16 Pottles = 32 Quart = 64 Pirols.

1 Imperial Standart Bushel = 4·729 W. Achtel.

1 Winchester Bushel = 4·683 W. Achtel.

1 Quarter = 14408 Par. C″.

1 Gallon = $\frac{1}{252}$ Tonne = $\frac{1}{126}$ Pipe = $\frac{1}{84}$ Puncchons = $\frac{1}{63}$ Hog's-head = $\frac{1}{42}$ Tierces = $\frac{1}{18}$ Rundlet = 2 Pottles = 4 Quarts = 8 Pinten = 3·211 Wiener Maß = 4·5435 Litres = 229·047 Par. C″.

Florenz. Siehe Livorno.

Frankfurt a. M. 1 Malter = 4 Simmer = 8 Meſten = 1·866 Wien. Metzen = 114·732 Litres = 5784 Par. C″.

1 Ohm = 20 Viertel = 80 Maß = 143·418 Litres =
= 7230 Par. C″ = 2·473 Wien. Eim.

1 Stückfaß = 8 Ohm.

1 Fuder = 6 Ohm.

1 Oxhoſt = 1·5 Ohm.

1 Zulaſt = 4 Ohm.

Frankreich. 1 Hectolitre = 0·1 Cub. Mêtres = 10 Décalitres
= 13·008 W. Achtel = 5041·25 Par. C″.

1 altes Setier = 12 Boisseaux = $\frac{1}{12}$ Muid = 192 Litrons
= 20·295 W. Achtel = 156 Litres = 7863 Par. C″.

1 Litre = 0·70705 W. Maß.

1 Muid (alt) = 2 Feuillettes = 36 Veltes = 288 Pintes
= 189·488 W. Maß = 268·445 Litres = 13532 Par. C″.

Genua. 1 Mina = 8 Ottavi = 96 Cambettes = 1·895 W. Metzen
= 116·560 Litres = 5876 Par. C″.

1 Mezzeruola = 2 Barili = 200 Pint = 2·724 W. Eimer
= 158 Litres.

Hamburg. 1 Scheffel = 2 Faß = 4 Himten = 13·694 W. Achtel
= 105·371 Litres = 5312 Par. C″.

1 Laſt Getreide = 30 Scheffel = 60 Faß.

1 Winspel = 10 Scheffel.

1 Ohm = $\frac{1}{6}$ Fuder = 4 Anker = 5 Eimer = 20 Viertel
= 40 Stübchen = 80 Kannen = 160 Quartier = 320 Oesl
= 102·38 W. Maß = 144·806 Litres = 7301·44 Par. C″.

Die Biertonne = 192 Quartier.

Die Schmaltonne = 128 Quartier.

Die Thrantonne = 6 Stechkannen à 16 Mengel. = 224 Pfund.

Kopenhagen. 1 Tonne (Korn) = $\frac{1}{22}$ Laſt = 4 Viertel = 8 Scheffel
= 18·083 W. Achtel = 139·121 Litres = 7013·4 Par. C″.

9 Salztonnen = 11 Korntonnen.

1 Pott = 4 Pegel = 0·683 Wien. Maß = 48·7 Par. C′
= 0·966 Litres.

1 Kanne = 2 Pott.

1 Anker = 39 Pott (im gewöhnlichen Verkehre)
= 40 Pott (im Großhandel).

1 Stückfaß = 7·5 Ohm = 30 Anker.

1 Fuder = 2 Pipen = 4 Oxhoft = 6 Ohm = 24 Anker.

1 Biertonne = 136 Pott.

1 norweg. Theertonne = 120 Pott.

Leipzig. Siehe Dresden.

Lissabon. 1 Fanga = 0·9 W. Metz. = 55·364 Litr. = 2792 Par. C″.

15 Fangas = 1 Mojo = 60 Alqueires.

1 Almuda = 2 Potes = 12 Cãnadas = 48 Quartillos = = 0·288 Wien. Eim. = 844 Par. C″ = 16·75 Litres.

1 Baril. (Wein) = 18 Almudas.

1 Pipa (Wein) = 26 Almudas.

1 Pipa (Öhl) = 30 Almudas.

1 Tonelada (Tonne) = 2 Pipas.

Livorno. 1 Sacco = 3 Staji = 12 Quarti = 96 Mezzete = 9·504 W. Achtel = 73·089 Litres = 3684·66 Par. C″.

1 Barile (für Wein) = 20 Fiaschi = 40 Boccali = 0·786 W. Eim. = 45·584 Litres = 2298 Par. C″.

1 Barile (für Öhl) = 16 Fiaschi = 32 Boccali = 23·632 W. Maß.

London. Siehe England.

Paris. Siehe Frankreich.

Petersburg. 1 Tschetwert = 2 Osmin = 4 Pajok = 8 Tschetwerik = 25·31 W. Achtel = 194·57 Litres = 9808 Par. C″.

1 Wedro (Eimer) = $1\frac{2}{3}$ Viertel = 8 Stoof = 10 Kruschka = 16 Bouteille Wein = 100 Tscharka = 8·692 W. Maß = 12·2989 Litres = 620 Par. C″.

Polen. 1 Korzek = 2 Polkorrow = 4 Cwierci = 32 Garcy = 128 Kwarty.

1 Korzec in Krakau = $\frac{1}{30}$ Last = 15·612 W. Achtel.

1 » in Warſchau = 16·652 W. Achtel = 128 Litres = 6452·8 Par. C″.

1 » in Galizien und der Bukowina = 15·872 W. Achtel.

1 Beczka = 25 Garniec (in Warſchau) = 100 Kwarty = 70·705 W. Maß = 100 Litres = 5041 Par. C″.

1 Beczka = 34 Garniec (in Krakau) = 144 Kwarty = = 96·512 W. Maß.

Schweden. 1 Tonne = 2 Span = 32 Kappar = 112 Stoop = 19·046 W. Achtel = 146·523 Litres = 7386 Par. C″.

1 Ohm = 60 Kannen = 111·006 W. Maß = 157·105 Litres = 7920 Par. C″.

1 Fuder = 2 Pipen = 4 Oxhoft = 6 Ohm = 12 Eimer = 24 Anker = 360 Kannen = 720 Stop = 2880 Quarter = 11520 Jungfern.

Spanien. 1 Fanega = $\frac{1}{12}$ Cahiz = 12 Almudes = 48 Quartillos = 56·487 Litres = 2881 Par. C″ (in Madrid) = = 0·9185 W. Metzen.

1 Cantaro oder Arroba mayor = 32 Quartillos = 11·432 W. Maß = 16·168 Litres = 794 Par. C″.

Trieſt. Siehe Wien.

Turin. 1 Sacco = 5 Emine = 1·8702 W. Metz. = 115·028 Litr. = 5795 Par. C″.

1 Brenta = $\frac{1}{10}$ Carro = 6 Rubbi = 36 Pinte = 72 Boccali = 34·846 W. Maß = 49·285 Litres = 2844 Par. C″.

1 Rubbio = 6 Pinte = 12 Boccali.

Ungarn. 1 Metzen in Preßburg = 64 ungar. Halben = 128 Seitel = 256 Rimpel = 6·934 Wien. Achtel = 53·344 Litres = 2689 Par. C″.

1 Metzen in Peſth = 96 ungar. Halben = 10·407 W. Achtel.

1 Antal für den Tokayer Wein = 51·848 W. Maß.

1 Eimer zu 64 Halben = 37·686 W. Maß.

Venedig. Die neuen Maße wie in Frankreich. Von den älteren Maßen ſind noch folgende im Gebrauche:

1 Stajo = 84·86 Litres = 4278 Par. C″ = 1·3799 W. Metz. = $\frac{1}{4}$ Moggio.

1 Biconzia = $\frac{1}{4}$ Amphora = 2 Conzi = 128 Boccali = = 109·36 W. Maß.

Wien. 1 Metzen = 8 Achtel = 3365 Wien. Kub. Zoll (nach Stampfer) = 61·499 Litres = 3100 Par. C″.

1 Eimer = 58·016 Litres = 2924·7 Par. C″.

1 Wien. Maß = 77·6585365 Wien. Kub. Zoll.

Es ſind demnach näherungsweiſe

100 Wien. Metzen = 41 Badiſche Mlter.
47 » » = 13 Bair. Scheffel.
6 » » = 5 Bremer Scheffel.
9 » » = 4 däniſche Tonnen.
52 » » = 11 engl. Quarters.
13 » » = 8 Hectolitres.
7 » » = 13 Kilosz (Griech.)
29 » » = 45 Lübeck'ſche Haferſcheffel.
33 » » = 58 » Roggenſcheffel.
24 » » = 5 römiſche Rubbien.

25	Wien. Metzen		=	12 poln. Korzec.
9	»	»	=	41 Alqueire (Portug.).
42	»	»	=	47 preuß. Scheffel.
92	»	»	=	17 Tschetwert (Ruſſiſch).
49	»	»	=	29 Dresdner Scheffel.
15	»	»	=	8 Sacchi (Turin.).
67	»	»	=	25 ſchwed. Getreide-Tonnen.
79	»	»	=	86 Fanegas (Spaniſch.)
21	»	»	=	53 Staje (Toscana).
4	»	»	=	7 Kilo (Türkiſch).
69	»	»	=	50 venetian. Staje.
49	»	»	=	17 Würtemberg. Scheffel.

Würtemberg. 1 Scheffel = 8 Simri = 32 Vierling = 177·227 Litres = 8934·5 Par. C″ = 2·882 Wien. Metzen.

1 Ohm = 16 Imi = 160 Maß = 293·93 Litres = = 14818 Par. C″ = 5·1954 Wien. Eim.

III. Tabelle der Gewichte.

Amſterdam. Seit dem Jahre 1816 ſind die neuen franzöſiſchen Maße und Gewichte (ſiehe Paris) mit niederländiſchen Benennungen eingeführt worden, und zwar iſt

1 Pond = 10 Onsen = 100 Looden = 1000 Wigtjes = = 10000 Korrels.

1 Wigtje = 20·8 holl. As = 1 Gramme, alſo 1 Pond = 1 Kilogramme. Im Gebrauche iſt jedoch noch das alte Juwelen-Karat = 4·283 holl. As.

1 Steen (Stein) = 3 Pond.

Das Medicinalgewicht hat noch die alte Eintheilung und beträgt nur $\frac{3}{8}$ des Handelsgewichtes, nämlich es iſt

1 Pond = 12 Onsen = 99 Drachmen = 288 Scrupels = 5760 Greinen = 7802·25 holl. As.

Handelsgew. 1 Schiffspfund = 3 Ctr. = 300 Pf.

1 Pf. = 32 Loth = 0·8820 Wienerpf. H. G. = 0·493926 Kilogramm = 1·0099030 Par. Pf.

1 Pf. Troys-Gew. = 0·8786 W. Pf. = 0·492004 Kilogr. = 1·005104 Par. Pf.

Augsburg. Wie Baiern. Ehemals 1 Pf. Frohngew. = 0·8768 W. Pf. = 0·491043 Kilogr. = 0·1003149 Par. Pf.

1 Pf. Krämergew. = 0·8439 W. Pf. = 0·472593 Kilogr. = 0·965449 Par. Pf.

Uebrigens iſt das alte Augsburger Silbergewicht auch jetzt noch geſetzlich geſtattet, nämlich

1 Pfund = 2 Mark = 32 Loth = 128 Quentchen = 512 Pfennig.

1 Mark = 4908 holl. As = 236 Grammes = 1·009 Münzmark des Zollvereines.

Baden. Handelsgew. 1 Ctr. = 100 Pf.

1 Pf. = 0·5 Kilogr. = 1 deutſchen Zollpfund = 10 Zehnlinge.

1 Stein = 10 Pf. = 100 Centas = 1000 Dekas = 10000 As.

1 Pf. = 4 Vierling = 16 Unzen = 32 Loth im gewöhnlichen Verkehr.

Baiern. Handelsgew. 1 Pf. = 32 Loth = $\frac{1}{20}$ Stein = $\frac{1}{100}$ Ctr. = 0·9999 W. Pf. = 0·56 Kilogr. = 1·144012 Par. Pf.

Apoth. Gew. 1 Unze = 8 Drachmen = 24 Skr. = 480 Gr. = 30 Grammen franz. Med. Gew.

1 Pfd. = 7490 As = 360 Grammes.

Das Gold-, Silber- und Probiergewicht iſt die baier. Kölner Mark = 4867·545 holl. As = 233·95 Grammes.

Das Münzgewicht iſt das des deutſchen Zollvereines.

Berlin. Handelsgew. 1 Pf. = 32 Loth = $\frac{1}{110}$ Ctr. = $\frac{1}{330}$ Schiffspfund = $\frac{1}{4000}$ Schiffslaſt = 9731·16 holl. As.

1 Pf. (neues) = 0·8346 W. Pf. = 0·5145 Kilogr. = 0·835 W Pfd.

Zollgewicht. Beim Zoll- und Steuerweſen iſt 1 Zoll-Centner = 100 Zoll-Pfund à 30 Zoll-Loth = 50 Kilogr., alſo 1 Zoll-Centner = 106·9 Pfund Handelsgew.

Das Gold-, Silber-, Münz- und Probiergewicht = 1 preuß. Mark = 0·5 Pfund, welche bei den Ämtern in 288 Grän eingetheilt wird, im gewöhnlichen Verkehre aber in 24 Karat à 12 Grän beim Golde, und in 16 Loth à 18 Grän beim Silber.

Apoth. Gew. 1 Unze = $\frac{1}{12}$ Apoth. Pfd. = 29·2320 Grammen franz. Med. Gew. = 8 Drachm. = 24 Skrupel = 480 Gran.

Conſtantinopel. 1 Rottel Handelsgew. = $\frac{1}{2}$ Oka = $\frac{1}{4}$ Batman = 1·139 W. Pf. = 0·637828 Kilogr. = 1·303003 Par. Pf.

Der Cantar hat 44 Oke à 400 Drachmen; im gewöhnlichen Verkehr nimmt man 43·5 Oke = 100 Wien. Pfd., und beim Baumwollgarn wird 1 Cantar = 45 Oke genommen.

Gold-, Silber-, Edelſtein- und Medicinal-Gewicht: 1 Cheky (Tscheky) = 100 Derhem (Drachmen) à 16 Killo, à 4 Grän = 6650 holl. As = 1·139 Wien. Pfd. = 319·6 Grammes.

1 Tscheky Kameelhaar = 2 Oke; 1 Teffeh Seide von Brussa = 6·1 Tseheky, und 1 Batman perſiſche Seide = 6 Oke.

Dänemark. 1 Pf. Handelsgew. = 2 Mark = 32 Loth = 128 Quentchen = $\frac{1}{100}$ Ctr. = $\frac{1}{16}$ Liespf. = $\frac{1}{36}$ Wog = $\frac{1}{320}$ Schiffspf. = $\frac{1}{5200}$ Laſt = 0·8916 Wien. Pf. = 0·499327 Kilogr. = = 1·020062 Par. Pf.

Danzig. Siehe Berlin.

Dresden. Siehe Leipzig.

England. Bei dem Avoirdupois-Gew. oder Handelsgew. iſt das Imperial-Standart-Pound = 16 Ounces = 256

Drams = 7000 Gran = 0·8099 W. Pf. = 0·4534148 Kilog. = 0·926269 Par. Pf. = 1·215 engl. Troypfund.

112 Pf. Imp = 1 Ctr., 20 Ctr. = 1 Ton (Tonne).

1 engl Tonne = 20 Centner (Hundredweight) à 112 Pfund = 1016·06 Kilogrammes = 1814·354 Wien. Pfd.

Das Troy-Pound (Münz- und Med. Gew.) = 12 Ounces = 240 Pennyweight = 5760 Troy-Grains = 0·6664 W. Pf. = 0·3730956 Kilogr. = 0·762387 Par. Pf. = 7765·6 holl. As.

1 Unze Apoth. Gew. = 480 Gran = 31·1002 Gramm. franz. Med. Gew.

Florenz. 1 Migliajo = 10 Cantari (Centner) = 1000 Libbre (Pfunde).

1 Libbra = 12 Once = 288 Denari = 6912 Grani.

1 Pfd. = 0·6063 Wien. Pfd. = 0·339515 Kilogramm = = 0·693585 Par. Pfd.

Frankfurt a. M. 1 Ctr. = 100 Pf. à 32 Loth im Großhandel.

1 Pf. Handelsgew. schwer = 0·9023 W. Pf. = 0·505309 Kilogr. = 1·032383 Par. Pf. = 10514 holl. As.

1 Pf. Krämergew. oder leichtes = 0·8355 W. Pf. = 0·467880 Kilogr. = 0·955820 Par. Pf. — Von diesem gehen 108 Pf. auf einen Centner.

Frankreich. 1 metrisches Pfund (Livre usuelle) = 0·8928 W. Pf.

1 Kilogr. = 2·042876302 Par. Pf. = 1·785676 W. Pf.

1 Gramme = 0·001785676 W. Pf. = 18·82715 Grains altes franz. Handelsgew. = 13·71389 Grane Wien. Apoth. Gew = 20·812824 holl. As Troys-Gew.

1 altes Par. Pf. = 2 Mark = 16 Onces = 128 Gros = 9216 Grains = 0·489505846 Kilogr. = 0·8740970496 W. Pf. = 10184·62 holl. As.

Genua. 1 Cantaro = 6 Rubbii = 100 Rotoli = 150 Libbre à 12 Oncie; 5 Cantari = 1 Peso.

1 Libbra = 0·565 W. Pfd. = 6591 holl. As = 316·78 Grammes.

Im gewöhnlichen Verkehr werden 175 Libbre = 100 W. Pf. genommen.

Hamburg. 1 Pf. Handelsgew. = 32 Loth = $\frac{1}{112}$ Ctr. = $\frac{1}{14}$ Lspf. = $\frac{1}{280}$ Schiffspf. = 0·8653 W. Pf. = 0·484609 Kilogr. = 10082·7 holl. As.

Leipzig. Der ſächſiſche Centner = 5 Stein = 110 Pfund.

1 ſächſ. Pfund = 32 Loth à 4 Quentchen à 4 Pfenniggewicht à 2 Hellergewicht.

1 neues ſächſ. Pfund = 0·835 Wien. Pfd. = 467·6 Grammes = 9729·36 holl. As.

100 neue Pfunde = 107·1039 Pfd. Leipziger Kramergewicht = 50 Kilogr., und 100 Pfd. Leipz. Kramergew. = 93·3 neue Pfunde.

1 Schiffpfund = 3 Centner.

1 Waage Eiſen = 44 Pfund.

Lemberg. 1 Pf. = $\frac{1}{100}$ Ctr. = 32 Loth = 0·75 W. Pf. = 0·420009 Kilogr = 0·858024 Par. Pf. = 8738·7 holl As.

Madrid. 1 Caſt. Pf. (Libra) = 0·823 W. Pf. = 0·460870 Kilogr. = 0·921740 Par. Pf.

1 Libra = 4 Cuarterones = 16 Onzas = 128 Ochavas.

1 Quintal (Centner) = 4 Arrobas = 100 Libras.

Mailand. 1 Libra metrica = 10 Once = 100 Grossi = 1000 Deneri = 10000 Grani = 1·7857 W. Pf.

1 Rubbo = 10 Libbre metriche.

1 Quintal = 100 Libbre

1 Migliajo = 1 Tonellada = 1000 Libbre.

Die Größe dieſer Gewichte iſt dieſelbe wie die der neuen franzöſiſchen (ſiehe Paris).

Beim Münzweſen rechnet man

2 Once, 8 Grossi, 6·44 Denari = 1 Wien. Mark.

1 alte Libra peso grosso = 1·3449 W. Pf. = 0·753216 Kilogr. = 1·53872 Par. Pf.

1 Libra peso sottile = 0·575 W. Pf. = 0·322007 Kilogr. = 0·63768 Par. Pf.

1 Libra peso medicinale = 0·75 W. Pf.

Niederlande. 1 Pf. = 1 Kilogr. = 2·042873 Par. Pf.

Portugal. 1 Libra = 0·8195 Wien. Pf. = 0·458948 Kilogr. = 0·937573 Par. Pf. = 9550 holl. As.

1 Quintal (Centner) = 4 Arrobas à 32 Libras.

Prag. Wie Wien.

1 böhm. Pf. = 32 Loth = 128 Quent. = $\frac{1}{20}$ Stein = $\frac{1}{120}$ Ctr. = 0·9185 Wien. Pf. = 0·514346 Kilogr. = 1·050745 Par. Pf.

Rußland. 1 Pf = 32 Loth = 96 Solotnik = $\frac{1}{40}$ Pud = $\frac{1}{400}$ Berkowitz = 0·7304 W. Pf. = 0·408979 Kilogr. = 0·835492 Par. Pf.

Schweden. 1 Pf. = 32 Loth = $\frac{1}{20}$ Liespf. = $\frac{1}{120}$ Ctr. Schalgew. = 0·7595 W. Pf. = 0·4253 Kilog = 0·868472 Par. Pf. = 8848 holl. As.

1 Schiffspfund = 20 Liespfund = 400 Pfund.

1 Mark Berggew. = 0·375826 Kilog. = 0·694738 Par. Pf. = 7819·4 holl. As.

Das Gold-, Silber- und Münzgewicht iſt die ſchwediſche Mark à 16 Loth à 4 Quentchen = 210·64 Grammes = 4382·5 holl. As.

Toskana. Siehe Florenz.

Turin. 1 Libra = 0·368845 Kilogram. = 0·753621 Par. Pf. = 0·6587 Wien. Pfd. = 7674·16 holl. As.

1 Rubbo = 25 Libre oder Lire à 12 Once, à 8 Ottavi, à 3 Denari, à 24 Grani, à 24 Granotti.

Tirol. 1 Pf. in Botzen = $\frac{1}{100}$ Ctr. = $\frac{1}{400}$ Saum = 0·8945 W. Pf.

1 Tiroler Pf. = 1·0052 Wien. Pf. = 0·562922 Kilogramm = 1·14998 Par. Pf.

Ungarn. 1 Pf. in Preßburg = 1 W. Pf. Handelsgew.

1 Pf. in Ofen = 0·8775 W. Pf.; gewöhnlich iſt das Wr. Pfd. im Gebrauch.

1 Oka = 2·2779 Wien. Pfd. im Banat, Kroatien und Slavonien.

Warſchau. 1 Pfd. = 0·4055 Kilogramm = 0·7241 Par. Pfd. = 8436·88 holl. As.

Wien. 1 Centner = 5 Stein = 100 Pfd.

1 Saum = 275 Pfd.

1 Saum Stahl = 2 Lägel = 250 Pfd.

1 Karch = 400 Pfd

1 Pf. = 10543·43 Grains alt Par. G. = 560.012 Grammes
= 11655·43 holl. As Troy-Gew.
= 130774 Richtpf. des W. Valvations-Gewichts.
= 156928·75 Richtpf. des Köln. Münzgew.
= 1·995453 Mark des W, Valv. Gew.
= 1·333333 Pf. des W. Apothek. Gew.
= 1·144035 Pf. alt Par. Gew.
= 1·5009883 Pounds Londoner Troy-Gew.

= 1·234878 Pounds Lond. avoirdupois-Gew. =
= 1·198018 ſächſ. Pfd. = 1·197353 preuß. Pfd.

1 W. Kub. Fuß deſtill Waſſers = 56·4008 W. Pf. bei + 3° R.

1 Mark Valvations- oder Münz- und Silberwaarengewicht = 8 Unzen = 16 Loth = 64 Drachm. = 0·281 Kilogr. = 1·2 Köln. Mark = 1·14 holl. Troy-Mark = 5836·8 holl As = 65536 Richtpf. = 0·501139 W. Pf. H. G.

1 Richtpf. = 0·0000076468 W. Handelsgew.

1 Wr. Mark Silber = 16 Loth.

1 Loth = 4 Qt. = 18 Gran = 4096 Richtpf.

Goldwaaren- und Dukaten-Gewicht zu 60 Grän hält 0·006233 Wr. Pf.

1 Duk. Gran = 0·000104 Wr. Pf. Handelsgew.

1 Mark Gold = 24 Karat = 288 Gran.

1 Karat Gold = 12 Gran, wovon 60 Gr. = 1 kaiſerl. Duk.

Apothekergew. 1 Pf. = 12 Unz. (= 24 Loth Handelsgew.)

1 Unze = 8 Drachmen à 3 Skrupel, 1 Skr. = 20 Gr.

1 Apoth. Gr. = 0·0001302084 Wr. Pf. Handelsgew.

Juwelengewicht. 1 Karat = 0·0003680013 Wr. Pf Handelsgew. = 48·125 Richtpf. Wr. Valv. Gew. = 0·206085 Grammes.

Es ſind demnach näherungsweiſe

25	Wien.	Pfd.	=	28	Badiſche Pfd.
8	»	»	=	6	Bremer Pfd.
74	»	»	=	83	Däniſche Pfd.
30	»	»	=	11	Okas (griechiſch).
795	»	»	=	347	Okas (türkiſch).
83	»	»	=	96	Hamburg. Pfd.
76	»	»	=	91	Hannövr. Pfd.
25	»	»	=	28	Darmſtädt. Pfd.
58	»	»	=	67	Lübek. Pfd.
47	»	»	=	65	Polniſche Pfd.
76	»	»	=	91	Preußiſche Pfd.
181	»	»	=	217	Sächſiſche Pfd.
27	»	»	=	41	Libbre (ſardin.).
60	»	»	=	79	Schwed. Pfd.
25	»	»	=	28	Schweizer Pfd
81	»	»	=	97	Würtemberg. Pfd.

Ferner ſind 77 Wien. Centn. = 80 Cantari (Joniſche Inſ.).
25 » » = 28 Zollcentner (Naſſau).
12 » » = 41 Pud (ruſſiſche).

Würtemberg. 1 Pf. = 0·467709 Kilogr. = 0·83519 W. Pf. = 0·959995 Par. Pf.

Bemerkungen.

(Zu §. 160 der Alg.)

1) Eine Mark münzfähigen Goldes oder Silbers enthalte f Karat f. Gold oder f Loth feines Silber; ein hieraus geprägtes Geldſtück enthalte m Loth Brutto, ſo gehen (wenn wir die Mark mit M bezeichnen, wo alſo M = 16 Loth bei Silber und M = 24 Karat bei Gold iſt) auf eine rauhe Mark $\frac{M}{m}$ Stücke, und es ſey $\frac{M}{m} = n$; jedes ſolche Stück enthält $\frac{m}{M} . f = \frac{f}{n}$ Theile feines Metall.

2) Sollen nun aus einer Mark fein a Geldſtücke ausgebracht werden, oder ſollen a Stücke eine Mark fein enthalten; ſo gehen, weil $M : f = a : n$ iſt, auf die rauhe Mark $\frac{a\,f}{M}$ Stücke = b St., oder eine rauhe Mark iſt $\frac{a\,f}{M} = b$ (Gulden oder Thaler oder Dukaten) werth; mithin iſt der innere Werth einer ſolchen Münze $= \frac{a\,f . m}{M^2} = \frac{a\,f}{n\,M} = w$ (Gulden, Thlr. oder Duk.), weil $n : b = 1 : w$ oder $n : \frac{a\,f}{M} = 1 : w$,

mithin $w = \frac{a\,f}{M} . \frac{1}{n} = \frac{a\,f}{M} . \frac{m}{M} = \frac{a\,f . m}{M^2} = \frac{a\,f}{M . \frac{M}{m}} = \frac{a\,f}{M\,n}$ iſt.

3) Wir haben demnach folgende Gleichungen:

α) $a = \frac{M^2 . w}{m\,f} = \frac{M\,n . w}{f} = \frac{b\,M}{f}$ als Werth einer Mark fein, oder als Anzahl der Stücke, welche eine Mark fein enthalten.

β) $b = \frac{a\,f}{M}$ = dem Werthe einer Mark rauh.

γ) $w = \frac{a\,f\,m}{M^2} = \frac{a\,f}{M\,n}$ = dem Werthe eines Stückes.

δ) $n = \frac{a\,f}{M\,w} = \frac{M}{m}$ = der Anzahl Stücke, welche auf eine rauhe Mark gehen.

ε) $m = \frac{M}{n} = \frac{M^2 . w}{a f}$ = dem Gew. (Brutto) eines Stückes, und

ζ) $f = \frac{M n w}{a} = \frac{M^2 w}{a m}$ = dem Feingehalte einer rauhen Mark.

Übrigens iſt zu bemerken, daß bei dieſen Gleichungen durchaus kein Remedium berückſichtiget wurde.

4) Wenn die Legirung mehr oder weniger fein iſt, als das Münzgeſetz beſtimmt, ſo heißt der Überſchuß das *Remedium am Korne*, und der Überſchuß oder Abgang am geſetzlichen Gewichte einer Münze wird das *Remedium am Schrote* genannt.

Sey nun das geſetzliche Remedium am Korn = $\frac{\delta}{M}$, und am Schrote = $\frac{d}{M}$; ſo werden $\frac{M \pm d}{M}$ Mark des geprägten Metalles für eine *ganze rauhe Mark* paſſirt, deren *Feine* zwiſchen $\frac{f}{M}$ und $\frac{f \pm \delta}{M}$ fallen muß.

Wenn demnach $\frac{M - d}{M}$ Mark Br. Gew. $\frac{f - \delta}{M}$ Mark fein enthalten; ſo enthalten jene n Stücke, welche zuſammen auf eine rauhe Mark gerechnet werden, nur $\left(\frac{M - d}{M}\right)\left(\frac{f - \delta}{M}\right)$ Mark fein, oder ſo viele Mark fein ſind in n Stücken enthalten, und da $\frac{M - d}{M}$ Mark rauh auf b (Gulden oder Thlr. oder Duk.) ausgebracht werden ſollen, ſo iſt der Werth einer Mark fein $= a = \frac{M^2 . b}{(M - d)(f - \delta)}$ (Gulden oder Thaler oder Duk.) $= \frac{M^2 n w}{(M - d)(f - \delta)}$.

5) Nach einer Verordnung vom 12. Januar 1786 wird in den k. k. Münzämtern 1 Wiener Mark = 24 Karat fein Gold mit 359·5 fl. Conv. M. bezahlt, alſo 1 Köln. Mark fein Gold mit 299·583 fl. C. M., wenn 1 Köln Mark = $\frac{5}{6}$ Wiener Mark geſetzt wird. Da nun 1 Wiener Mark = 5840·83 holländ. Aſſen Troy-Gewicht, und 1 Kölniſche Mark = 4867·358 holl. Aſſ. Tr. Gew. (= 4865 holl. Aſſ. Tr. Gew. nach Andern); ſo iſt der Werth von 1 holl. Aſſe f. Gold = 0·06155 fl. C. M. = 3·693 kr. C. M. Nach dieſen Beſtimmungen ſind die Werthe der in folgender Tabelle verzeichneten *Goldmünzen*, als Waare betrachtet, berechnet und in der letzten Spalte angeführt. Hierbei habe ich vorzüglich benützt die Angaben des Herrn *Chriſtian Noback* in ſeinem »vollſtändigen Handbuche der Münz-, Bank- und Wechſel-

verhältniſſe aller Länder und Handelsplätze der Erde.« Rudolſtadt 1833, und des Herrn Dr. Volz in ſeinem Gewerbskalender für das Jahr 1833. Die Einrichtung der Tafel ſelbſt iſt für ſich klar.

6) Mit dem 20 Gulden-Fuß iſt der $13\frac{1}{3}$ Thaler-Fuß identiſch. Dieſer Conventions-Reichsthaler, gewöhnlich ſächſiſche Thaler genannt, wurde eingetheilt:
in Sachſen und Hannover in 24 gute Groſchen à 12 Pfennigen,
in Augsburg und Frankfurt am Main in 30 Groſchen,
in Braunſchweig in 36 Mariengroſchen,
in Weſtphalen in 28 Schillinge,
in Bremen in 72 Groot.

Gegenwärtig iſt die Rechnungsart und der Zahlwerth des Königreichs Sachſen nach Thalern zu 30 Neugroſchen à 12 Pfennige im 14 Thalerfuße, wie in Preußen.

7) Der rheiniſche Gulden-Fuß oder der 24 Gulden-Fuß, nach welchem 1 fl. R. W. = 50 kr. C. M., iſt in Baiern, Würtemberg, am Rhein und Main, in Salzburg und Tirol gebräuchlich. Dieſer rhein. Gulden, oder Gulden Reichs-Währung wird eingetheilt:
in Anſpach in 12 Batzen,
in Bayreuth in 16 Groſchen,
in Baiern, Baden und Würtemberg in 20 Groſchen oder 60 Kreuzer à 4 Pfennige,
in Braunſchweig in 28 Schillinge.

In den ſüddeutſchen Staaten iſt, ſeitdem ſie ſich dem Zollvereine angeſchloſſen haben, der $24\frac{1}{2}$ Gulden-Fuß eingeführt.

8) Der preußiſche Reichsthaler-Fuß oder der 14 Reichsthaler-Fuß iſt in ganz Preußen, in Anhalt, Cleve, Elberfeld u. ſ. f. gebräuchlich. Der preußiſche Thaler wird geſetzmäßig (ſeit 30. September 1826) eingetheilt in 30 Silbergroſchen à 12 Pfennige preuß. Cour.; vor dem Jahre 1825 aber in 24 Groſchen à 12 Pf. preuß. Cour. Dieſer Thaler iſt $= \frac{10}{7}$ fl. = 1·42857 fl. Conv. M., und 1 fl. C. M. = 0·7 preuß. Thaler.

Dieſer Münzfuß liegt dem Münzfuße der deutſchen Zollvereins Staaten zum Grunde.

9) Die Mark Banko iſt in Hamburg, Mecklenburg, Holſtein und in den Seeſtädten des nördlichen Deutſchlands im Gebrauche. Von dieſer Münzſorte gehen $27\frac{5}{8}$ Stück auf eine Köln. Mark f. S., alſo iſt

1 Mark Banko = 0·72398 fl. C M., und 1 fl. C. M. = 1·3812 Mk. Banko. Die Mark wird in 16 Schillinge Lübiſch à 12 Pf. eingetheilt.

Die im gemeinen Leben gebräuchliche Mark Courant in Hamburg iſt gleich 0·588235 fl. Conv. M., nach neuern genauen Unterſuchungen = 0·583 fl. C. M., und 1 fl. C. M. = 1·71526 Mk. Cour.

10) In England iſt der Schilling gebräuchlich und wird in 12 Pence à 4 Farthings eingetheilt. Hiervon gehen nach der frühern Ausprägungsart 41·9813 Schilling Sterl. auf eine Köln. Mark f. S., nach der neuern Ausmünzungsart aber (ſeit 1816) 44·6898 Schilling Sterling auf eine Köln. Mark f. S. Es iſt demnach ein alter Schilling = 0·4764 fl. Conv. M., und ein neuer Schilling = 0·44753 fl. C. M. Nach einer andern Unterſuchung aber gehen 41·91515 Schill. Sterl. auf eine Köln. Mark f. S., alſo iſt hiernach 1 Schill. Sterling = 0·47715 fl. Conv. M. In ganz Großbritannien rechnet man nach Livres oder Pounds (Pfund) à 20 Schilling à 12 Pence Sterling. — Für das engliſche Pfund oder Livre Sterling ergibt ſich ein Silberpari oder mittlerer Zahlwerth = 9 fl. 40 kr. Conv. M. = 11 fl. $50\frac{5}{8}$ kr. im $24\frac{1}{2}$ Gulden-Fuß = 6 Thlr. 23 Silbergr. preußiſch = 13 Mark 5 Schilling 8 Pfg. Hamb. Bko. = 16 Mark 7 Schilling Hamb. Courant.

11) Die Baſis des franz. Münzſyſtems iſt der Franc, welcher in 100 Centimes = 10 Décimes getheilt wird. 51·94453 Francs gehen auf die Köln. Mark f. S, alſo iſt 1 Franc = 0·38503 fl. C. M. = 23·1 kr. C. M.; nach Andern gehen 52·5 Francs auf die Köln. Mark fein Silber.

IV. Tabelle der Münzen.

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stucke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
Baden.				
Das ganze Großherzogthum rechnet ſeit 1838 nach Gulden zu 60 Kr. à 4 Pf. im 24½ fl. Fuß.				
Gold.				
Ludwigsd'or (alte) fein Gehalt 21 Karat 8 Gran.	143·12	34·00	37·662	7·9524
Halbe und doppelte nach Verhältniß				
Fünfthalerſtück (neu) 21 K 8 Gr. f.	119·24	40·8	45·194	6·6259
Rheingolddukaten, Feingeh. 22 Kar. 6 Gr.	76·39	63·697	67·952	4·4079
Silber.				
Zweiguldenſtück 12 Loth fein.	529·604	9·188	12·25	1·633
Guldenſtücke	264·762	18·375	24·5	0·816
Kronenthaler 13 Lth. 17 Gr. f	614·035	7·923	9·09093	2·20
Baiern.				
Das ganze Königreich rechnet faſt allgemein nach Gulden zu 60 Kr. à 4 Pf. im 24 fl. Fuß, wobei der Kronenthaler zu 2 fl. 24 kr. R. W. gerechnet wird. Der geſetzmäßige Zahlwerth iſt ſeit 1. Januar 1810 der Conventions-Fuß, worin jedoch die Köln. Mark fein Silber zu 24 fl. beſtimmt wird.				
Gold.				
Carolin 18 Karat 5·91 Gr. fein .	201·26	24·1722	31·3712	9·5452
Halbe und Viertel nach Verhältniß,				
Mard'or 18 Kar. 5·76 Gr. fein	134·85	36·0769	46·8523	6·3907
Dukaten 23 Kar. 6·91 Gr. fein .	72·48	67·1199	68·3275	4·3824
Silber.				
Speciesthaler 13 Loth 6 Gr. f.	583·68	8·3333	10·	2·
Brab. Kronenthal. 13 Lth. 17 Gr. f.	616 12	7·923	9·091	2·206
Kopfſtück 9 Loth 6 Gr. fein . .	138·97	35·	60·	0·333
Braunſchweig.				
Hier rechnet man nach Thalern zu 24 guten Groſch. à 12 Pf im 20 fl. Fuß Bisweilen wird jedoch auch nach Thalern zu 36 Mariengroſchen à 8 Pf. und am Ober-Harze nach Marien-Gulden, Kaſſengeld zu 20 Marien-Gro-				

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark fein	Werth in C.M. fl.
ſchen. Es ſind 162 Mar.Guld. genau 100 Thaler C. M. Hier gibt es auch ſogenannte feine Gulden nach dem Leipziger Münzfuß geprägt, wovon 18 Stück auf die Köln. Mark fein Silber gehen.				
Gold.				
Carlsd'or 21 Kar. 6·5 Gr. f. 1802 Doppelte nach Verhältniß,	138·22	35·197	39·2141	7·6359
Dukaten 23 Kar. 1·55 Gr. fein .	72·48	67·1199	69·6466	4·2993
Silber.				
Speciesthlr. 13 Loth 4·91 Gr. f. Halbe nach Verhältniß	583·90	8·33186	10·04369	1·991
Feiner Gulden 15 L. 15·58 Gr. f.	273·07	17·81577	17·9666	1·113
Dänemark.				
Hier wird jetzt nach Reichsthalern zu 6 Mark à 16 Schillinge Däniſch oder zu 96 Schill. gerechnet. Hiervon gehen $18\frac{1}{2}$ St. auf eine Köln. Mark fein S.				
Gold.				
Courant-Dukaten 21 K. 1·2 Gr. fein von 1757	64·73	75·1603	85·4904	3·5028
Species-Duk. 23 Kar. 5·84 Gr. fein ſeit 1671	72·48	67·1199	68·5873	4·3657
Chriſtiand'or 21 Kar. 8·88 Gr. fein ſeit 1775	138·90	35·0262	38·6677	7·7442
Friedrichsd'or ſeit 1826, 21 K. 5·5 Gr. fein	138·	35·25	39·425	7·5935
Silber.				
Reichs-Bankthaler (neu) = 6 Mark = 96 Schillinge von 1813, 14 Loth fein	300·47	16·18772	18·5	1·081
Ganze Speciesth. = 2 Rbthlr. 14 Loth fein	600·95	8·09386	9·25	2·162
Stücke zu 2 Mark, 1 Mark, zu 8 Schillingen nach Verhältniß.				
England				
rechnet nach dem bisher fingirt. Münzwerthe, dem Livre oder Pfund Sterling, oder dem ſeit 1816 geprägten Souveraine zu 20 Sch. à 12 Pence Sterling. Hiervon gehen 2·0991 Livres auf 1 Köln. Mark Silb. 1 Guineas = 1·05 Pf. Sterl. oder Sovereign; 1 Lv. St. = 1·5 Marks				

	Gew von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
= 2 Angels = 3 Nobles = 4 Kronen = 20 Schill. = 60 Groats = 240 Pence = 960 Farthings.				
Gold.				
1 Guinee (alt) zu 21 Schill. 21 Kar. 11·98 Gr. fein vor dem J. 1816 .	174·63	27·8586	30·3934	9·8523
1 Souverain à 20 Schill. ſeit dem J. 1816, 22 Kar. 0·28 Gr. fein: .	166·20	29·2713	31·8983	9·3876
Halbe Souverain, doppelte u. fünffache nach Verhältniß.				
Livre-Sterling (Rechnungsmünze) nach der Ausprägung vor dem J. 1816	—	—	2·0991	9·528
nach der neuern Auspr. ſeit 1816	—	—	2·2350	8·9485
Silber.				
Krone (alt) 14 Loth 14·42 Gr. fein	626·38	7·76683	8·39584	2·382
Halbe nach Verhältniß.				
Schilling, vor d. J. 1816, 14 Loth 14·01 Gr. fein	125·41	38·79241	41·99876	0·476
Halbe Schillinge nach Verhältniß				
Krone (neu) à 5 Schilling, nach 1816 14 Loth 14·45 Gr. fein	588·28	8·26978	8·93879	2·237
Dergl. halbe Kronen ſeit 1816, 14 Loth 14·6 Gr. fein . . .	293·97	16·54905	17·87757	1·119
Neuer Schilling ſeit 1816, 14 Loth 14·38 Gr. fein	117·66	41·34892	44·705	0·447
Halber Schilling ſeit 1816 14 Loth 13·29 Gr. fein	59·00	82·46157	89·52094	0·223
Ganze Krone v. J. 1818, 14 L. 14 G. f.	589·12	8·25806	8·94106	2·236
Halbe Krone v. J. 1825 14 L. 14 G. f.	294·56	16·51613	17·88212	1·118
Ganzer Schilling v. J. 1825, 14 Loth 14 Gr. fein	118·77	40·96	44·34767	0·451
Bank-Thaler zu 5 Schill. v. J. 1804 14 Loth 5 Gr. fein	556·05	8·74920	9·80450	2·040

Frankreich

rechnet nach Francs zu 100 Centimes od zu 10 Decimes. Man rechnet häufig den neuen franz. Franc auch in Sols oder Sous, und beſtimmt denſelben zu 20 Sols de Francs, wo dann der Sous zu 5 Cent. gerechnet wird.

Gold.				
Louisd'or v. 1640—1709, 21 Kar. 9 Gr. fein	138·97	35·	38·6207	7·7516
von 1709 — 1716, Sonnenlouisd'or genannt, 21 K. 6 Gr. f.	169·1667	28·75	32·093	9·3286

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
von 1716—1718, gen. Nouilles, mit 4 Wappen, 21 Kar 8 Gr. fein	254·39	19·3333	21·184	14·1325
von 1718—1723, Maltheſer kreuz gen., 21 Kar. 6 Gr. fein .	199·89	24·3333	28·489	10·9577
von 1723—1726 Mirlitons genannt, 21 Kar. 6½ Gr. fein . .	135·11	36·	40·108	7·4642
von 1726—1785 Schild-Louis-d'or genannt, 21 Kar. 8 Gr. fein .	169·16	28·75	31·846	9·4005
Doppelte u. halbe nach Verhältniß				
Von 1785 bis nach der Revolution, 21 Kar. 8 Gr. fein	158·61	30·6667	33·9692	8·8134
Doppelte nach Verhältniß.				
Neue nach der Revolution, einfache à 24 Livres, 21 Kar. 7 7/8 Gr. fein	158·61	30·6667	33·9856	8·8091
Napoleond'or à 20 Franken, auch Marengos gen., 21 K. 7·2 G. f	133·19	36·52	40·575	7·3783
Doppelte nach Verhältniß.				
(Nach dem Geſetze v. 1803 ohne alles Remedium.)				
Pièce de 20 Francs 21 Kar. 7·2 G. f.	134·28	36·23131	40·25701	7·4383
Pièce de 40 Francs nach Verhältniß.				
(Neuere Ausprägung nach dem geſetzlichen Remedium.)				
Zwanzig-Frankenſt 21 K. 6·56 G. f.	134·008	36·30392	40·43753	7·4050
Vierzig-Frankenſtücke nach Verhältn				
Silber.				
Ecu, altes 6 Livre Stück (Laubthlr.) 14 Loth 5·98 Gr fein	606·83	8·0171	8·94987	2·235
halbe oder 3 Livreſtück (petit ècu) 14 Loth 5·92 Gr. fein	303·41	16·03419	17·90419	1·117
Fünf-Frankenſtücke nach der neuen proviſoriſchen Münzordnung 14 Loth 1·73 Gr. fein	517·82	9·39504	10·66418	1·875
Fünf-Frankenſtück v. J. 1808 (Napolèon blanc) 14 Lth. 6 G. f.	519·17	9·37063	10·48621	1·912
Zwei-Frankenſtück v. J. 1808 14 Loth 5·9 Gr. fein	209·02	23·27544	25·99203	0·769
1 Frankenſtück (Franc) v. 1809 und v 1818, 14 Loth 5·9 Gr. fein	104·51	46·55089	51·98406	0·385
Halbes Frankenſtück (Demi-franc) 14 Loth 4·25 Gr. fein . .	52·59	92·50351	103·96812	0·192

Genua

rechnet und führt Buch ſeit 1 Januar 1827 nach Lire nuove di Piemonte à 100 Centesimi. 51·9345 ſolche Lire enthalten 1 Köln Mark fein Silber. Früher rechnete man nach Lire und 20 Soldi à 12 Denari.

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark fein	Werth in C. M. fl.
Gold.				
Doppien oder alte Piſtolen 21 K. 9 Gr. fein	140·94	34·732	38·325	7·8113
funf-, vier-, zweifache, halbe, Viertel und Achtel nach Verhältniß.				
Doppien oder neue Genovinen à 100 Lire 21 Kar. 10·5 Gr. f. . . .	586·31	8·296	9·102	32·8911
halbe, Viertel, Achtel n. Verhältniß.				
Zechinen (Duk.) 23 K. 10·5 Gr. f.	72·60	67·	67·3508	4·4451
Nach den neuern Unterſuch. aber iſt				
1 Doppie oder Piſtole 21 K. 7·9 Gr. f.	139·57	34·8569	38·6263	7·7523
1 Zechine (Sequin) 23 K. 10·12 G. f.	72·48	67·1199	67·5598	4·4322
1 Genovina à 100 Lire 21 K 8·99 G f	586·60	8·2935	9·1519	32·7188
» à 96 Lire oder à 4 Piſtolen der Ligur. Republik, 22 Kar. 1·51 Gr. fein	523·22	9·2982	10·0858	29·6893
Silber.				
Scudo della crocc (Kreuzthaler) 15 Loth 4·76 Gr. f.	799·32	6·08637	6·37965	3·135
Scudo di St. Giambatista à 5 Lire 14 Loth 12·01 Gr f. . . .	432·19	11·25645	12·27942	1·629
Doppel-Madonnina 13 Lth. 5·9 Gr f.	188·12	25·86160	31·04728	0·644
Scudo à 8 Lire von 1796, 14 Loth 4·79 Gr. f.	691·78	7·03254	7·88739	2·536
Scudo von der Ligur-Republik, 14 L. 3·05 Gr. fein	691·78	7·03254	7·941214	2·519
Griechenland.				
Gold.				
Stücke von 20 und 40 Drachmen. Sie beſtehen aus 9 Theilen feinen Goldes und aus einem Theile Kupfer (unter König Otto geprägt). Das einfache Stück zu 20 Dr. hält 5·199 Grammen feinen Goldes, 0·577 Gr. Zuſatz an Kupfer, alſo zuſamm. 5·776 Gramm. metr. Gew.	120·21	—	—	6·552
Das St. zu 40 Dr. nach Verhältniß. (Nach der allg. Zeit. v. 21. Mai 1833)				
Silber.				
Phönix = 100 Lepta = 1/6 ſpan. Piaſter, jetzt außer Kurs geſetzt, 14 Lth. 7 Gr. fein	93·19	52·2067462	58·0522892	0·345
Drachme = 100 Lepta, unter König Otto I. eingeführt. Dieſe Münze beſteht aus 9 Theilen f. Silber und 1 Th. Kupfer. Sie hält 4·029 Gr.				

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
f. S. und 0·448 Gr. Kupfer, alſo das Geſammtgewicht = 4·477 Gr. metr. Gew	93·18	—	—	0·3467
Fünf-Drachmen-Stück hält 20·147 Grammen f. S., 2·238 Gr. Kupfer, alſo zuſammen 22·385 Gr. metr. Gew.	465·89	—	—	1·7333
Halbe und Viertel-Drachmen nach Verhältniß.				
Hamburg				
rechnet nach Mark zu 16 Schillingen à 12 Pf. Lübiſch oder Hamb. in Banko u. in Courant. 1 Mk. Bko. = $^1/_3$ Thlr. Bko.; $27^5/_8$ Mk. Bko. od. 34 Mk. Cour. betragen 1 Köln. Mark fein Silber.				
Ducate al Marco in Gold 23 Kar. 6 Gr. fein	72·51	67·0788	68·5060	4·3701
Reichsthaler à 3 Mark oder 48 Schill. Lübiſch ſeit 1752. 12 Loth f.	572·23	8·5	11·3333	1·765
Zwei Markſtücke ſeit 1726, 12 L. f.	381·48	12·75	17·	1·176
Ein Markſtück aus 16 Schilling nach Verhältniß.				
Nach genauen Unterſuchungen				
Reichs- oder Speciesthaler 14 Loth 2·4 Gr. fein	606·83	8·0171	9·07596	2·204
Zwei Markſtücke 11 L. 16·77 G. f.	380·28	12·79324	17·15499	1·166
Ein Markſtück nach Verhältniß.				
Hannover				
rechnet jetzt nach Reichsthalern zu 24 guten Groſchen à 12 Pf, wovon $13^1/_3$ Stück auf 1 Köln. Mark f. Silb. gehen. Bis zum J. 1817 rechnete man hier nach Thalern zu 36 Mariengroſchen à 8 Pf. in Kaſſengeld. 12 ſolche Th. enthalten 1 Köln. Mark f. S.				
Gold.				
Dukaten 23 Kar. 9·59 Gr. f. .	72·48	67·1199	67·6866	4·4242
Georgsd'or 21 Kar. 8·18 Gr. f. .	138·22	35·197	38·96	7·6857
Silber.				
Reichsthaler à 24 gGr. 14 Loth 3·62 Gr. fein	608·17	7·99932	9·01247	2·219
Gulden 15 Loth 15·58 Gr. f. .	272·40	17·85987	18·01145	1·110
Gemeiner Gulden 12 Loth 1·13 Gr. f.	357·02	13·62679	18·07462	1·107
Holland				
rechnet jetzt geſetzmäßig nach Gulden zu 100 Cents, wovon 24·325 eine Köl-				

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl
niſche Mark f. Silber enthalten Früher rechnete man nach Gulden zu Stübern à 16 Pf. Holl. Cour 1 Pf vlämiſch = 1·4 Holl. Thaler = $4^2/_7$ Gold-Gulden = 6 Holl. Gulden = 20 Schill. vlämiſch = 120 Holl. Stüber = 240 GrootHoll. = 1920 H. Pf				
Gold.				
Ruiter, dopp, 21 K. 11·95 Gr. f.	416·69	11·6754	12·7390	23·5060
» einfach., 21 K. 11·91 Gr. f.	206·32	23·5797	25·7325	11·6367
Halbe nach Verhältniß				
Dukaten, älterer, 23 Kar. 7 Gr. f.	72·60	67·	68·18375	4·3910
Neue Goldmünzen ſeit 1816 u 1825:				
Zehnguldenſtücke (ſeit 1816) 21 Kar. 7·2 Gr. fein	140·	34·75	38·6111	7·7553
Fünfguldenſtücke (ſeit 1825) 21 Kar. 7·2 Gr. fein	70·	69·5	77·2222	3·8777
Duk. 23 Kar. 7 Gr. f. (ſogen. holländ.)	72·68	66·932	68·11454	4·3959
Silber.				
Ältere Sorten:				
Dukaten 15 Loth 0·56 Gr. f. .	676·95	7·186641	7·6499	2·6144
Dreiguldenſtück, Holl. 14 Loth 11·99 Gr. fein	656·72	7·407995	8·081751	2·4747
von Batavia 14 Loth 7·8 Gr. f. .	651·33	7·469345	8·280224	2·4154
Reichsthaler à 50 Stüber 13 Loth 13·17 Gr. fein	590·64	8·236744	9·597483	2·0839
Gulden à 20 Stüber 14 L. 8·98 Gr. f.	218·46	22·269714	24·575570	0·8138
Neue geſetzliche Ausprägung ſeit 28. Sept. 1816:				
Guldenſtücke à 100 Cents ſeit 1816 14 Loth 5·14 Gr. fein	224·00	21·71875	24·325	0·8222
Dreiguldenſtücke und Halbegulden ſtücke nach Verhältniß.				
Silber-Dukaten à 2 fl. 50 Cents, 13 Loth 16 Gr. fein	584·20	8·327667	9·593472	2·0847
Silber-Ruiter à 3 fl. 15 Cents, 14 L. 17·75 Gr. fein	677·74	7·1782954	7·6639447	2·6096
Lombardei.				
Im ganzen Königreiche rechnet man nach dem k. k. Münz-Patente vom 1. Nov. 1823 nach Lire austriache zu 100 Centesimi.				
Ältere Mailändiſche und Mantuaniſche Goldmünzen:				
Zecchino (Sequin) 23 K 9·05 G. f.	72·48	67·1199	69·1129	4·4156
Doppia oder Piſtole 21 K. 9·12 G. f.	131·48	37·002	49·811	7·3274

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
Stück à 40 Lire v. J. 1808, 21 Kar. 6·77 Gr. fein	269·70	18·0385	20·0762	14·9154
Nach der neuern Ausprägung:				
1 Souveraine (Sewerin) = 40 öſtr. Lire 21 Kar. 7·2 Gr. fein . . .	235·56	20·65312	22·9479	13·0486
1 halber Souveraine à 20 Lire = 6⅔ fl. nach Verhältniß.				
Silber.				
Ältere Sorten:				
1 Scudo à 6 Lire 14 Loth 6·01 Gr. f.	481·08	10·11267	11·288153	1·772
Neue Lire (v. 1780 ꝛc.) 8 L. 14·4 G. f.	129·46	37·580143	68·327532	0·2927
Alte Lire 14 Loth 10·68 Gr. f. . .	78·21	62·201615	68·198369	0·2932
Neue Ausprägung nach dem Geſetze vom 1. Nov. 1823:				
1 Scudo = 6 Lire 14 Loth 7·2 Gr. f.	539·48	9·017885	10·019873	2.000
Halber Scudo nach Verhältniß.				
Neue öſterr. Lire = 100 Centesimi 14 Loth 7·2 Gr. fein	89·91	54·107312	60·119236	0·333
Halbe Lire nach Verhältniß.				
Lübeck				
rechnet gewöhnlich nach Mark zu 16 Schillingen à 12 Pf. Lübiſch Cour., wovon 34 Stück 1 Köln. Mark f. S. ausmachen.				
1 Thaler Cour. = 3 Mark.				
Reichs- oder Speciesthaler 13 Loth 16·82 Gr. fein	606·83	8·01710	9·20565	2·1726
Die Mark 11 Loth 16·67 Gr. fein .	190·14	25·58648	34·3263	0·5826
Zwei-Markſtücke nach Verhältniß				
Neapel.				
Hier rechnet man ſeit dem J. 1818 nach Ducati zu 100 Grani à 10 Cavalli, wovon 12·2273 auf die Köln. Mark f. Silber gehen.				
Früher rechnete man nach Ducati di Regno zu 10 Carlini à 10 Grani.				
Gold.				
Sechs-Dukaten-Stücke vom J. 1752, 20 Kar. 11·36 Gr. fein	183·40	26·5272	30·3934	9·8523
Vier- u. Zwei-Duk. St. nach Verh.				
Sechs-Duk. Stücke vom J. 1767 und 1772, 20 Kar. 3·76 Gr. fein . .	186·09	26·1427	30·8878	9·6942
vom J. 1783, 21 Kar. 6·14 Gr. fein	183·40	26·5272	29·5955	10·1176
Vier-Duk. Stücke (Piſtole) vom J. 1752, 20 Kar. 11·35 Gr. fein .	122·38	39·7625	45·5517	6·5735
v. J. 1767 u. 1770, 20 K. 3·73 G. f.	122·38	39·7625	46·9752	6·3742

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
Zechine = 2 Dukat. vom J. 1762, 20 Kar. 3·42 Gr fein	59·67	81·5298	96·4624	3·1039
Oncetta = 3 Dukaten vom J. 1818, 20 Kar. 11·26 Gr. fein	78·55	61·9347	62·0946	4·8215
Fünf- u. zehnfache nach Verhältniß.				
Silber.				
1 Ducato = 10 Carlini vom J. 1818, 13 Loth 6·08 Gr. fein	477·37	10·191225	12·225326	1·6359
Stücke zu 12, 6, 2 und 1 Carl. nach Verhältniß.				
1 Ducato = 100 Grani (in Neapel) = 100 Barochi (in Sicilien).				
Nord-Amerika.				
Der Nord-Amerikan. Freiſtaat rechnete ſonſt wie England nach Pfunden zu 20 Schillingen à 12 Pence Cour.; jetzt rechnet man nach Dollars zu 10 Dimes à 10 Cents, wovon 9³/₄ St. = 1 Köln. Mark fein S.				
Gold.				
1 Adler (Eagle) geſetzmäßig 22 K. f.	364·00	13·363	14·5778	20·5368
Neuere Unterſuch. geben im Durchſchnitte (von 12 J.) dieſes Goldſtück 21 Kar. 10·51 Gr. fein	364·1	13·3618	14·6595	20·4266
Silber.				
Dollar (Piaſter) à 10 Dimes = 100 Cents.				
Dollar v. J. 1795, 14 Lth. 6·58 G. f.	560·98	8·672341	9·659153	2·0706
vom Jahr 1798, 14 Loth 6 Gr. f.	564·38	8·620535	9·623083	2·0783
vom Jahr 1802, 14 Loth 1·76 Gr. f.	563·67	8·630846	9·795530	2·0418
bis 1820, 14 Loth 4·22 Gr. f. . .	560·98	8·672341	9·747889	2·0517
Halbe und Viertel nach Verhältniß.				
Öſterreich.				
Der ganze Kaiſerſtaat rechnet nach Gulden zu 60 Kreuzer à 4 Pfennige in dem Zahlwerthe des 20 fl. Fußes.				
Gold.				
Souveraind'or, einfacher, 22 Kar. f. nach dem öſterr. M. Tarif . .	231·10	21·0471	22·9605	13·0387
Nach franz. und engl. Unterſuchungen 21 Kar. 11·22 Gr. fein . .	231·94	20·9750	22·9749	13·0480
Halber Souveraine 22 Kar. fein, nach dem M. Tarif	115·55	42·0942	45·9210	6·5194
Nach engl. und franz. Unterſuchungen 21 Kar. 11·22 Gr. fein . .	115·97	41·9499	45·8994	6·5237

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
Dukaten, ehemals Brabantiſch, 23 Kar. 8 Gr. fein	72·00	67·5556	68·5060	4·3701
Löwen (Lionsd'or) Belgiſche von 1790, 22 Kar. fein	127·20	28·25	30·8160	9·7150
Nach engl. Unterſuchungen 21 Kar. 11·99 Gr. fein	127·27	28·2403	30·8037	9·7193
Dukaten, kaiſ., 23 Kar. 8 Gr. f.	72·6	67·00	67·944	4·4065
Silber.				
Species-Rthlr. à 2 Reichsgulden 13 Loth 6 Gr. fein . . .	583·68	8·3333	10·	2·0000
Halbe und Viertel nach Verhältniß.				
Zwanziger 9 Loth 6 Gr. fein . .	138·97	35·00	60·	0·3333
Zehner 8 Loth fein	81·07	60·1000	120·	0·1667
Fünf-Kreuzerſtücke 7 Loth f.	46·32	105·00	240·	0·0833
Drei-Kreuzerſt. 5 Loth 9 Gr. f.	35·37	137·5	400·	0·0500
von 1820, 5 Loth fein	38·92	125·4	400·	0·0500
Reichs- oder Speciesth. ſeit 1753, 14 Loth 1·26 Gr. f.	598·06	8·13460	9·2505	2·1620
Conventions-Speciesthlr. ſeit 1753, 13 Loth 1·26 Gr. f. .	583·90	8·33186	10·19987	1·9608
Speciesthlr. von 1800, 13 Loth 2·45 Gr. fein	583·90	8·33186	10·14822	1·9708
Ungar. Speciesthaler 13 Lt. 6·04 Gr. fein	583·90	8·33186	9·99638	2·0007
Ungar. halbe Speciesthlr. 13 Loth 4·91 Gr. fein	291·95	16·6637	20·08738	0·9957
Kronenthlr. (Brabantiſche) ſeit 1755, 13 Loth 16 Gr. fein	610·37	7·969	9·1803	2·1786
nach engl. und franz. Unterſuchungen 13 Loth 15·6 Gr. fein	614·92	7·9116	9·12878	2·1908
geſetzmäßig 13 Loth 17·5 Gr fein .	617·165	7·88283	9·02686	2·2156
unter M. Thereſia, Franz I., Joſeph II., Leopold II. und Franz II. nach Bonneville 13 Loth 16 Gr. fein	614·641	7·91519	9·11828	2·1934

1 fl. C. M. W. W. = 0·66667 Conv. Thaler oder ſächſ. Thlr.
= 1·200000 fl. Rhein. (Reichsw.)
= 0·70000 Thlr. Preuß. Cour.
= 2·60870 neue franz. Francs
= 2·59750 Francs nach dem Annuaire pour l'an 1833
= 2·64131 alte franz. Livres
= 2·09907 engl. Schilling bis zum Jahre 1816
= 2·234631 engl. Sch. ſeit 1816
= 1·38121 Hamb. Mark Banko
= 1·71526 Hamb. Mark Cour.

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark fein	Werth in C. M. fl.
Polen.				
Im ganzen Königreiche rechnet man jetzt nach Gulden zu 30 Groſchen Polniſch.				
Gold.				
Dukaten ſ 1766 bis 1794, 23 Kar. 7 Gr. fein	72·60	67·	68·1837	4·3910
nach neuern Unterſ 23 K. 7·45 Gr. f.	72·48	67·1199	68·1989	4·3910
Duk, alte, 23 Kar. 4 Gr. fein .	72·60	67·	68·9143	4·3442
Souverains, neue, ſeit 1794, 20 Kar. fein	256·50	18·9583	22·75	13·1594
Halbe nach Verhältniß.				
Dukaten v. J 1812, unter Friedrich Auguſt, 23 Kar. 5 Gr. f.	72·60	67·	68·669	4·3595
Königl. doppelte Goldſtücke oder 50 Guldenſtücke, ſeit 1816, 22 K. f	204·13	23·8333	26·	11·5173
Dergl. einfache oder 25 Guldenſtücke nach Verhältniß.				
Silber.				
Neue geſetzl. Münzen ſeit 1816:				
10 Guldenſtücke 13 Loth 16 Gr. f. .	646·51	7·525	8·6688	2·3071
5 Guldenſtücke 13 Loth 16 Gr. f. .	323·26	15·05	17·3376	1·1536
2 Guldenſtücke 9 Loth 9 Gr f. .	189·04	25·7355	43·344	0·4614
1 Guldenſtück 9 Loth 9 Gr. f. . .	94·52	51·471	86·688	0·2307
10 Groſchenſtücke 3 Loth 2 Gr f. .	60·43	80·50	414·	0·0483
5 Groſchenſtücke 3 Loth 2 Gr. f. .	30·22	161·	828·	0·0242
Portugal.				
In dieſem Königreich rechnet man nach Reïs oder Rees, wovon 8631·5 = 1 Köln. Mark f. S., oder auch nach Millerees = 1000 Rees.				
Nach genauern Berechnungen kommen im Durchſchnitte 8671·4736 Rees auf die Köln. Mark fein Silber und 113777⁷/₉ Rees auf die Köln. M. fein Gold.				
Gold.				
Lisboninen v. 12800 Rees 22 K. f.	590·64	8·23674	8·98554	33·3244
Dobraon v. 24000 Rees 22 K. f.	1116·56	4·35712	4·75322	62·9971
Halbe von 12000 R. nach Verhältn.				
Johannes von 6400 Rees 21 Kar. 11·28 Gr fein	300·04	16·21435	17·73694	16·8819
Halber 3200 R. 21 Kar. 11·35 G. f.	149·68	32·50175	35·54378	8·4243
Moidore 22 Kar. 0·58 Gr. f. .	223·85	21·73309	23·70364	12·6325
Halbe nach Verhältniß.				
Stück à 16 Testones = 1600 Rees 21 Loth 10·93 Gr. fein	72·82	66·80914	73·17837	4·0918

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
Stück à 12 Testones oder 1200 Rees 21 Kar. 10·60 Gr. fein	54·28	89·63214	98·30228	3·0461
Stück à 8 Testones oder 800 Rees 21 Kar. 10·74 Gr. fein	38·43	126·58574	138·75745	2·1580
Cruſade, alte = 400 Rees 21 K. 9·12 Gr. fein	20·23	240·51291	265·2716	1·1288
neue = 480 R. 21 Kar. 10·3 Gr, f.	21·91	222·01192	243·7631	1·2286
Millerees für die afrikaniſchen Kolonien 21 Kar. 11·94 Gr. fein	26·63	182·66804	199·3201	1·5024
Silber.				
Cruſade, neue, von 1718, 14 Loth 5·4 Gr. fein	302·06	16·10577	18·02045	1·1098
neue von 1795, 14 Loth 6·05 Gr. f.	303·41	16·03419	17·89530	1·1176
Doze (12) Vintems = 240 R. v. 1799, 14 Loth 6·17 Gr. fein	151·03	32·21155	35·93320	0·5566
Teston v. J. 1799, 14 L. 5·72 G. f.	65·40	74·38544	83·1266	0·2406
Cruſade, neu, v. 1802, 14 L. 3·62 G. f.	303·41	16·03419	18·06556	1·1071
von 1809, 14 Loth 8·65 Gr. fein	293·32	16·47311	18·20228	1·0988
Seis (6) Vintems = 120 R. v. 1802, 14 Loth 3·63 Gr. f.	70·80	68·718	77·41832	0·2583
Teston von 1802, 14 Lt. 3 Gr. f.	64·73	75·1603	84·8869	0·2356
Tres (3) Vintems = 60 R. v. 1802, 14 Loth 3·63 Gr. fein	35·40	137·43595	154·8366	0·1292
Teston, halber, von 1802, 14 Lt. 3·44 Gr. fein	31·02	156·85622	176·8477	0·1131
Preußen.				
Im ganzen Königreiche wird gegenwärtig geſetzmäßig gerechnet nach Reichsthalern od. Thalern zu 30 Silbergroſchen à 12 Pf. Preuß. Cour. Vor dem J. 1825 aber nach Thalern zu 24 Gr. à 12 Pf. Cour.				
Gold.				
Dukaten vom J. 1748, 23 Kar. 7·45 Gr. fein	72·48	67·1199	68·1989	4·3910
von 1787, 23 Kar 5·84 Gr. fein .	72·48	67·1199	68·5873	4·3657
Friedrich-Wilhelmsd'or (Piſtole) ſeit 1821, 21 Kar. 8 Gr. f.	139·	35·	38·7692	7·7239
Friedrichsd'or, dopp, v. 1769, 21 Kar. 6·64 Gr. fein	277·79	17·5131	19·5010	15·3549
einf., von 1778, 21 K. 7·48 Gr. f.	138·90	35·0262	38·8760	7·7024
dopp., von 1800, 21 K 5·94 Gr. f.	277·79	17·5131	19·5539	15·3136
einf., von 1800, 21 K. 5·8 Gr. f. .	138·90	35·0262	39·1290	7·6525
Silber.				
Reichsthaler- oder Thalerſtücke à 24 gGr., jetzt zu 30 Silbergroſchen 12 Loth fein . . .	463·24	10·5	14·	1·4286

	Gew. von 1 Stück in holl Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
Halbe (jetzt nicht mehr gebräuchlich) 12 Loth ſein	231·63	21·	28·	0·7143
Zwei Drittel ſeit 1792 (nicht mehr gebräuchlich)	308·82	15·75	21·	0·9524
Neue Silbergroſchen à 12 Pf. 3 Loth 10 Gr. ſein	45·60	106·6667	480·	0·0417
Halbe Silbergr. à 6 Pf. nach Verh.				
Rußland.				
Ganz Rußland rechnet jetzt nach Rubeln zu 100 Kopeken.				
1 Rubel = 10 Griwn = 33⅓ Altins = 100 Kopeken = 200 Denuſchken = 400 Poluſchken war die frühere Eintheilung.				
Gold.				
Imperial vom J. 1801, 23 Kar. 6·79 Gr. ſein	249·81	19·4747	19·8334	15·0976
Halbe v. J. 1801, 23 K. 7·02 G. f.	124·74	39·0021	39·6886	7·5448
Halbe v. J. 1818, 22 K. 0·27 G. f.	134·18	36·2582	39·5147	7·5781
Platina-Stück (Duk.) = 3 Silber-Rubel; ganz ſein	215·2014	22·602085	67·530375	4·4341
Platina-Stück zu 6 Silber-Rubel (Platina-Dublone) nach Verhältn.				
Silber.				
Neue Ausmünzung ſeit den Jahren 1810 und 1813:				
Rubel zu 100 Kop. 13 Lt. 16 Gr. f.	431·01	11·287478	13·003175	1·5381
Halbe, Viertel, Fünftel ꝛc. Rubel nach Verhältniß.				
Rubel unter Alexander I. vom Jahre 1805, 13 Loth 13·2 Gr. f. .	436·91	11·13486	12·97265	1·5417
Platina-Stück zu 3 Silberling, auch Platina-Dukaten genannt (13·0031746 Silber-Rubel auf eine Köln. Mark f. Silber gerechnet), geſetzmäßig ſeit Mai 1828, 16 Loth f.	215·20	22·602085	4·334392	4·6143
Doppelt-Platina-Stück zu 6 Silber-Rubel ganz nach Verhältniß ſeit Dezember 1829.				
Sachſen.				
Das ganze Königreich rechnet nach Thalern zu 24 Groſchen à 12 Pf. in dem Zahlwerthe des 20 fl. Fußes.				
Gold.				
Dukaten vom J. 1784, 23 Kar. 5·84 Gr. ſein	72·48	67·1199	68·5873	4·3657

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark		Werth in C. M. fl.
		rauh	fein	
Dukaten vom Jahr 1797, 23 Kar. 7·45 Gr. fein	72·48	67·1199	68·1989	4·3910
Auguſtd'or von 1754, 21 Kar. 4·25 Gr. fein	138·22	35·1970	39·5580	7·5694
von 1784, 21 Kar. 7·06 Gr. fein .	138·22	35·1970	39·1290	7·6525
Silber.				
Spec. Reichsthaler = 2 Reichs-Gulden = 32 gGr. C. M. 13 L. 6 G f.	583·68	8·3333	10·	2·0000
Halbe und Viertel nach Verhältniß				
Vier-Gute-Groſchenſtücke 8 Loth 12 Gr. fein	112·25	43·3333	80·	0·2500
Zwei-Gute-Groſchenſtücke = 3 Mariengroſchen 7 Loth fein .	69·49	70·	160·	0·1250
Ein-Gute-Groſchenſtück 5 L. 16 Gr. fein	41·3	117·7778	320·	0·0625
Nach neuern genauen Unterſuchungen iſt der Convent. Species-Thaler 13 Loth 4·8 Gr. fein	582·55	8·35114	10·07173	1·9858
Halbe und Viertel nach Verhältniß.				
Sardinien.				
Seit 1827 rechnet man nach Lire nuove à 100 Centesimi, wovon 51·9345 auf 1 Köln. Mark f. S. gehen; früher aber rechnete man nach Lire zu 20 Soldi à 12 Denari, wovon 27·609896 auf die Köln. Mark fein S. gehen.				
Gold.				
Carlini à 25 Lire bis zum Jahr 1827 21 Kar. 6 Gr fein	334·28	14·5506	16·2426	18·4318
Halbe und Viertel-Doppiette oder Scudi d'oro nach Verhältniß.				
Nach den neuern Unterſuchungen aber iſt der Carlino 21 Kar. 3·77 Gr. f.	333·75	14·57654	16·41353	18·2434
Silber.				
1 Scudo od. Thaler 14 Lt. 5·97 G. f.	488·83	9·95226	11·110852	1·8000
Halber und Viertel nach Verhältniß.				
Der neue Scudo à 5 Lire nuove vom J. 1826, 14 Loth 6 Gr. fein . .	527·25	9·225225	10·297926	1·9421
Schweden.				
Hier rechnet man nach Species-Reichsthaler zu 24 Mark Silber-Münze oder 48 Schillinge Species. 1 Schill. Sp. = 96 Pf.				

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark fein	Werth in C. M. fl.
Gold.				
Dukaten 23 Kar. 6·02 Gr. f.	71·47	68·0697	69·5124	4·3079
Der geſetzl. Werth dieſer Dukaten iſt 94 Schilliuge.				
Silber.				
Species-Reichsthaler, neue vom Jahr 1830, 12 Loth fein	708·20	6·86953	9·15937	2·1836
(nach einer andern Annahme 12 L.)	707·84	6·87161	9·16215	2·1829
Spec. Reichsbankthaler vom J. 1822, 14 Loth fein	608·	8·	9·142857	2·1875
Sicilien.				
Hier rechnete man bis zum J. 1818 nach Oncien zu 30 Tari à 20 Grani. 1 Oncia = 2·5 Scudi = 5 Fiorini = 3600 Piccioli.				
Seit dem Jahre 1818 rechnet man wie in Neapel nach Ducati zu 100 Bajocchi á 10 Piccioli.				
Gold.				
Oncia v. J. 1751, 20 K. 4·69 G. f.	92·37	52·6671	61·9879	4·8304
Doppelte Oncia vom J. 1758, 20 Kar. 5·96 Gr. fein	184·47	26·3335	30·8350	9·7108
Carlino, zwölffache à 120 Grani v. J. 1805, 20 K. 0·5 G. f.	574·844	8·4632	10·13460	29·5464
ſechsfache a 60 Grani v. J. 1805 20 Kar. 0·5 Gr. f.	287·422	16·9263	20·2692	14·7732
Doppelte u. einfache nach Verhältn.				
Oncetta (Oncia) ſeit 1818 zu 3 Ducati 23 Kar. 10·56 Gr. fein	78·81	61·7277	62·0379	4·8267
Zehnfache, fünffache und zweifache Oncie nach Verhältniß.				
Silber.				
Scudo á 12 Tari vom Jahr 1785, 13 Loth 4 Gr. fein	568·21	8·56196	10·36079	1·9304
Halber à 6 Tari vom Jahr 1785, 13 Loth 5 Gr. fein	283·00	17·19081	20·71572	0·9654
Stück à 40 Grani vom Jahr 1785, 13 Loth 6 Gr. fein	190·14	25·58633	30·70431	0·6514
Stück à 12 Tari vom Jahr 1798, 13 Loth 4 Gr. fein	568·21	8·56196	10·36079	1·9304
Ducato di Regno (Silber-Dukaten) = 100 Bajochi v. J, 1818, 13 Loth 6 Gr. fein	477·46	10·18949	12·22731	1·6357
Stücke a 12, 6, 2 u. 1 Carl. Siehe Neapel.				

S p a n i e n.

In Spanien wird nach acht verſchiedenen Münzwährungen gerechnet, von welchen wir die vorzüglichſte, nämlich die Caſtilianiſche Rechnungsart anführen,

Am gewöhnlichſten rechnet man nach Reales de Velon zu 34 Maravedis de Velon, oder nach Reales de Plata antigua zu 34 Maravedis de Plata antigua. — Hierbei betragen 32 Reales de Velon 17 Reales de Plata antigua.

1 Real de Plata ant. = $1^{15}/_{17}$ R. de Vel. = 16 Quartos = 32 Ochavos = 34 Maravedis de Plata antigua = 64 Mar. de Vel. = 640 Dineros Castili.

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln Mark		Werth in C. M. fl.
		rauh	fein	
G o l d.				
V i e r f a c h e P i ſ t o l e (Dublone) vom J. 1801, 20 Kar. 8·98 Gr. f.	562·32	8·65154	10·0075	29·9213
D o p p e l t e P i ſ t o l e v. J. 1801, 20 Kar 9·05 Gr. fein	281·16	17·3013	20·0094	14·9647
E i n f a c h e P i ſ t o l e vom J. 1801, 20 Kar. 8·91 Gr. fein	140·58	34·6026	40·0410	7·4784
G o l d - P i a ſ t e r (Coronilla oder Vintem) v. J. 1801, 20 K. 3·2 G. f.	36·41	133·6183	158·2322	1·8927
S i l b e r.				
P i a ſ t e r ſeit 1772, 14 Loth 6 Gr. f.	561·23	8·6667	9·674419	2·0673
Halbe, Viertel, Achtel, Sechzehntel nach Verhaltniß.				
C o l o n n a t o (Säulen-Piaſter oder Mexikan. Piaſter) zu 8 Realen v. J. 1778, 14 Loth 6 Gr. fein . . .	561·58	8·663087	9·670493	2·0681
H a l b e P i a ſ t e r v. 4 Realen vom J. 1780 nach Verhältniß.				
S e v i l l a n (neuer Piaſter) vom J. 1788, 14 Loth 6 Gr. fein . . .	561·58	8·66309	9·670493	2·0681
Halbe ſolche Piaſter nach Verhältniß.				
P e s e t a = 2 Realen de Plata = $^1/_5$ Piaſter 13 Loth fein	121·60	40·00771	49·23750	0·4062
R e a l d e P l a t a = $^1/_{10}$ Piaſter v. J. 1772, 12 Loth 17 Gr. fein .	60·80	80·01542	98·895462	0·2022
N e u e r S e v i l l a n P i a ſ t e r vom J. 1798, 14 Loth 6 Gr. fein .	561·58	8·663087	9·670493	2·0681
H a l b e ſolche Piaſter à 4 Realen vom J. 1791, 14 Loth 6 Gr. fein .	278·58	17·463683	19·494344	1·0259
P e s e t a = 2 Real de Plata = $^1/_5$ Piaſter v. J. 1791, 12 L. 15 G. f.	119·39	40·748593	50·800509	0·3937

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	fein	Werth in C. M. fl.
Real de Plata = $^1/_{10}$ Piaſter v. J. 1795, 12 Loth 15 Gr. f.	60·80	80·01542	99·769849	0·2005
Halbe Real de Plata oder Realillo de vellon v. J. 1796, 12 Lots 15 Gr. fein	30·95	157·173145	195·941588	0·1021

Toskana.

Im ganzen Großherzogthume rechnet man nach Lire zu 20 Soldi à 12 Denari, wovon 61·826 = 1 Köln. Mark fein S. — 1 Scudo = $1 \cdot ^5/_{23}$ Pezza da otto Reali = 7 Lire = 10·5 Paoli = 84 Grazii = 140 Soldi = 420 Quatrini = 1680 Denari.

Gold.

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	rauh	fein	Werth in C. M. fl.
1 Ruspone à 40 Lire geſetzlich 24 Kar. fein	217·79	22·33827	22·33827	13·4050
Nach engl. und franz. Unterſuchungen 23 Kar. 11·2 Gr. fein	217·45	22·3733	22·4359	13·3464
1 Zecchino = $13^1/_3$ Lire, geſetzmäßig 24 Kar. fein	72·60	67·01481	67·91481	4·4685
Nach engl. und franz. Unterſuchungen 23 Kar. 11·2 Gr. f.	72·48	67·1199	67·3077	4·4488

Silber.

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	rauh	fein	Werth in C. M. fl.
Francescone oder Leopoldino à 10 Paoli nach dem Remedium und Tarif 14 Loth 4 Gr. f.	574·43	8·467556	9·526	2·0995
Halbe nach Verhältniß.				
Testono = 3 Paoli = 2 Lire, nach dem Remedio 14 Loth 4 Gr. f.	172·35	28·2222	31·75	0·6299
Paoli oder Giuli, einfache à 8 Crazie 14 Loth 4 Gr. fein	57·44	84·675556	95·26	0·2100
1 Lira à 12 Crazie, nach dem Tarif 13 Loth 6 Gr. fein	92·75	52·441667	62·93	0·3178
Talaro à 9 Paoli = 6 Lire, nach dem Tarif 13 Loth 6 Gr. fein	564·21	8·620833	10·345	1·9333

Nach der gegenwärtigen geſetzlichen Ausprägung erhält man folgende Vergleichungen, wenn die toskan. Libra = 6392 franz. Grän = 7066·15625 holl. Aſſen, u. 1 Köln. Mark = 0·68849312524 toſk. Pf geſetzt wird, das geſetzliche Remedium mitbegriffen:

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	rauh	fein	Werth in C. M. fl.
1 Francescone à $6^2/_3$ Lire = 10 Paoli, 14 Loth 12 Gr. fein	572·49	8·497972	9·270515	2·1574
Franceschino = $^1/_2$ Francescone = 5 Paoli nach Verhältniß.				

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark		Werth in C. M.
		rauh	fein	fl.
1 Lira = 1·5 Paolo, 14 L. 12 G. f.	85·16	57·129225	62·322791	0·3219
Halbe nach Verhältniß.				
1 Paolo = $^2/_3$ Lire, 14 L. 12 Gr. f.	56·77	85·693838	93·484187	0·2139
Halbe nach Verhältniß.				
Doppel-Crazie = $^1/_6$ Lira = $^1/_4$ Paolo, 4 Loth 15 Gr. fein .	39·92	121·863283	403·409489	0·0496
Türkei.				
Hier rechnet man gewöhnlich nach Piaſter (Dollars) zu 100 und auch 120 Aſpers. 1 Piaſter = 40 Para à 2·5 gute oder 3 Curant Aſpern.				
Gold.				
Zerimahbab oder Zindsjerli, ſeit 1781 à 3 türk. Piaſter, 19 K. 3 G. f.	55·29	87·9685	109·6750	2·7298
Fonduc à 5 Piaſter = 400 Para von 1789, befunden 19 K. 3 Gr. f.	71·27	68·25	85·091	3·5183
Halbe nach Verhältniß, eben ſo $^1/_4$ Fonduc = 1 Rubbie.				
Die in London und Paris 1819 und 1820 angeſtellten Münz-Unterſuchungen lieferten folgende Reſultate:				
Fonducli-Zecchine von Konſtantinopel vom Jahr 1773, 19 Kar. 4·01 Gr. fein	72·48	67·1199	83·3186	3·5939
vom J. 1789, 19 Kar. 1·86 Gr. f. .	72·48	67·1199	84·0954	3·5607
Doppelte Mahbub-Zecchine von 1773, 23 Kar. 0·1 Gr. f	102·82	47·3140	49·3528	6·0676
Mahbub-Zecchine v. 1789, 19 Kar. 3·2 Gr. f.	48·55	100·2137	124·8337	2·3986
von Cairo v. 1773, 18 K. 11·56 G. f.	52·93	91·9157	116·3772	2·5728
— v. 1789, 16 K. 5·38 Gr. f.	52·93	91·9157	134·1150	2·2324
Halber Miſſeir vom J. 1818 15 Kar. 11·89 Gr. fein	24·61	197·6818	296·6853	1·0094
Fonducli-Zecchine 19 Kar. 2·94 Gr. fein	71·47	68·0697	84·8869	3·5275
Rubbie = $^1/_3$ Zecchine 19 K. 0·10 Gr. fein	16·86	288·6155	364·4134	0·8218
Yermeebeshlek, 22 Karat 10·53 Gr. fein	99·45	48·9179	51·3185	5·8349
Der vorige Großherr Mahmud II. ließ goldene Zwanzig-Piaſterſtücke (beiläufig $^1/_2$ Duk. werth) und Zwölf-Piaſterſtücke prägen, die am Gehalte ſehr von einander abweichen.				

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark rauh	Hiervon gehen Stücke auf eine Köln. Mark fein	Werth in C. M. fl.
Silber.				
Doppelte Iselotta oder Zalota oder Altmischlik = 1·5 Piaſter = 60 Para bis 1757, 9 Loth 6 Gr. fein	599·16	8·1254	13·9293	1·4369
Grusch oder Piaſter = 40 Para von Muſtapha III. von 1757, 8 Loth 13·18 Gr. fein	397·97	12·2295	22·4080	0·8920
Altmischl v. 1773. 8 L. 14·97 G. f.	557·16	8·7305	15·8163	1·2645
Piaſter von Abdul Hamed von 1773, 8 Loth fein	397·97	12·2295	24·4589	0·8180
von derſ. Zeit 8 Loth 15·6 Gr. fein .	388·02	12·5267	22·6046	0·8861
Juslik oder Juspara-Stück v. 100 Para von Selim vom Jahr 1789, 7 Loth 9·63 Gr. fein .	657·75	7·3966	15·7061	1·2769
Doppel-Piaſter (Ikilik-Ikigrusch) 7 Loth 9·63 Gr. fein . .	548·31	8·8696	19·3546	1·0330
Piaſter von Selim vom J. 1801, 7 Loth 13·20 Gr. fein	267·06	18·2207	37·6979	0·5478
Halber Piaſter (Jarimlik) 5 Loth 16·59 Gr fein	130·83	37·1927	100·4929	0·1992
Piaſter v. 1818, 7 Loth 3·55 G. f.	202·95	23·9714	53·2894	0·3753
Piaſter à 40 Para vom J. 1820, 7 Loth 4·50 Gr fein	201·58	24·1296	53·2515	0·3756
Beshlik = 1/8 Piaſter = 5 Para 7 Loth 9·50 Gr. fein	32·06	151 7037	324·4356	0·06164
Onlik, Onpara oder Rubbie-Stück von 10 Para = 30 Aſper; 7 Loth 8·0 Gr. fein . . .	61·18	79·5340	170·9387	0·1170
Ungarn.				
Gold.				
Dukaten, ältere, ſogenannte Kremnitzer Duk., geſetzm. 23 K. 9 G. f,	72·60	67·	67·7053	4·4217
nach engl. und franz. Unterſuchungen aber 23 Kar. 9 Gr. fein . . .	72·48	67·1199	67·6866	4·4242
Doppelter Dukaten unter Joſeph II. 23 Kar. 9·01 Gr. fein .	144·82	33·5943	33·9467	8·8208
Einfacher unter Leopold II. und Franz II. 23 Kar. 8·23 Gr. f .	71·86	67·7054	68·6025	4·3651
Dieſe letztern Angaben ſind nach Bonneville's Unterſuchung.				
Silber.				
Siehe Öſterreich.				

Würtemberg.

Hier rechnet man durchgängig nach Gulden zu 60 Kreuzer à 4 Heller im Zahlwerthe des 24 fl. Fußes.

	Gew. von 1 Stück in holl. Aſſen	Hiervon gehen Stucke auf eine Köln Mark		Werth in C. M. fl.
		rauh	fein	
Gold.				
Dukaten (ehemals) 23 K 6·02 G. f.	71·47	68 0697	69·5124	4·3079
Carolin (ehemals) à 3 Goldgulden 18 Kar 6 Gr. fein in Gold und 3 Loth 8 Gr. fein Silber . . .	202·70	24·	31·1351	9·6153
Halbe und Viertel nach Verhältniß.				
Zehn- und Fünf-Guldenſtücke in Gold ſeit 1824. Die genaue Angabe der eigentlichen Ausbringung iſt unbekannt.				
Silber.				
Kronenthaler vom Jahr 1818, 13 Loth 14 Gr. fein	613 91	7·9229798	9·2008798	2·1737
vom J. 1810, 13 Loth 15·50 Gr. f.	611·76	7·95243	9·179562	2·1788
Guldenſtück von 1824, 12 Loth f.	264·76	18·375	24·5	0·8163
Zwei-Guldenſtücke von 1824 12 Loth fein, nach Verhältniß.				
Zwanzig-Kreuzerſtücke vom J. 1824, 9 Loth 4 Gr. fein . .	139·00	35·	60·7229	0·3294
Zwölf-Kreuzerſtücke vom J. 1824, 7 Loth 16 Gr fein . . .	81·08	60·	121·6901	0·1644

Gedruckt bei Carl Gerold.

Verbeſſerungen.

Seite 47, Zeile 7 v. u. ſtatt 4 lies 3
» 85, » 7 v. u. » mit » aus
» 151, » 3 v. o. » $\frac{3}{9}$ » $\frac{5}{9}$